
С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Павлодарского государственного университета имени С. Торайгырова

ПМУ ХАБАРШЫСЫ

Физика-математикалық сериясы
1997 жылдан бастап шығады



ВЕСТНИК ПГУ

Физико-математическая серия
Издается с 1997 года

№4 (2015)

Павлодар

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ**Павлодарского государственного университета имени С. Торайгырова****Физико-математическая серия**

выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о постановке на учет средства массовой информации

№ 14213-Ж

выдано

Министерством культуры, информации и общественного согласия
Республики Казахстан**Бас редакторы – главный редактор**

Тлеукенов С. К.

доктор ф.-м.н., профессор

Заместитель главного редактора

Испулов Н. А., *к.ф.-м.н., доцент*

Ответственный секретарь

Сыздыкова А. Т.

Редакция алқасы – Редакционная коллегияОтелбаев М. О., *д.ф.-м.н., профессор, академик НАН РК*Уалиев Г. У., *д.ф.-м.н., профессор, академик НАН РК*Рахмон А. Х., *PhD (Пакистан)*Ткаченко И. М., *д.ф.-м.н., профессор(Испания)*Демкин В. П., *д.ф.-м.н., профессор(Россия)*Бактыбаев К. Б., *д.ф.-м.н., профессор*Кумеков С. Е., *д.ф.-м.н., профессор*Куралбаев З., *д.ф.-м.н., профессор*Оспанов К. Н., *д.ф.-м.н., профессор*Нургожина Б. В., *технический редактор*За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели
Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов
При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник ПГУ» обязательна**МАЗМҰНЫ****МАТЕМАТИКА****Жангазинова Д. М., Павлюк И. И.**

Коммутативтік қатынас бойынша топтық салыстырулар туралы6

Мамчий Ю. И., Павлюк И. И.Ішкітоп салыстырымдылығы және топтың
элементтеріндегі конгруэнция қатынасы.....10**Сенашов В. И.**

Апериодты сөздер22

Тусупова А. Ж., Павлюк И. И.

Коммутативтік қатынасқа қатысты топтың квазицентрі туралы26

ФИЗИКА**Волошин В. О., Вировец В. В., Гутенко А. Д.**Нейтронды әдістерді бақылау үшін «детектор-ортасы»
шекаралық коэффициентті анықтау туралы32**ИНФОРМАТИКА****Саринова А. Ж.**Вейвлет түрлендіру қолданудағы гиперспектральдық аэроғарыштық
суреттерді қысу алгоритмдерін алдын- ала өңдеу36**БАҒЫТТАР БОЙЫНША ҒЫЛЫМИ-МЕТОДОЛОГИЯЛЫҚ ЗЕРТТЕУЛЕР****Горчаков Л. В., Вишенкова Ю. А., Нургожина М. М.**Қазіргі оқудағы аспапжасауының кейбір
мәселелері және олардың шешуі.....42**Захарова О. А., Кудайберген М. К., Теняева Л. И.**

Шығыста тригонометриялық білімдердің даму тарихы52

Исимова Б. Ш., Авдолхан А., Искакова А. Б.

Модельдеу үдерісі және оның кезеңдері57

Мұқатова Э. А.

Интеллектуалды жүйелерде білім алу әдісінің ерекшеліктері62

Нурумжанова К. А., Муграж М.Мектеп оқушыларына арналған физика пәні
бойынша электронды дәптер әзірлеудің тәжірибесінен.....66

Авторларға арналған ережелер76

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Жангазинова Д. М., Павлюк И. И.
 О групповых сравнениях по отношению коммутативности.....6
Мамчий Ю. И., Павлюк И. И.
 Подгрупповая сравнимость и отношение
 конгруэнции на элементах группы.....10
Сенашов В. И.
 Аперiodические слова.....22
Тусупова А. Ж., Павлюк И. И.
 О квазицентре группы относительно отношения коммутативности.....26

ФИЗИКА

Волошин В. О., Вировец В. В., Гутенко А. Д.
 Определение граничного коэффициента
 «среда – детектор» для нейтронных методов контроля32

ИНФОРМАТИКА

Саринова А. Ж.
 Предварительная обработка алгоритмов
 сжатия гиперспектральных аэрокосмических изображений
 в применении вейвлет-преобразований36

НАУЧНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОТРАСЛЯМ

Горчаков Л. В., Вишенкова Ю. А., Нургожина М. М.
 Некоторые проблемы современного учебного
 приборостроения и их решение42
Захарова О. А., Кудайберген М. К., Теняева Л. И.
 История развития тригонометрических знаний на востоке.....52
Исимова Б. Ш., Авдолхан А., Искакова А. Б.
 Процесс моделирования и его этапы57
Мукатова Э. А.
 Особенности метода приобретения знаний
 в интеллектуальных системах.....62
Нурумжанова К. А., Муграж М.
 Из опыта конструирования виртуальной рабочей
 тетради школьника по физике.....66
 Правила для авторов.....110

CONTENT

MATHEMATICS

Zhangazinova D. M., Pavlyuk I. I.
 On group comparisons with respect to commutativity 6
Mamchiy Yu. I., Pavlyuk I. I.
 Subgroup comparability and the relation of congruence on group elements 10
Senashov V. I.
 Aperiodic words 22
Tussupova A. Zh., Pavlyuk I. I.
 On quasicenter of group concerning the commutativity relation..... 26

PHYSICS

Voloshin V. O., Virovets V. V., Gutenko A. D.
 Determination of boundary coefficient «environment-detector»
 for neutron control methods 32

INFORMATICS

Sarinova A. Zh.
 Pretreatment of the hyperspectral space
 images compression algorithms in the application of wavelet transform..... 36

SCIENTIFIC AND METHODOLOGICAL BRANCH RESEARCHES

Gorchakov L., Vishenkova Yu., Nurgozhina M. M.
 Some problems of modern educational instrumentation and their solution..... 42
Zakharova O., Kudaibergen M., Tenyaeva L.
 The history of trigonometric knowledge development in the East 52
Issimova B. Sh., Avdolhan A., Iskakova A. B.
 The modeling process and its stages..... 57
Mukatova E. A.
 Features of the method of acquiring knowledge in intelligent systems 62
Nurumzhanova K. A., Mугrazh M.
 On design of virtual school workbook on Physics 66
 Rules for authors.....110

Секция
«МАТЕМАТИКА»

УДК 512.54

Д. М. Жангазинова¹, И. И. Павлюк²

¹студент, ²к. ф. м. н.

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова,
г. Павлодар

e-mail: dinara_pav@mail.ru, ivan.pavlyuk@mail.ru

**О ГРУППОВЫХ СРАВНЕНИЯХ ПО ОТНОШЕНИЮ
КОММУТАТИВНОСТИ**

В работе найдены решения новых теоретико-групповых сравнений относительно отношения коммутативности.

Ключевые слова: сравнения относительно бинарного отношения коммутативности.

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее простым и привлекательным по содержанию является бинарное отношение коммутативности на элементах алгебраических систем [1]:

$$(a \equiv_k b) \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} (ab = ba), \tag{1}$$

где символ \equiv_k означает, что элемент a алгебраической системы G с основной бинарной операцией \cdot коммутативно сравним с элементом $b \in G$ (по определению " $\stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow}$ ") тогда и только тогда, когда выполняется равенство $a \cdot b = b \cdot a$, т.е. элементы a и b перестановочны. Очевидно все элементы абелевой группы ($\forall a, b \in A / ab = ba$) связаны отношением коммутативности (коммутируют между собой). В любой алгебраической системе есть элементы связанные отношением коммутативности. С основными понятиями теории групп можно ознакомиться в [3].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Основные понятия теории сравнений изложены в [2].

Предложение 1. Отношение " \equiv_k " на элементах произвольной группы G обладает свойствами:

1) $(\forall a \in G) \Rightarrow (a \equiv_k a)$ – рефлексивность;

2) $(\forall a, b \in G) (a \equiv_k b) \Leftrightarrow (b \equiv_k a)$ – симметричность.

Доказательство непосредственно следует из формулы (1).

Отношение " \equiv_k " на элементах произвольной группы G не является отношением эквивалентности, поскольку в $S_3 = \{e, a, a^2, b, ab, a^2b\}$ с генетическим кодом $a^3 = b^2 = e, ba = a^2b : (a \equiv_k e) \& (e \equiv_k b)$, но а т.к. $ab \neq ba$, т.е. отношение \equiv_k не транзитивно.

Предположение 2. В произвольной группе истинной является формула

$$(\forall a, b \in G) ((a \equiv_k b) \Leftrightarrow (a^{-1} \equiv_k b^{-1}) \Leftrightarrow \Leftrightarrow (a^{-1} \equiv_k b) \Leftrightarrow (b^{-1} \equiv_k a)). \tag{2}$$

Доказательство. Необходимость. Из сравнения $a \equiv_k b$ следует, что $ab = ba$ и $a^b = b^{-1}ab = a$. Отсюда $a = a^{b^{-1}}$ и $a \equiv_k b^{-1}$. Далее из сравнения $a \equiv_k b$ следует, что $b^a = b$. Отсюда $b = b^{a^{-1}}$ и $b \equiv_k a^{-1}$. Так как $(ab)^{-1} = (ba)^{-1}$, то $a^{-1}b^{-1} = b^{-1}a^{-1}$ и $a^{-1} \equiv_k b^{-1}$.

Достаточность доказывается аналогичными рассуждениями в обратном направлении. Таким образом, истинной является формула (2) на элементах произвольной группы G : $(a \equiv_k b) \Leftrightarrow (a^{-1} \equiv_k b^{-1}) \Leftrightarrow (a^{-1} \equiv_k b) \Leftrightarrow (b^{-1} \equiv_k a)$

Предложение доказано.

Предложение 3. На элементах произвольной группы истинной является формула $(\forall a, b \in G / ab = e) \Rightarrow (a \equiv_k b)$.

Доказательство. Из равенства $ab = e$ следует, что $a = b^{-1}$. По формуле (2) $a \equiv_k b^{-1}$ и $a \equiv_k b$.

Предложение доказано.

Элементы теории сравнений относительно отношения коммутативности изложены в [4].

Предложение 4. (Подстановка в сравнении относительно отношения коммутативности) Если $(ab \equiv_k c) \& (a = z)$, то $(zb \equiv_k c)$.

Доказательство. Из сравнения $ab \equiv_k c$ следует, что $abc = cab$. Так как $a = z$, то $(zb)c = c(zb)$ и $zb \equiv_k c$.

Предложение доказано.

Теорема. В произвольной группе G относительно отношения коммутативности для любых ее элементов истинной является формула

$$(\forall a, x \in G) (a^x \equiv_k a) \Leftrightarrow (a)^x \equiv_k (a^{-1}) \Leftrightarrow \Leftrightarrow (a^{-1})^x \equiv_k a \Leftrightarrow (a^{x^{-1}} \equiv_k a). \tag{3}$$

Доказательство. Необходимость. 1) Из сравнения $a^x \equiv a$ следует, что $(a^x = a) \rightarrow (a^x)^{-1} = (a)^{-1} \rightarrow (a^{-1})^x = a^{-1} \rightarrow (a^x \equiv a^{-1})$

Достаточность. 1) Пусть $a^x \equiv a^{-1}$. Тогда $(a^{-1})a^x = a^x(a^{-1})$ или $(a^{-1})^{a^x} = a^{-1} \rightarrow ((a^{-1})^{a^x})^{-1} = (a^{-1})^{-1} \rightarrow (a^x = a) \rightarrow (a^x \equiv a)$.

Необходимость. 2) Пусть $a^x \equiv a^{-1}$. Тогда $(a^x)^a = a^x \rightarrow ((a^x)^a)^{-1} = (a^x)^{-1} \rightarrow (((a^x)^{-1})^a = (a^{-1})^a) \rightarrow (a^{-1})^x \equiv a$.

Достаточность. 2) Пусть $(a^{-1})^x \equiv a$. Тогда $((a^{-1})^x = a) \rightarrow (((a^{-1})^x)^{-1} = a^{-1}) \rightarrow ((a^x)^{-1} = a^{-1}) \rightarrow (((a^x)^{-1})^a = (a^{-1})^a) \rightarrow (a^x \equiv a^{-1})$.

Необходимость. 3) Пусть $(a^{-1})^x \equiv a$. Тогда $((a^{-1})^x a = a(a^{-1})^x) \rightarrow (((a^{-1})^x a)^{-1} = (a(a^{-1})^x)^{-1}) \rightarrow (a^{-1} a^{x^{-1}} = a^{x^{-1}} a^{-1}) \rightarrow (a^{x^{-1}} \equiv a)$.

Достаточность. 3) Пусть $a^{x^{-1}} \equiv a$. Тогда $(a^{x^{-1}} a = a a^{x^{-1}}) \rightarrow ((a^{x^{-1}} a)^2 = (a a^{x^{-1}})^2) \rightarrow (a a^x = a^x a) \rightarrow ((a^x)^2 = a^x) \rightarrow (((a^x)^2)^{-1} = (a^x)^{-1}) \rightarrow (((a^x)^{-1})^2 = (a^x)^{-2}) \rightarrow ((a^{-1})^x \equiv a)$.

Формула доказана в полном объеме.

ВЫВОДЫ

Проверим формулу (3) на элементах симметрической группы $S_3 = \{e, a, a^2, b, ab, a^2b\}$ с генетическим кодом $a^3 = b^2 = e, ba = a^2b$. Для определенности возьмем элементы a и b из группы S_3 . Проверим действительно ли формула выполняется для выбранных элементов.

$$(\forall a, b \in G) (a^b \equiv a) \Leftrightarrow (a)^b \equiv (a)^{-1} \Leftrightarrow (a^{-1})^b \equiv a \Leftrightarrow (a^{b^{-1}} \equiv a)$$

Введем обозначения:

$$1. A = (a^b \equiv a) \quad a^b = b^{-1} \cdot a \cdot b = b \cdot a \cdot b = a^2 \cdot b \cdot b = a^2, \quad a^2 \equiv a \Rightarrow a^b \equiv a$$

$$2. B = (a^b \equiv a^{-1}) \quad a^b = b^{-1} \cdot a \cdot b = b \cdot a \cdot b = a^2 \cdot b \cdot b = a^2, \quad a^{-1} = a^2 \cdot a \cdot a^2 = a^3 \cdot a^2 = a^2 \Rightarrow a^2 \equiv a^2 \Rightarrow a^b \equiv a^{-1}, \text{ т.к. } a^{-1} = a^2 \cdot a \cdot a^2 = a^3 \cdot a^2 = a^2$$

$$3. C = ((a^{-1})^b \equiv a) \quad a^{-1} = a^2 \cdot a \cdot a^2 \Rightarrow (a^2)^b = b^{-1} \cdot a^2 \cdot b = b \cdot a^2 \cdot b = b \cdot a \cdot a \cdot b = a^2 \cdot b \cdot a \cdot b = a^2 \cdot a^2 \cdot b \cdot b = a \Rightarrow a \equiv a \Rightarrow (a^{-1})^b \equiv a, \text{ т.к. } (a^{-1})^b = b \cdot a^{-1} \cdot b = b \cdot a^2 \cdot a \cdot a^2 \cdot b = b \cdot a^2 \cdot b = b \cdot b \cdot a = a$$

$$4. D = (a^{b^{-1}} \equiv a) \quad a^{b^{-1}} = b^{-1} \cdot a \cdot b^{-1} = b \cdot a \cdot b = a^2 \cdot b \cdot b = a^2 \Rightarrow a^2 \equiv a \Rightarrow a^{b^{-1}} \equiv a, \text{ т.к. } a^{b^{-1}} = a^2$$

Исходя из логического отношения эквивалентности " \Leftrightarrow " заключаем, что в целом теорема справедлива в полной мере. Этот факт имеет визуальную интерпретацию:

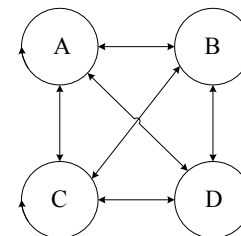


Рисунок 1

Следуя рисунку 1 и проделанным вычислениям, мы видим, что формула, действительно, выполняется для элементов $a, b \in S_3$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Джусупова, Э. М.** Теоретико-групповое отношение коммутативности // IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование – 2014». (Научный руководитель – Павлюк И.И.) – Астана, 2014. – С. 2104-2106. – Режим доступа: <http://www.enu.kz/downloads/nauka/sbornik-konferencii-izmenennuyi.pdf>.

2 **Павлюк, Ин. И.** Группы с отношениями сравнимости для подгрупп и элементов: монография / Ин. И. Павлюк – Павлодар : Кереку, 2013. – 121 с.

3 **Курош, А. Г.** Теория групп. – М.: Наука, 1967. – 648 с.

4 **Жангазинова, Д. М.** Закон сопряжения для подмножеств группы относительно отношения коммутативности // IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование – 2014». (Научный руководитель – Павлюк И. И.) – Астана, 2014. – С. 2114-2116. – Режим доступа: <http://www.enu.kz/downloads/nauka/sbornik-konferencii-izmenennuyi.pdf>.

Поступило в редакцию 23.12.15.

Д. М. Жангазинова, И. И. Павлюк

Коммутативтік қатынас бойынша топтық салыстырулар туралы

С. Торайғыров атындағы

Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.

23.12.15 баспаға түсті.

D. M. Zhangazhinova, I. I. Pavlyuk

On group comparisons with respect to commutativity

S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar.

Received on 10.09.15.

Жұмыста жаңа теоретикалық-топтық салыстырулардың коммутативтік қатынасқа қатысты шешімдері табылды.

In this work the solutions of new group-theoric comparisons concerning the commutativity relation are found.

УДК 512. 54.

Ю. И. Мамчий¹, И. И. Павлюк²

¹студент, ²к.ф.-м.н.

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова,

г. Павлодар

e-mail: yuliya.mamchiy3@mail.ru

ПОДГРУППОВАЯ СРАВНИМОСТЬ И ОТНОШЕНИЕ КОНГРУЭНЦИИ НА ЭЛЕМЕНТАХ ГРУППЫ

В работе исследованы подгрупповая сравнимость на элементах группы и отношение конгруэнции. Введено понятие подгрупповой сравнимости и найдена ее связь с отношением конгруэнции элементов группы.

Ключевые слова: подгрупповая сравнимость элементов группы, конгруэнтность подгрупповой эквивалентности элементов группы.

ВВЕДЕНИЕ

Новые бинарные отношения на элементах группы введены в монографии Инессы Павлюк [1]. Отношение центральной сравнимости и отношения централизаторной сравнимости являются эквивалентностями. Введенное в настоящей работе отношение подгрупповой сравнимости является обобщением частного вида централизаторной сравнимости. Она получается при $H=C_G(a)$, где a некоторый элемент произвольной группы: G . В данной работе найдены условия, при которых отношение подгрупповой сравнимости

будет отношением конгруэнтности. Тем самым дан новый подход к вопросу факторгруппы групп по отношению эквивалентности. Анализируя числовые характеристики отношения подгрупповой сравнимости получено обобщение теоремы Лагранжа теории конечных групп на бесконечные группы. Попутно получили числовую характеристику некоторых важных компонентов группы.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Определение 1. Пусть G группа, H подгруппа G Элемент a группы G связан подгрупповым отношением с элементом b в группе G относительно подгруппы H группы G если произведение $a^{-1}b$ принадлежит подгруппе H , т.е.

$$(a_H \equiv b) \stackrel{def}{\Leftrightarrow} (a^{-1}b \in H) \tag{1}$$

Лемма 1. Отношение $H \equiv$ является отношением эквивалентности на элементах группы G .

Доказательство. Так как H подгруппа группы G , то из $a^{-1}a = e \in H$ следует, что $a_H \equiv a$. Таким образом, отношение $H \equiv$ рефлексивно. Пусть $a_H \equiv b$. Тогда $a^{-1}b \in H$. Так как H – подгруппа G , то, очевидно, $(a^{-1}b)^{-1} = b^{-1}a \in H$ и $b_H \equiv a$. Таким образом, отношение $H \equiv$ симметрично. Далее, пусть $a_H \equiv b$ & $b_H \equiv c$. Тогда $a^{-1}b, b^{-1}c \in H$. Так как H подгруппа G , то $a^{-1}b \cdot b^{-1}c = a^{-1}c \in H$. Отсюда $a_H \equiv c$.

Лемма доказана.

Следствие 1. Группа G разбивается на классы $a \stackrel{H \equiv}{\sim}$ подгрупповой эквивалентности a которые не пересекаются, а если пересекаются, то совпадают и

$$G = \bigcup_{a \in G} a \stackrel{H \equiv}{\sim} \tag{2}$$

Доказательство. Предположим, что $a \stackrel{H \equiv}{\sim} b \neq \emptyset$. Тогда существует

элемент $c \in a \stackrel{H \equiv}{\sim} b$. Из этого соотношения следует, что $c_H \equiv a$ и $c_H \equiv b$.

Так как отношение $H \equiv$ транзитивно (лемма 1) то $b \in a$. Отсюда следует,

что $b \subseteq a$. Аналогично $a \equiv b$, $a \in b$ и $a \subseteq b$. Отсюда следует,

что $a = b$. Противоречие.

Следствие доказано.

Лемма 2. Класс a тогда и только тогда является подгруппой группы G , когда нейтральный элемент e группы G содержится в нем.

Доказательство. Достаточность. Пусть $e \in a$. Тогда $eH \equiv a$ и $ea = ae \in H$. Так как отношение $H \equiv$ симметрично, то $aH \equiv e$ и $a^{-1}e = a^{-1} \in H$. Таким образом, $(\forall a \in H)(a^{-1} \in H)$. Пусть элемент

$b \in a$. Это значит, что и $b^{-1} \in H$ (по установленному ранее), отсюда $b^{-1}H \equiv a$ и $ba \in H$. Так как $a, b \in H$ и $ab \in H$, то $(\forall a, b \in H)(ab \in H)$.

Далее, поскольку $(\forall a \in H)(a^{-1} \in H)$ и $e \in a$, то $(\forall a \in H)(a^{-1} \in H)$. Так как $(\forall a, b \in H)(ab \in H)$, то $(\forall a, b \in a)(e_H = ab)$ и $(\forall a, b \in a)(a, b \in a)$.

Таким образом, класс $a = e$ подгруппа группы G .

Необходимость. Очевидно, если множество a подгруппа группы G , то нейтральный элемент e группы G принадлежит классу $a = e$.

Лемма доказана.

Теорема 1. Класс a подгрупповой эквивалентности относительно подгруппы H группы G тогда и только тогда совпадает с подгруппой H , когда нейтральный элемент e группы G , содержится в нем, то есть в группе будет истинной формула

$$(\forall a \in G)(\forall H \leq G)((a = H) \Leftrightarrow (e \in a)). \quad (3)$$

Доказательство. С учетом леммы 2 необходимость очевидна, т.к., если $a = H$, то $e \in a$.

Достаточность. Пусть $e \in a$. Тогда $aH \equiv e$ и $a \in H$. Таким образом,

$(\forall a \in a)(a \in H)$ и $a \leq H$. Пусть элемент $h \in H$. Так как $e \in h$, то

$e_H \equiv h$ и $h \in h$. А поскольку $e_H \equiv h$, то $e \in h$ и $e \in a \cap h \neq \{\emptyset\}$

Отсюда и следствия леммы 1 следует, что класс $a = h$. Таким образом,

$(\forall h \in H)(h \in a)$ и $H \subseteq a$. Из двух соотношений $a \subseteq H, H \subseteq a$

следует, что $a = H$.

Теорема доказана.

Отметим, что введённое бинарное отношение $H \equiv$ подгрупповой сравнимости (определение 1) разбивает элементы группы G на не пересекающиеся левые (aH) смежные классы группы G по подгруппе H , т.е.

$$G = H \cup a_2H \cup \dots \cup a_tH \dots$$

Аналогично определению 1 можно ввести симметричное отношение

$-(a \equiv_H b) \Leftrightarrow (ab^{-1} \in H)$, которое разбивает элементы группы G на непересекающиеся правые смежные классы группы G по подгруппе H .

Нетрудно заметить, что для отношения \equiv_H остаются верными установленные леммы 1, 2 и теорема 1.

Лемма 3. Мощность $|H \equiv(G)|$ множества классов $H \equiv(G)$ подгрупповой эквивалентности $H \equiv$ группы G по подгруппе H равна мощности $|G|$ группы G тогда и только тогда, когда $H = \{e\}$.

Доказательство. Необходимость. Пусть $|H \equiv(G)| = |G|$. Тогда между элементами группы G и множеством классов $H \equiv(G)$ существует взаимно-

однозначное соответствие φ . Так как $(\forall a \in G)(\exists a \subset G)$ такой, что $a \in a$

(следствие леммы 1), то естественно установить соответствие $\varphi: a \leftrightarrow a$.

Поскольку φ – биекция, то различные элементы $a \neq b$ переводятся в

различные классы $a \neq b$ и обратно, различные классы переводятся в различные элементы. Отсюда следует, что каждый класс a содержит

только один элемент. Поскольку $e \in e$ и $|H^{\equiv}|_{-1}$ то подгруппа $H = \{e\}$.

Достаточность. Пусть $|H| = \{e\}$. Тогда $(\forall a \in G)(a \in a)$ и $(a^{-1}a = e \in H)$

Если $a \neq b, a, b \in a$, то из $a_H^{\equiv} = b$ следует, что $a^{-1}b \in H$, но $a \neq b$ и $a^{-1}b \neq e$. Противоречие. Установим соответствие $\varphi: G \rightarrow H^{\equiv}(G)$ элементов группы G на множество классов подгрупповой эквивалентности H^{\equiv} заданной на элементах группы G и классах a эквивалентности по правилу $\varphi: a \rightarrow a$.

Соответствие φ является отображением, так как из равенства $a = b$ следует, что $a = b$ (поскольку каждый класс содержит один элемент). Далее, очевидно, отображение φ сюръективно, то есть $(\forall \varphi(a) \in H^{\equiv}(G))$ существует прообраз $a \in G$. Очевидно, также, что отображение φ инъективно (различные

элементы $a \neq b$ отображает в различные классы $a \neq b$). Таким образом, отображение φ биекция и $\varphi: a \leftrightarrow a$ взаимно-однозначное отображение. Отсюда следует, что $|G| = |H^{\equiv}(G)|$.

Теорема доказана.

Теорема 2. Мощность $|H^{\equiv}|_a$ каждого класса a подгрупповой

эквивалентности H^{\equiv} элементов группы G эквивалентна количественно мощности $|H|$ подгруппы H группы G .

Доказательство. Реализуем количественную эквивалентность a и H для этого установим отображение φ элементов h подгруппы H на элементы произвольного класса a эквивалентности по правилу $\varphi: h \rightarrow b$, где $a, b \in a$ ($a_H^{\equiv} = b$). Пусть элемент $b_1 \in a$. Тогда $a_H^{\equiv} = b_1$

и $a^{-1}b_1 = h_1 \in H$. Если $b_2 \neq b_1$ элемент класса a , то $a^{-1}b_2 = h_2 \in H$. Предположим, что $h_1 = h_2$. Тогда $a^{-1}b_1 = a^{-1}b_2$. Отсюда $b_1 = b_2$. Противоречие. Таким образом, различные элементы подгруппы H переводятся отображением φ в различные элементы класса a . Далее, пусть

b – произвольный элемент класса a . Тогда из сравнения $a_H^{\equiv} = b$ следует, что $a^{-1}b \in H$. Таким образом, каждый элемент $b \in a$ имеет прообраз $a^{-1}b$ в подгруппе H . Единственность прообраза $a^{-1}b$ следует из единственности решения $a^{-1}b = x$ группового сравнения $x = b$ в группе G . Таким образом,

отображение φ является биекцией и между множеством элементов класса a и элементами подгруппы H установлено взаимно-однозначное соответствие.

Отсюда следует, что $|H^{\equiv}|_a = |H|$.

Теорема доказана.

Следствие 2. Пусть в группе G подгруппа H отличается от тривиальной,

тогда мощность множества классов $|H^{\equiv}(G)|$ подгрупповой сравнимости группы G не превосходит мощности $|G|$ группы G , т.е. имеет место формула

$$(\forall H < G) \Rightarrow (|H^{\equiv}(G)| \leq |G|) \tag{4}$$

Определение 2. Мощность множества $|H^{\equiv}(G)|$ в теории групп принято называть индексом подгруппы H в группе G . Очевидно, $|H^{\equiv}(G)| = |H^{\equiv}_H(G)|$.

Левое и правое разложения группы G на смежные классы по подгруппе H содержат одинаковое кардинальное число смежных классов.

Следствие 3. Если G – группа мощности $|G|$, а мощность множества классов $|H^{\equiv}(G)|$ сравнимых элементов по подгруппе H равна $|H^{\equiv}(G)|$, и мощность множества элементов подгруппы H равна $|H|$, то

$$|G| = |H| \cdot |H^{\equiv}(G)|. \tag{5}$$

Доказательство следствия 3 выводится из следствия 1 (теорема 1) и теоремы 2.

Следствие 4. (Теорема Лагранжа) Если конечная группа G порядка $n = |G|$ содержит подгруппу H порядка $|H| = k$ и индекса $i = |G : H|$, то имеет место формула

$$n = k \cdot i, \tag{5}$$

т.е. порядок подгруппы k и её индекс i являются делителями конечной группы порядка n .

Формула (5) является аналогом формулы (5) для случая, когда группа G имеет конечное множество элементов.

Известно, что бинарное отношение эквивалентности " \equiv " на произвольном множестве G индуцирует разбиение G на непересекающиеся классы $\left\{ \begin{matrix} \equiv \\ a \end{matrix} \right\}$ эквивалентности [2], т.е. $(\forall a \in G)(a \in a)$ что следует из рефлексивности отношения " \equiv ". Или $(x, a \in G)(x \in a) \Leftrightarrow (x \equiv a)$ где $x \equiv a$ означает x эквивалентно a . Множество классов $\left\{ \begin{matrix} \equiv \\ x \end{matrix} \right\}$ эквивалентности G есть фактормножество G/\equiv множества G по эквивалентности " \equiv ". Очевидно, $\left\{ \begin{matrix} \equiv \\ x \end{matrix} \right\} = \bigcup_{x \in G} x = G/\equiv$. Переход от множества G к множеству G/\equiv посредством

выделения классов эквивалентности есть разбиение множества G по эквивалентности " \equiv ". Само множество G можно рассматривать как

фактормножество G/\equiv по отношению равенства, которое является

эквивалентностью. Отсюда можно высказать утверждение, что каждый элемент множества G представляет отдельный класс и он единственный в G , с точностью по отношению равенства как представитель класса равных

элементов. Очевидно, такие классы не пересекаются и $G/\equiv = G$. т.е. множество G совпадает со своим фактормножеством по эквивалентности равенства.

Классы a, b – это укрупненные формы (кластеры) элементов множества G . Укрупнение происходит по одному и тому же признаку заключенному

в содержании требований (модальности) отношения эквивалентности " \equiv ".

Понятно, что " $\equiv \neq =$ " и по этой причине отношение " \equiv " дает более объемные (а, следовательно, более абстрактные) формы организации кластеров множества G .

Каждое отношение эквивалентности \equiv поглощает отношение равенства через свое свойство рефлексивности. Алгебра изучает свойства операций заданных на множестве, а отношения на множестве связаны с основной операцией они выражают количественную связь элементов основного множества G . Эта связь упаковывается в отдельные образования- классы, которые становятся элементами нового множества множества G по эквивалентности " \equiv ". В нашем случае факторизуемое множество G наделено алгебраической операцией " $*$ ":

$$(\forall a, b \in G)(a \cdot b \in G). \tag{6}$$

Каким образом по бинарной операции на факторизуемом множестве $\langle G; \cdot \rangle$ можно определить бинарную операцию " $*$ " на фактормножестве

$\langle G/\equiv; * \rangle$, причем операция " $*$ " на G/\equiv должна быть связана с операцией

" \cdot " на G ? Понятно, чтобы определение операции было корректным она не

должна зависеть от представления класса a . Таким образом, произведение

классов $a * b = a \cdot b$ должно быть равно классу или

$$(\forall a, b \in G/\equiv)(a * b = a \cdot b). \tag{7}$$

Для такого выбора необходимо и достаточно, чтобы отношение " \equiv " удовлетворяло условию:

$$(\forall a, b, c, d \in G)((a \equiv c) \& (b \equiv d) \Rightarrow (a \cdot b \equiv c \cdot d)). \tag{8}$$

Определение 3. [2] Отношение эквивалентности " \equiv " на множестве $\langle G; \cdot \rangle$ с алгебраической операцией " \cdot " называется конгруэнцией на G , если оно удовлетворяет условию (8).

Определение 4. Фактормножество G/\equiv множества $\langle G; \cdot \rangle$ с алгебраической операцией " \cdot " определенной выражением (8) называется множеством $\langle G/\equiv; * \rangle$ с

алгебраической операцией "*" (определенной в (8)) по конгруэнции "≡". При этом говорят, что операция "*" на G/\equiv индуцирована операцией "*" на G .

Обычно для обозначения операции на G/\equiv не вводят новый символ, а пользуются обозначением операции на G . В частности даже опускается символ "≡" и пишут $\bar{a} \bar{b} = \overline{ab}$.

Теорема 4. Смежные классы gH группы H по подгруппе H тогда и только тогда составляют группу G/H относительно операции умножения

смежных классов, когда подгруппа H коммутирует с любым элементом группы G , т.е.

$$(\forall H < G)(G/H \text{ - группа}) \Leftrightarrow (\forall g \in G)(g_k = H).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть aH, bH смежные классы группы G по подгруппе H , т.е. $aH, bH \in G/H$ и множество gH смежных классов группы G составляет группу $G/H = \bigcup_{g \in G} gH$ т.е. операция

умножения смежных классов замкнута на множестве смежных классов G/H , т.е. $(\forall aH, bH \in G/H) \rightarrow (aH \cdot bH = abH \in G/H)$. Таким образом,

$aH \cdot bH = abH \in G/H$. Так как из равенства $aHbH = abH$ следует что, $HbH = bH$, то отсюда $H^b H = bH$. Теперь $h^b h_1 = h_2$, где $h, h_1, h_2 \in H$ и $h^b = h_2 h_1^{-1} \in H$, для любого $h \in H$ и любого $b \in G$. Таким образом,

$H^b \subseteq H$, но из равенства $h^b = h_2 h_1^{-1}$ следует, что $h = (h_2 h_1^{-1})^{b^{-1}}$ и $h \in H^{b^{-1}}$. Так как элемент b произвольный элемент, то $H \subseteq H^b$. Из

включений $H^b \subseteq H$ и $H \subseteq H^b$ следует, что $Hb = bH$. Таким образом, $(\forall g \in G)(g_k = H)$. Аналогично, если рассмотреть правые смежные классы Ha, Hb и Hab , то получим, что $Ha = aH$, где a – произвольный элемент группы G и $a_k \equiv H$.

Достаточность. Пусть $(\forall g \in G)(g_k = H)$, где H – подгруппа группы G . Так как H – подгруппа группы G , то рассмотрим отношение $(x H = y) \Leftrightarrow (x = hy)$, где $h \in H$ отношение « $H \equiv$ » является отношением эквивалентности на элементах группы G . По следствию леммы 1 группа G разбивается на классы gH подгрупповой эквивалентности, где элемент

g – произвольный элемент группы G . Рассмотрим элементы aH, bH фактормножества $G/H \equiv$ группы G по подгрупповой эквивалентности

„ \equiv “. Так как $(\forall g \in G)(g_k = H)$, то $gH = Hg$ и произведение $aH \cdot bH = a \cdot b \cdot H \cdot H = abH$, т.е. произведение смежных классов aH, bH замкнуто относительно умножения. Отметим факт, что операция умножения классов $aH \cdot bH \cdot cH$ подчиняется закону ассоциативности, т.е. $(aHbH)cH = aH(bHcH)$, заданному на элементах группы G .

Далее, очевидно класс H содержащий нейтральный элемент группы G является нейтральным элементом по умножению классов в фактормножестве $G/H \equiv$.

Действительно, произведение $H(aH) = aH = (aH)H = aHH = aH$ подтверждает это с учетом, что $(\forall a \in G)(a_k = H)$ по условию. Далее, обратным к произвольному классу aH будет класс $(aH)^{-1} = H^{-1}a^{-1} = Ha^{-1} = a^{-1}H$. Действительно: $(aH)(a^{-1}H) = aHa^{-1}H = Haa^{-1}H = H$. Таким образом, $G/H \equiv$ – группа.

Теорема доказана.

ВЫВОДЫ

Представим пример факторизации элементов множества группы по эквивалентности подгрупповой сравнимости $H \equiv$.

Пусть в группе S_3 подгруппа $H = \{e, a, a^2\}$. Классы подгрупповой эквивалентности $H \equiv$ группы S_3 есть: $\{e, a, a^2\} = e = H$
 $H^b = \{b, ab, a^2b\} = bH$. Очевидно, $S_3 = H \cup bH$ и $H \cap bH = \emptyset$. Далее $bH = \{b, ab, a^2b\}$, $Hb = \{b, ab, a^2b\}$ и $bH = Hb$. Отсюда следует, что $b_k \equiv H$.

Рассмотрим

$$abH = \{ab, aba, aba^2\} = \{ab, b, a^2b\}$$

и $Hab = \{ab, aab, a^2ab\} = \{ab, a^2b, b\}$. Таким образом, $abH = Hab$ и $ab_k = H$.

Далее,

$$a^2bH = \{a^2b, a^2ba, a^2ba^2\} = \{a^2b, ab, b\},$$

$$Ha^2b = \{a^2b, aa^2b, a^2a^2b\} = \{a^2b, b, ab\}. \text{Таким образом, } a^2b_k \equiv H.$$

Очевидно, $e_k \equiv H, a_k \equiv H, a^2_k \equiv H$. Таким образом, $(\forall g \in S_3)(g_k = H)$ и $bH \cdot bH = b^2H = H, H \cdot bH = bH$ т.е. операция умножения классов замкнута. Факторгруппа S_3 по подгруппе H есть $S_3/H = \{H; bH\} = (bH)$ циклическая группа порядка два.

Исследуем подгруппу $B = \{e, b\}$. Смежные классы $S_3 = B \cup aB \cup a^2B = \{e, b\} \cup \{a, ab\} \cup \{a^2, a^2b\}$. Найдем произведение $Ba = \{a, a^2b\}$. Так как $aB = \{a, ab\}$ и $aB \neq Ba$, то $a_k \notin B$. Разбиение S_3 по отношению $B \equiv$ правильное $B \cap aB \cap a^2B = \{\emptyset\}$ и $aB \equiv ab, a^2B \equiv a^2b$, но $a \cdot a^2B \neq ab \cdot a^2b$, так как $aba^2b = a^2$ и $e_B \equiv a^2$. Таким образом, отношение $B \equiv$ не является отношением конгруэнтности на элементах группы S_3 .

В то же время отношение $H \equiv$ подгрупповой эквивалентности: $b_H \equiv b, b_H \equiv ab, b_H \equiv a^2b, ab_H \equiv ab, ab_H \equiv b, ab_H \equiv a^2b, a^2b_H \equiv a^2b, a^2b_H \equiv a, a^2b_H \equiv ab, a^2b_H \equiv b, b \cdot b_H \equiv bab = a^2$ и $e_H \equiv a^2$ – верные соотношения. Оставшиеся сравнения проверяются аналогично. В результате вычислений получим верные соотношения. Таким образом, эквивалентность $H \equiv$ на элементах группы S_3 является конгруэнтностью, а $S_3/H \equiv S_3/H$ – фактор-множеством.

Примером разбиения группы на непересекающиеся классы подгрупповой эквивалентности может служить разбиение группы $S_3 = \{e, a, a^2, b, ab, a^2b\}$, где $a^3 = b^2 = e, ba = a^2b$ генетический код, по подгруппе $H = \{e, a, a^2\}$: $S_3 = H \cup bH = \{e, a, a^2\} \cup b\{e, a, a^2\} = \{e, a, a^2\} \cup \{b, ab, a^2b\}$; и по подгруппе $B = \{e, b\}$ Тогда $S_3 = B \cup aB \cup a^2B = \{e, b\} \cup \{a, ab\} \cup \{a^2, a^2b\}$. Сама группа S_3 так же является разбиением по подгруппе $\{e\}$ или по отношению равенства, которое является отношением эквивалентности. Единственность каждого элемента группы S_3 по разбиению равенства следует из единственности нейтрального элемента, единственности обратного для данного элемента, а данным может быть любой элемент группы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Павлюк, Ин. И.** Группы с отношениями сравнимости для подгрупп и элементов [монография] / Ин. И. Павлюк. – Павлодар : Кереку, 2013. – ISBN 978-601-238-325.

2 **Кострикин, А. И.** Введение в алгебру [учебник]. – Изд-во: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 272 с.

Поступило в редакцию 23.12.15.

Ю. И. Мамчий, И. И. Павлюк

Ішкітоп салыстырымдылығы және топтың элементеріндегі конгруэнция қатынасы

С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ. 23.12.15 баспаға түсті.

Yu. I. Mamchiy, I. I. Pavlyuk

Subgroup comparability and the relation of congruence on group elements

S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar. Received on 10.09.15.

Жұмыста топтың элементтеріндегі ішкітоп салыстырымдылығы және конгруэнция қатынасы зерттелген. Ішкітоп салыстырымдылығы ұғымы еңгізілген және топтың элементтеріндегі конгруэнция қатынасымен байланысы көрсетілген.

In this work the subgroup comparability on group elements and the congruence relation are studied. The concept of subgroup comparability is entered and its communication with the relation of congruence of group elements is obtained.

V. I. Senashov

Doctor of phys. and math. sciences, professor
 Institute of Computational Modelling of Siberian Division of RAS, SFU,
 Krasnoyarsk, Russia
[e-mail: sen1112home@mail.ru](mailto:sen1112home@mail.ru)

APERIODIC WORDS

We consider the sets of aperiodic words. Under the ℓ -aperiodic word we understand the word X if there is no non-empty subwords of the form Y^ℓ . Particular attention is paid to the 2, 3, 6-aperiodic words. Estimates of the number of 6-aperiodic words in 2-generated groups.

Keywords: group, subwords, aperiodic words, generator, defining relation.

INTRODUCTION

In 1902 W. Burnside raised the question of locally finiteness of groups, all elements of which have finite order. This question has become famous, and it stimulated research of periodic and aperiodic words. In 1906 A. Thue established the existence of aperiodic words of any length in any non-one-letter alphabet. In this article we consider 2, 3 and 6-aperiodic words. We establish the new function which is estimate the quantity of 6-aperiodic words.

MAIN PART

Earlier [1] we studied the question: how many 2-aperiodic words there are in the alphabet a, b and how many 3-aperiodic words there are in this alphabet.

We have established that all 2-aperiodic words are the next

$a, ab, aba, b, ba, bab.$

Under a periodic word with period H means any subword of the word H^p , $p > 0$.

In this sense $ababa$ is a periodic word with period ab or ba . Under the ℓ -aperiodic word we understand the word X if there is no non-empty subwords of the form Y^ℓ .

Now we begin to write in the same way the different 3-aperiodic words in the alphabet a, b :

$a, aa, aab, aaba, aabaa, aabaab, aabaaba, aabaabaa, aabaabab,$
 $aabaababa, aabaababaa, aabaababaab, aabaababaaba, aabaababaabaa,$
 $aabaababaabaab, aabaababaabaabb, aabaababaabaabba.$

It turned out that this list is infinite. In [2] there is a proof of S. E. Arshon [3] that in the alphabet of two letters there are arbitrary long 3-aperiodic words.

If we consider 3-aperiodic words as elements of the group we receive [1] the list of all various 27 elements of the 2-generated free Burnside groups of period 2:

$e, a, aa, b, bb, ab, bbaa, aabb, ba, aab, bba, abb,$
 $baa, aba, aabbaa, aaba, bbaab, abaa, abbaa, aabaa,$
 $abba, babb, baabb, ababb, baabbaa, aaabb, baabba.$

In 1906 A. Thue established the existence of aperiodic words of any length in any non-one-letter alphabet [4].

In [5] it was proved the theorem on the infinity of the set of 6-aperiodic words and was given a lower bound of the function $f(n)$ of the number of such words of the length n : in the alphabet $\{a, b\}$ there are arbitrarily long 6-aperiodic words.

Moreover, the number $f(n)$ of such words of the length n is greater than $(\frac{3}{2})^n$ (proof is close to the proof from [6]).

Our task is to get a more accurate estimation for the function $f(n)$ of the number of 6-aperiodic words of the length n . Hold arguments similar to the proof of Theorem 4.6 from [5] without exposing the value of evaluation and we will look for it in the form x^n .

Let us prove the inequality $f(n+1) > x \cdot f(n)$ by induction, and at the same time we will receive restrictions for x .

The base of induction: $f(2) > x \cdot f(1)$, where $f(1) = 2, f(2) = 4$. In order to satisfy the need to base of the induction it is necessary $4x > 2$ that is, we put $x < 2$.

Each 6-aperiodic word of the length $n+1$ is the result of attributing on the right to 6-aperiodic word of the length n of one of the letters a or b . So we can get $2f(n)$ of the words of the length $n+1$. But some of the received words may contain degree of the form A^6 . It is necessary to estimate the number of such opportunities.

It can turn equality of a kind $X \equiv YA^6$, as otherwise already beginning of the word X of the length n includes A^6 . For the words A of length 1 (there are only 2 such words) there are less than $2f(n-5)$ 6-aperiodic words of the form $X \equiv YA^6$, where Y is a 6-aperiodic word and $|Y|=n-5$. There are 4 words A of length 2, and the quantity of corresponding words X of length $n+1$ less than $4f(n-11)$, because $|Y|=|X|-6|A|=n-11$, etc. Hence:

$$f(n+1) > 2f(n) - 2f(n-5) - 2^2 f(n-11) - \dots$$

Since the induction hypothesis $f(n-k) < x^{-k} f(n)$ turns

$$f(n+1) > 2f(n) - 2(x)^{-5} f(n) - 2^2 (x)^{-11} f(n) - \dots$$

Next, we obtain $f(n+1) > f(n)(2 - (2(x)^{-5} + 2^2(x)^{-11} + \dots))$.

Let designate the second factor of the right side of inequality through S and apply the formula for the sum of a geometric progression with ratio $2(x)^{-6}$

$$S = 2 - \frac{2x^{-5}}{1 - 2x^{-6}}.$$

Because we need to get $f(n+1) > x \cdot f(n)$, then we set $S > x$.

$$S = 2 - \frac{2x^{-5}}{1 - 2x^{-6}} > x.$$

We receive

$$\frac{2 - 4x^{-6} - 2x^{-5} - x + 2x^{-5}}{1 - 2x^{-6}} > 0.$$

We transform this inequality, multiplying it by x^6

$$\frac{2x^6 - 4 - x^7}{x^6 - 2} > 0.$$

We get two systems of inequalities:

$$1) \begin{cases} 2x^6 - x^7 - 4 > 0 \\ x^6 - 2 > 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x^6 - x^7 - 4 < 0 \\ x^6 - 2 < 0 \end{cases}$$

We are interested in the solution of these inequalities in the interval (1; 2). Solution of the system 1) can be approximated by the interval (1,355693; 1,920205), and solution of the system 2) is the interval $(1; \sqrt[6]{2})$. We are interested in the maximum possible value, so we can choose the interval (1,355693; 1,920205). Thus, we have

Theorem. In the alphabet there are arbitrarily long 6-aperiodic words. Moreover, the number of words $f(n)$ of the length n greater than x^n , when $1,355693 < x < 1,920205$.

CONCLUSION

We considered sets of aperiodic words. We considered 2, 3 and 6-aperiodic words. We established the new function which is estimate the quantity of 6-aperiodic words.

REFERENCES

- 1 **Senashov, V. I.** On Burnside problem // Вестник ПГУ. Серия физико-математическая. – 2015. – № 3.
- 2 **Adyan, S. I.** Bernside Problem and Identities in Groups [book]. – Moscow : Science, 1975. – 336 p.
- 3 **Arshon, S. E.** Proof of existence of n -unit infinite asymmetric sequences // Math. sb. – 1937. – V. 2 (44), No. 4. – P. 769-779.
- 4 **Thue, A.** Uber unendliche Zeichenreih // Norcke Vid. Selsk. skr., I Mat. Nat. Kl. Christiania. – 1906. – Bd. 7. – S. 1–22.
- 5 **Olshansky, A. Yu.** Geometry of defining relations in groups [book]. – Moscow : Science, 1989. – 448 p.
- 6 **Gurevich, G. A.** Nonrepetitive sequences // Quantum. – 1975. – No. 9. – P. 7-11.

Received on 10.09.15.

В. И. Сенашов

Апериодты сөздер

РФА Сібір бөлімінің Есептеу модельдеу институты,
Красноярск, Ресей.
23.12.15 баспаға түсті.

В. И. Сенашов

Апериодические слова

Институт вычислительного моделирования
сибирского подразделения РАН, Красноярск, Россия
Поступило в редакцию 23.12.15.

Апериодты сөздер жиыны қарастырылады. l -апериодты сөздер деп X сөзді айтады, егер оның құрамында Y^l бос емес ішкісөздер болмайды. 2, 3, 6-апериодты сөздерге ерекше назар аударылады. 2-тудырылған топтарда 6-апериодты сөздер санның бағаламасы беріледі.

Рассматриваются множества апериодических слов. Под l -апериодическим словом понимают слово X , если в нем нет непустых подслов вида Y^l . Особое внимание обращается на 2, 3, 6-апериодические слова. Даются оценки числа 6-апериодических слов в двупорожденных группах.

УДК 512. 54.

А. Ж. Тусупова¹, И. И. Павлюк²

¹студент, ²к.ф.-м.н

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова,

г. Павлодар

e-mail: assemat95@mail.ru

О КВАЗИЦЕНТРЕ ГРУППЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ОТНОШЕНИЯ КОММУТАТИВНОСТИ

В работе введено новое понятие теории групп «квазицентр группы» и установлено, что центр группы содержится в квазицентре.

Ключевые слова: централизатор элемента группы относительно отношения коммутативности, квазицентр группы.

ВВЕДЕНИЕ

В теории групп, известно понятие центра группы G относительно отношения равенства:

$$Z(G) = \bigcap_{g \in G} C(g), \tag{1}$$

где $C(g) = \{x / g^x = g\}$, а $g^x = x^{-1}gx$. По существу $\forall x \in C(g)$

элемент x коммутирует с элементом g , т.е. символически $x \kappa \equiv g$. В понятии централизатора произвольного элемента группы заключается

бинарное отношение коммутативности $\kappa \equiv$ элементов группы. Очевидно $(\forall g \in G)(g \kappa \equiv g)$ и если $g \kappa \equiv b$, то $b \kappa \equiv g$. Более детально отношение коммутативности для $a, b \in G$ выражено формулой:

$$(a \kappa \equiv b) \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} (ab = ba) \tag{2}$$

Понятно, что отношение коммутативности является отношением рефлексивным и симметричным. Как показывает пример группы 21-го порядка

$$G_{21} = \{e, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, b, b^2, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, ab^2, a^2b^2, a^3b^2, a^4b^2, a^5b^2, a^6b^2\}$$

с генетическим кодом $a^7 = b^3 = e, ba = a^4b$. Элемент e коммутирует с элементом a и с элементом b , но $ab \neq ba$, так как $ba = a^4b$ и $ab \neq a^4b$. Отсюда следует, что отношение коммутативности не является отношением эквивалентности, но оно даёт хорошее графовое представление конечных групп, где отражается структура группы и взаимосвязь элементов. Тем самым даётся качественная характеристика конечной группы.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Определение 1. [3] Множество элементов таких что называется централизатором элемента группы T .е.:

$$C_G(a) = \{x / a^x = a\} \tag{3}$$

Определение 2. [4] Элементы и группы связаны отношением коммутативности " $\kappa \equiv$ " в группе тогда и только тогда, когда имеет место сравнение $x \cdot y = y \cdot x$ относительно отношения равенства " \equiv " элементов группы G и основной алгебраической операции " \cdot " заданной на элементах группы, т.е.

$$(x \kappa \equiv y) \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} (x \cdot y = y \cdot x) \tag{4}$$

Определение 3. Элемент g группы G коммутирует с подгруппой H группы G если и только если такие, что $gh_1 = h_2g$. Т.е.:

$$((g \in G) \& (H < G)) (g \kappa \equiv H) \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} (\exists h_1, h_2 \in H / gh_1 = h_2g) \tag{5}$$

Определение 4. Подгруппа является нормальным делителем группы если и только если она перестановочна с каждым элементом группы T .е.:

$$((H < G) \& (H \triangleleft G)) \Leftrightarrow ((\forall g \in G) (g \kappa \equiv H)). \tag{6}$$

В таблице 1 показаны коммутативность элементов группы G_{21} и его граф на рисунке 1.

Таблица 1 – Таблица коммутативности элементов группы

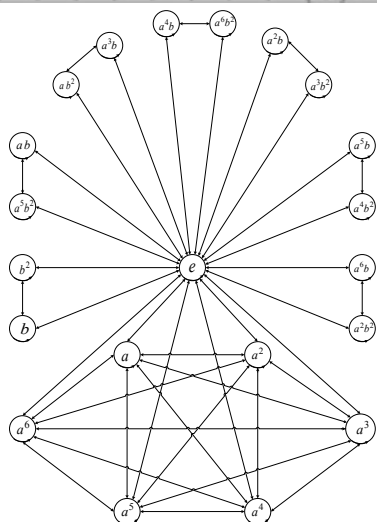


Рисунок 1 – Граф отношения коммутативности элементов группы

Предложение 1. Центр $Z(G)$ группы G является нормальным делителем в G т.е.:

$$Z(G) \triangleleft G. \tag{7}$$

Доказательство. Пусть $Z = Z(G)$

Докажем, что $(\forall g \in G) \& (\forall z \in Z(G)) \rightarrow (g \cdot z = z \cdot g)$. Так как $Z(G) = \bigcap_{g \in G} C(g)$,

то $(\forall z \in Z(G)) (\forall g \in G) (z \cdot g = g \cdot z)$. Отсюда следует, что $z \cdot g = g$ и $g \cdot z = Z(G)$, т.е. $Z(G) \cdot g = g \cdot Z(G)$ и $Z(G) \triangleleft G$, т.е. центр группы является нормальным делителем группы G .

Предложение доказано.

Определение 5. Множество $QZ(G)$ элементов x группы G каждый элемент которого принадлежит пересечению $\bigcap_{g \in G} C(g)$, назовём квазицентром группы G т.е.:

$$QZ(G) = \bigcap_{g \in G} C(g). \tag{8}$$

Предложение 2. Центр группы содержится в пересечении централизаторов элементов группы относительно отношения коммутативности.

Доказательство. Как известно [1]:

$$Z(G) = \bigcap_{g \in G} C(g). \tag{9}$$

Пусть g - произвольный элемент группы G . Поскольку, $C(g) = \{x | g^x = g\}$, то $x \cdot g = g$ и $g^x \cdot g = g$. Так как $g^x = g$. Таким образом, $C(g) \subseteq_{x \cdot g} C(g) = \{x | g^x \cdot g = g\}$. Отсюда из формулы (4) следует, что

$$Z(G) \subseteq_{x \cdot g} C(g).$$

Поскольку элемент выбран произвольно в группе то

$$Z(G) \subseteq \bigcap_{g \in G} C(g). \tag{10}$$

Предложение доказано.

ВЫВОДЫ

Централизаторы элементов группы относительно отношения коммутативности имеют вид:

$$\begin{aligned} C(e) &= \{e, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, b, b^2, \\ &ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, ab^2, a^2b^2, a^3b^2, a^4b^2, a^5b^2, a^6b^2\}; \\ C(a) &= \{e, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, b, b^2, ab, \\ &a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, ab^2, a^2b^2, a^3b^2, a^4b^2, a^5b^2, a^6b^2\}; \\ C(a^2) &= \{e, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, b, b^2, ab, \\ &a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, ab^2, a^2b^2, a^3b^2, a^4b^2, a^5b^2, a^6b^2\}; \\ C(a^3) &= \{e, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, b, b^2, ab, \\ &a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, ab^2, a^2b^2, a^3b^2, a^4b^2, a^5b^2, a^6b^2\}; \\ C(a^4) &= \{e, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, b, b^2, ab, \end{aligned}$$

$$a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, ab^2, a^2b^2, a^3b^2, a^4b^2, a^5b^2, a^6b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^5) = \{e, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, b, b^2, ab,$$

$$a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, ab^2, a^2b^2, a^3b^2, a^4b^2, a^5b^2, a^6b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^6) = \{e, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, b, b^2, ab,$$

$$a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, ab^2, a^2b^2, a^3b^2, a^4b^2, a^5b^2, a^6b^2\}.$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(b) = \{e, b, b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(b^2) = \{e, b, b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(ab) = \{e, ab, a^5b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(ab^2) = \{e, a^3b, ab^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^2b) = \{e, a^2b, a^3b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^2b^2) = \{e, a^6b, a^2b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^3b) = \{e, a^3b, ab^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^3b^2) = \{e, a^2b, a^3b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^4b) = \{e, a^4b, a^6b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^4b^2) = \{e, a^5b, a^4b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^5b) = \{e, a^5b, a^4b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^5b^2) = \{e, ab, a^5b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^6b) = \{e, a^6b, a^2b^2\};$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^6b^2) = \{e, a^4b, a^6b^2\}.$$

Выделим равные централизаторы относительно отношения коммутативности:

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(e) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a^2) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a^3) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a^4) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a^5) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a^6),$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(b) = \chi_{\mathbb{Z}} C(b^2), \chi_{\mathbb{Z}} C(ab) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a^5b^2), \chi_{\mathbb{Z}} C(a^2b) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a^3b^2),$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^3b) = \chi_{\mathbb{Z}} C(ab^2), \chi_{\mathbb{Z}} C(a^5b) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a^4b^2),$$

$$\chi_{\mathbb{Z}} C(a^4b) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a^6b^2), \chi_{\mathbb{Z}} C(a^6b) = \chi_{\mathbb{Z}} C(a^2b^2).$$

Определим количество различных централизаторов элементов относительно отношения коммутативности: в G_{21} восемь различных централизаторов элементов относительно отношения коммутативности.

Пересечение централизаторов элементов группы G_{21} относительно отношение коммутативности:

$$\bigcap_{g \in G} \chi_{\mathbb{Z}} C(g) = \{e\}.$$

Квазицентр $QZ(G_{21})$ группы G_{21} равен $\{e\}$ т.е.:

$$QZ(G_{21}) = e$$

При анализе результатов этой работы возник вопрос: Существует ли группа у которой квазицентр отличен от центра?

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Курош, А. Г. Теория групп [учебник]. – М. : Наука, 1967. – 648 с.
- 2 Каргаполов, М. И. Основы теории групп [учебник] / М. И. Каргаполов, Ю. М. Мерзляков // М. : Наука, 1982. – 288 с.
- 3 Тусупова, А. Ж. Централизатор элемента группы относительно отношения коммутативности / А. Ж. Тусупова, И. И. Павлюк // Вестник ПГУ. Серия физико-математическая. – Павлодар, 2015. – № 1. – С. 97-102.
- 4 Павлюк, И. И. Граф отношения коммутативности на элементах группы тетраэдра / И. И. Павлюк, В. О. Будкова // Материалы международной научной конференции молодых ученых, магистрантов и студентов «XIII Сатпаевские чтения». – Павлодар, 2013. – С. 34-36.

Поступило в редакцию 23.12.15.

А. Ж. Тусупова, И. И. Павлюк

Коммутативтік қатынасқа қатысты топтың квазицентрі туралы

С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ. 23.12.15 баспаға түсті.

A. Zh. Tussupova, I. I. Pavlyuk

On quasicerter of group concerning the commutativity relation

S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar. Received on 10.09.15.

Жұмыста топтар теориясының жаңа ұғымы топтың квазицентрі еңгізілген және топтың центрі квазицентрде орналасатындығы анықталды.

In this work the new concept of the theory of groups «the quasicerter of group» is entered and it is established that the center of group is contained in the quasicerter.

Секция
«ФИЗИКА»

УДК 621.039.84

В. О. Волошин¹, В. В. Вировец², А. Д. Гутенко³

¹ д.т.н., ² начальник лаборатории ТД и К, АО «Алюминий Казахстана»,

³ ст. преподаватель, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар

e-mail: ² virovec@list.ru, ³ a_Gutenko@mail.ru

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЧНОГО КОЭФФИЦИЕНТА
«СРЕДА - ДЕТЕКТОР» ДЛЯ НЕЙТРОННЫХ
МЕТОДОВ КОНТРОЛЯ**

В статье рассматривается полуэмпирическая формула граничного коэффициента «среда – фотодетектор» «а», учитывающего альbedo детектора и контролируемой среды.

Ключевые слова: нейтронный метод, обратное рассеяние, фотодетектор, среда, альbedo.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] рассмотрены теоретические проблемы обратного рассеяния нейтронов регистрируемых детекторными устройствами, позволяющие на основе расчетных нейтронно-физических характеристик контролируемой среды и детектора медленных нейтронов определять пригодность нейтронного метода для контроля физико-химических параметров различных сред. В полученную формулу, удобную для инженерных расчетов, входит коэффициент «а», который, мы полагали, должен в первом приближении равняться эффективности детектора ε. Действительно, если медленный нейтрон вышел из среды В и попал в среду А (детектор), то он должен зарегистрироваться с вероятностью, равной эффективности детектора ε. Для фотодетекторов ЛДНМ (люминесцентные детекторы нейтронов медленных) эта вероятность составляет 75 % в достаточно большом энергетическом диапазоне нейтронов (от 0,025 эВ до 3-5 эВ), для фотодетекторов LiJ(εu), LiJ(Tl) вероятность регистрации строго обратно пропорциональна корню квадратному энергии нейтрона, что легко учесть внесением соответствующих поправок.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Оказалось, что полученные расчетные данные (формула (1), в работе [1]) и экспериментальные результаты в подавляющем большинстве задач не совпадают с разницей в 20 ÷ 50 %. Явное несоответствие результатов обнаружено при исследованиях углеводородных сред (на зольность каменного угля, влажность кокса).

После многочисленных экспериментов и математических расчетов была получена полуэмпирическая формула коэффициента «а», учитывающего альbedo детектора K_A и альbedo K_B контролируемой среды:

$$a = \frac{2K_A K_B}{1 + K_A K_B} + \frac{K_A - K_A^2 K_B}{1 + K_A K_B} \quad (1)$$

Если контролируемая среда является полубесконечной для данной длины замедления быстрых нейтронов и диффузии медленных нейтронов, то К можно определить по формуле:

$$K_A \text{ и } K_B = \frac{1 - 1,155 \sqrt{\Sigma_{at} / \Sigma_{st}}}{1 + 1,155 \sqrt{\Sigma_{at} / \Sigma_{st}}}, \quad (2)$$

где Σ_{at}, Σ_{st} – макроскопическое сечение поглощения и упругого рассеяния нейтронов.

В случае контролируемой среды (и детектора) определенной толщины х формула приобретает вид:

$$K = \frac{1 - 1,155 \sqrt{\Sigma_{at} / \Sigma_{st}} \cdot \operatorname{cth} \sqrt{3 \Sigma_{at} \Sigma_{st} x}}{1 + 1,155 \sqrt{\Sigma_{at} / \Sigma_{st}} \cdot \operatorname{cth} \sqrt{3 \Sigma_{at} \Sigma_{st} x}} \quad (3)$$

При использовании фотодетектора ЛДНМ вторым слагаемым в формуле (1) можно пренебречь, тем более, что его величина сопоставима с величиной (долей) утечки нейтронов через боковую поверхность фотодетектора. Тогда выражение (1) упростится:

$$a = \frac{2K_A K_B}{1 + K_A K_B} \quad (4)$$

При определении зависимости коэффициента обратного рассеяния от зольности каменного угля (N_b = f(A^c) ранее принималось значение «а» равное эффективности ε = 75 %, и этот коэффициент оставался постоянным в пределах изменения зольности А^c от 10 % до 60 %. Рассчитанный по формуле (1) коэффициент «а» в этих же пределах зольности растет от а = 0,45 до а = 0,60.

ВЫВОДЫ

В результате и на основе полученных расчетов граничного коэффициента «среда – фотодетектор» учитывающего альbedo детектора КА и альbedo КВ контролируемой среды появилась возможность с достаточной точностью устанавливать сферу применения нейтронных методов для контроля физико-химических параметров замедляющих, средне поглощающих и сильно поглощающих веществ и материалов, существующих в природе и промышленности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Волошин, В. О., Вировец, В. В., Гутенко, А. Д.** Определение конечной энергии нейтронов, рассеянных различными средами // Вестник ПГУ, Серия физико-математическая. – 2012. – № 3-4. – С. 51-55.

2 **Волошин, В. О., Вировец, В. В., Гутенко, А. Д.** Фотодетекторное устройство в нейтронных приборах контроля // Вестник ПГУ, Серия физико-математическая. – 2012. – № 3-4. – С. 48-51.

3 **Гордеев, И. В., Кардашев, Д. А., Малышев, А. В.** Ядерно – физические константы. Справочник. – М. : Госатомиздат. 1963. – 505 с.

4 **Гартман, В., Бернгардт, Ф.** Фотоэлектронные умножители. – Л. : Госэнергоиздат, 1961. – 208 с.

Поступило в редакцию 23.12.15.

В. О. Волошин, *В.В. Вировец*¹, *А. Д. Гутенко*²

Нейтронды әдістерді бақылау үшін «детектор-ортасы» шекаралық коэффициентті анықтау туралы

¹АО «Алюминий Казахстана»;

²С. Торайғыров атындағы

Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.

23.12.15 баспаға түсті.

V. O. Voloshin, *V. V. Virovets*¹, *A. D. Gutenko*³

Determination of boundary coefficient «environment-detector» for neutron control methods

¹«Aluminium of Kazakhstan», JSC;

²S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar.

Received on 10.09.15.

Мақалада альbedo детекторды және бақылау жүргізілетін ортасының «а» «фотодетектор-ортасы» шекаралық коэффициентінің жарты эмпирикалық формуласы қарастырылды.

In this article the semi-empirical formula of boundary coefficient «environment – photodetector» «a», taking into account the albedo of the detector and the controlled environment is considered.

Секция
«ИНФОРМАТИКА»

УДК 316:314.3

А. Ж. Сарина

ст. преподаватель, магистр информатики Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар.

**ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА АЛГОРИТМОВ
СЖАТИЯ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ
ИЗОБРАЖЕНИЙ В ПРИМЕНЕНИИ ВЕЙВЛЕТ-
ПРЕОБРАЗОВАНИЙ**

В настоящей статье автор рассматривает основные этапы предварительной обработки алгоритмов сжатия гиперспектральных аэрокосмических изображений. Также основные положения теории вейвлет-преобразований и их свойства.

Ключевые слова: вейвлет-преобразование, сжатие, гиперспектральные аэрокосмические изображения, предварительная обработка.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время особое внимание большинство исследователей уделяют актуальным проблемам передаче спутниковых данных космического пространства. Исследования ведутся по обработке гиперспектральных аэрокосмических изображений (АИ) как в нашей республике Казахстан, так и в странах ближнего и дальнего зарубежья, данные работы отражены в [1-4].

Анализ отечественной и зарубежной литературы показал следующие предпосылки для исследования и создания алгоритмов предварительной обработки перед сжатием гиперспектральных АИ. Исследуемые и предлагаемые алгоритмы предварительной обработки обладают существенными недостатками, а именно:

- не учитывающие пространственные и спектральные особенности спутниковых изображений;
- сложность алгоритмов слишком высока, и требования к памяти является слишком большими;
- низкая степень сжатия R после преобразования данных, варьирующая в пределах [1:3];

– сжатие с потерями негативно влияет на процесс оценивания качества декодированных данных.

Поэтому необходимо:

- исследовать основные методы алгоритмов сжатия;
- с помощью математических аппаратов и функций вейвлет-преобразований представить в более компактной форме гиперспектральные АИ;
- понизить ресурсоемкость больших вычислений.

Условно процесс предварительной обработки и сжатия можно разделить на три этапа:

- предварительная обработка;
- основное преобразование;
- кодирование и декодирование компонентов преобразования.

На этапе предварительной обработки производится подготовка исходных данных к выполнению процедуры основного преобразования. В частности, можно выделить два вида такой подготовки:

- преобразование без потерь информации;
- преобразование с потерями информации.

В данной статье рассмотрим преобразование с потерями информации на основе вейвлет кодирования.

На втором этапе с помощью алгоритмов преобразования исходные преобразуются в 224 спектральных составляющих (каналов изображения Aviris).

На этапе кодирования и упаковки компоненты спектральных составляющих подвергаются арифметическому кодированию, сжатию стандартными алгоритмами.

Алгоритм восстановления спектральных составляющих гораздо проще и состоит из двух этапов:

- обратное преобразование;
- восстановление исходных каналов изображения;

На этапе восстановления исходных каналов изображения происходит декодирование спектральных компонент.

На втором этапе с помощью обратного вейвлет преобразования производится переход к временному представлению сигнала.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Вейвлет-преобразование. Под вейвлет-преобразованием подразумевают множество базисных функций, которые формируют компактное описание сигнала. Анализ изображений, построенных на таких базисах, осуществляется по двум переменным – масштабу и сдвигу [5]. Это позволяет разделить наибольшие и наименьшие компоненты изображений, локализуя их на временной шкале.

Особенностью вейвлет-преобразования является возможность сжатия и восстановления гиперспектральных АИ.

Изображение, полученное при помощи вейвлет-преобразования, можно сжимать различными методами. Большинство из них можно отнести к одной из двух категорий. К первой категории относятся методы, сводящиеся к передаче значений амплитуд значимых компонент и их координат. Методы второй категории не передают адреса, а основываются на компактном представлении информации обо всех спектральных компонентах преобразованного изображения.

Некоторые алгоритмы используют подход, аналогичный применяемому в алгоритме JPEG. При этом вейвлет-спектр подвергается квантованию. Квантование, как и в JPEG выполняется после деления исходного вейвлет-спектра на матрицу квантования. После этого осуществляется кодирование RLE, затем полученная информация сжимается в использовании статистического кодирования, например сжатие по Хаффману, арифметическое сжатие.

Первое упоминание о вейвлетах появилось в литературе по цифровой обработке и анализу сейсмических сигналов в работах А. Гроссмана и Ж. Морлета. Однако набор базисных функций был избыточным, так как основной интерес авторов был направлен на анализ сигналов. Далее, математик И. Мейер показал природу вейвлетов, образующих ортонормальный базис в $L_2(\mathbb{R})$. Дискретизация вейвлет-преобразования была описана в работах И. Добеши, которая объединила научные разработки математиков и специалистов в области обработки сигналов. Ею было разработано семейство вейвлет-преобразований, имеющих максимальную гладкость для данной длины фильтра. Популярность вейвлетов увеличилась после введения С. Маллатом концепции кратномасштабного анализа. Он же, первым применил вейвлеты для кодирования изображений. И И. Добеши, и С. Маллат показали, что практическое выполнение вейвлет-преобразований осуществляется посредством двухполосного банка фильтров анализа-синтеза известного ранее в теории субполосного кодирования. Главное различие между этими двумя направлениями заключается в критериях построения фильтров [6].

Идеи теории вейвлет-преобразований частично были разработаны еще в начале XX века. Например, А. Хаар опубликовал в 1910 году полную ортонормальную систему базисных функций с локальной областью определения. Данные функции называются вейвлетами Хаара, которые используются автором в предварительной обработке в задаче сжатия гиперспектральных АИ.

Основные свойства и требования для предварительной обработки с помощью вейвлетных преобразований. В настоящее время исследования в области применения вейвлетов для алгоритмов сжатия изображений ведутся по многим направлениям. Целью изложения данной статьи является изучение основ теории вейвлет-преобразований и обзора основных методов применения вейвлет-преобразований к задаче сжатия гиперспектральных АИ.

Несмотря на то, что теория вейвлет-преобразований уже в основном разработана, точного определения «вейвлет», какие функции можно назвать вейвлетами, насколько известно, не существует. Обычно под вейвлетами понимаются функции, сдвиги и растяжения которых образуют базис многих важных пространств, в том числе и $L_2(\mathbb{R})$. Эти функции являются компактными как во временной, так и в частотной области. Вейвлеты непосредственно связаны с кратномасштабным анализом сигналов.

Перечислим основные свойства вейвлетов:

- вейвлеты могут быть ортогональными, полуортогональными, биортогональными;
- функции могут быть симметричными, асимметричными и несимметричными;
- различают вейвлеты: с компактной областью определения и не имеющие таковой;
- вейвлеты различаются также степенью гладкости.

Для практической части выполнения вейвлет-преобразований необходимо иметь ортогональные симметричные или асимметричные вейвлеты. Такими вейвлетами являются лишь вейвлеты Хаара. Функции Хаара не обладают достаточной гладкостью и не подходят для большинства приложений, поэтому для кодирования изображений обычно используют биортогональные вейвлеты.

Одним из основных средств обработки сигналов является линейное преобразование. Традиционно, кодеры, основанные на линейном преобразовании, делят на кодеры с преобразованием и субполосные.

Кодирование с линейным преобразованием основывается на применении ортогонального линейного преобразования. Примером такого преобразования является дискретное преобразование Фурье, которое разлагает сигнал на синусоидальные компоненты. Другими примерами являются дискретное косинусное преобразование и преобразование Корунена-Лоэва. Эти преобразования находятся путем вычисления свертки сигнала конечной длины с семейством базисных функций. В результате получается ряд коэффициентов, которые подвергаются квантованию и дальнейшей обработке.

Сформулируем некоторые важные требования, предъявляемые к вейвлет-преобразованиям, используемым при сжатии гиперспектральных АИ.

Выбор масштаба. В изображениях имеются объекты различных размеров. Поэтому, преобразование должно позволять анализировать изображение одновременно и независимо на различных масштабах, иначе говоря, допускать кратномасштабный анализ.

Для двухмерного сигнала некоторая спектральная область соответствует определенному масштабу и ориентации. Ориентация базисных функций определяет способность преобразования корректно анализировать ориентированные структуры, типичные для изображений (границы и контуры). Таким образом, для решения задачи кратномасштабного анализа желательно иметь преобразование, которое делило бы входной сигнал на локальные частотные области.

Пространственная локализация. Необходимость в пространственной локализации преобразования возникает тогда, когда информация о местоположении компонентов изображения является важной. Эта локальность, однако, не должна быть абсолютной, блочной, как при ДКП, так как это ведет к потере свойства локальности в частотной области. Вейвлеты являются еще одним примером функций, локализованных в пространственной и частотной областях.

Ортогональность. Исследования показали, что преобразование не обязательно должно быть ортогональным. Ортогональность функций лишь упрощает вычисления.

ВЫВОДЫ

Предложен процесс предварительной обработки и сжатия гиперспектральных АИ, включающий предварительную обработку, основное преобразование, кодирование и декодирование компонентов преобразования.

Рассмотрены основные положения вейвлет-преобразований, а именно основные свойства вейвлетов и требования для предварительной обработки гиперспектральных АИ с помощью вейвлетных преобразований.

Данная статья является очередным теоретическим исследованием в задаче предварительной обработки для сжатия гиперспектральных АИ.

В перспективе исследования автора – использование функций вейвлет-преобразований в решении задачи сжатия гиперспектральных АИ с потерями информации и без потерь.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Sujithra, D. S., Manickam, T., Sudheer, D. S.** Compression Of Hyperspectral Image Using Discrete Wavelet Transform And Walsh Hadamard Transform. International Journal of Advanced Research in Electronics and Communication Engineering (IJARECE) Volume 2, Issue 3, March 2013. ISSN:2278 – 909X

2 **Yongjian, Nian, Mi He, JianweiWan1.** Low-Complexity Compression Algorithm for Hyperspectral Images Based on Distributed Source Coding. – Hindawi Publishing Corporation. Mathematical Problems in Engineering. Volume 2013. – Article ID 825673. – 7 p. – <http://dx.doi.org/10.1155/2013/825673>

3 **Keerthana, P., Sivasankar A.** The Impact of Lossy Compression on Hyperspectral Data Adaptive Spectral Unmixing and PCA Classification. – International Journal of Science and Modern Engineering (IJSME). – ISSN : 2319-6386. – Volume -1, Issue 7. – June 2013.

4 **Cheng, Kai-Jen.** Compression of Hyperspectral Images. School of Electrical Engineering and Computer Science and the Russ College of Engineering and Technology by. Dissertation. – December, 2013.

5 **Блаттер, К.** Вейвлет-анализ. Основы теории. – М. : Техносфера, 2006. – 279 с.

6 **Ватолин, Д., Ратушняк, А., Смирнов, М., Юкин, В.** Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. – М.: Диалог-МИФИ, 2003. – 384 с.

Поступило в редакцию 23.12.15.

А. Ж. Сарипова

Вейвлет түрлендіруді қолданудағы қысу алгоритмдерін гиперспектральдық аэроғарыштық суреттерді алдын ала өңдеу

С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.
23.12.15 баспаға түсті.

A. Zh. Sarinova

Pretreatment of the hyperspectral space images compression algorithms in the application of wavelet transform

S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar.
Received on 10.09.15.

Бұл мақалада автор гиперспектральды аэроғарыштық суреттерді қысу үшін алдын-ала өңдеу алгоритмдерінің негізгі кезеңдерін қарастырады. Ол сондай-ақ, вейвлет өзгерістері және олардың негізгі қасиеттері теориясының бірдей танылған заңдылықтары болып саналады.

In this article the author considers the main stages of pre-processing the hyperspectral aerospace images algorithms compressing. Also, the basic tenets of the theory of wavelet transforms and their basic properties.

Секция
«НАУЧНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
ПО ОТРАСЛЯМ»

УДК 378.147.004:78

Л. В. Горчаков¹, Ю. А. Вишенкова², М. М. Нургожина³

¹д.ф.-м.н., профессор, НИ Томский государственный университет, Россия,
г. Томск

^{2,3}магистранты, Павлодарский государственный университет имени
С. Торайгырова, г. Павлодар

e-mail: ¹gorchakov@phys.tsu.ru, ²93elchik@mail.ru,
³madina_nur808@mail.ru

**НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОГО УЧЕБНОГО
ПРИБОРОСТРОЕНИЯ И ИХ РЕШЕНИЕ**

Современное учебное приборостроение начинается с создания прототипа учебного прибора. В этом процессе активное участие принимают студенты, преподаватели и инженеры соответствующих кафедр университетов. Рассмотрим некоторые проблемы, которые приходится при этом процессе решать. Создание прибора – это не всегда создание нового прибора. Часто приходится модифицировать старые приборы в соответствии с успехами в области информационных технологий и моральным устарением программного обеспечения.

Ключевые слова: приборостроение, программирование, интерфейс, автоматизация.

ВВЕДЕНИЕ

Автоматизация эксперимента дает возможности для проведения сложных, информативно ёмких экспериментов. Кроме того, это позволяет увеличить точность и скорость проведения эксперимента. Полученные данные более наглядны, легче поддаются обработке, так как основную, трудоёмкую часть работы выполняет компьютер.

В настоящее время технические возможности регистрации физических величин позволяют быстро получать значительные объёмы информации. Обработка таких данных возможна только при высоком уровне автоматизации.

В учебном процессе часто используется моделирование физических явлений с помощью компьютерной программы, но реальный физический эксперимент должен быть неотъемлемой частью процесса обучения. Участие студентов в создании приборов в лабораторной информационно-измерительной системе с участием компьютера позволяет познакомиться с современными компьютерными технологиями и освоить навыки создания новых приборов.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

При разработке приборов для экспериментальной установки возникают следующие проблемы:

Поскольку модернизация и аппаратной и программной части выполняется не на заводе, а в учебной лаборатории, то не выполняются все необходимые этапы работы, а именно: полная документация как схемы аппаратуры, так и содержимого исходников создаваемых программ. Эта проблема решается путем установления жесткой дисциплины труда и отчетности.

Сложность создания механической части аппаратуры в связи с отсутствием в составе лаборатории конструкторов, токарей и слесарей. Решается путем оформления заказа в мастерских.

Плохая документированность аппаратной и программной части в поставляемой к установке документации. Это сложная проблема связана с защитой интеллектуальной собственности и решается она может путем создания банков интеллектуальной собственности на уровне государства и определением порядка доступа к этим базам.

Плохая сохранность документации к приборам. Поскольку приборы работают десятками лет и передаются от одного ответственного к другому, то часто происходит потеря документации, так как большее внимание уделяется присутствию материальной части, а на наличие инструкций к приборам не хватает сил. Восстановить документацию не представляется возможным. Поэтому предлагается при получении новых приборов сразу делать электронные копии документации и хранить их в соответствующей базе.

Данная работа является первой в планируемой серии статей и направлена на решение указанных проблем. В настоящее время на кафедре силами студентов, инженера и преподавателей созданы следующие установки:

- 1) Определение отношения C_p/C_v воздуха при постоянном давлении и объеме.
- 2) Определение скорости звука в воздухе резонансным методом.
- 3) Определение ускорения свободного падения.

- 4) Изучения процессов зарядки и разрядки конденсатора.
- 5) Изучение затухания колебаний в контуре RLC.
- 6) Резонанс токов.
- 7) Резонанс напряжений.
- 8) Определение зависимости сопротивления металлов и проводников от температуры.
- 9) Изучение дифракции света на щелях.
- 10) Определение постоянной Ридберга.
- 11) Изучение поведения коэффициента преломления.
- 12) Анализ свойств материалов с помощью сцинтиляционного счетчика.

В данной работе на примере модернизации лабораторной работы «Анализ свойств материалов с помощью сцинтиляционного счетчика» мы рассмотрим возникающие проблемы и их решение.

1. Описание и принцип работы экспериментальной установки

Установка (рисунок 1) позволяет работать как с фоновым излучением, так и с изотопами, например Со60. Это дает возможность определить распределение гамма-квантов изотопа по энергии, а, следовательно, и сам исследуемый образец, если он неизвестен априорно.

Гамма-излучение (фоновое или фоновое плюс от источника) проходит свинцовый коллиматор и попадает в сцинтиллятор. Попавшие в сцинтиллятор кванты взаимодействуют с его атомами, выбивая электроны из атомных оболочек. Вырванные электроны (обычно их называют конверсионными) тормозятся в веществе сцинтиллятора, расходуя часть энергии на возбуждение атомов среды. Возбужденные атомы высвечиваются, испуская электромагнитное излучение. Часть образовавшихся фотонов, пройдя через сцинтиллятор, попадает в ФЭУ, где преобразуются в импульсы напряжения. Сформированные таким образом импульсы поступают на вход измерительного устройства. Измерительное устройство состоит из усилителя, устройства выборки-хранения, аналого-цифрового преобразователя (АЦП) и схем управления. Оно предназначено для преобразования значения амплитуда сигнала объекта исследования в цифровую форму, передачи полученной информации в компьютер и организации связи с последним по определенному протоколу обмена. Далее полученные значения передаются в компьютер, где визуализируются в виде графика зависимости числа импульсов от их амплитудного значения. Процесс измерений автоматизирован, так как управление ходом эксперимента осуществляется программой, запущенной на компьютере.



Рисунок 1 – Вид экспериментальной установки

1.1 Описание аппаратной части установки

Программа писалась для готовой экспериментальной установки, которая на рисунке 1 видна в правой стороне. Прибор состоит из блока питания, который вырабатывает необходимые напряжения для питания ФЭУ и счетчика Гейгера и подключается к компьютеру через lpt-порт. Сам счетчик и ФЭУ располагаются в стойке, на верх которой можно положить радиоактивный образец. Описание принципов работы прибора дано в документации-паспорте на установку. Программное обеспечение поставлялось на дискете с exe-программой без исходника. Интерфейс с установкой описан в документации следующим образом [3]:

- 1) Для инициализации установки программа обмена должна установить на входе 3 уровень логической единицы.
- 2) При регистрации установкой частицы на выходе 11 устанавливается уровень логического нуля. Данные считываются с выходов 15,13,12,10 в два приема D4...D7 при поданном на вход 2 уровне логической единицы и D0...D3 при поданном на вход 2 уровне логического нуля.
- 3) После считывания данных необходимо установить на входе 3 уровень логического нуля на время не менее 2 мкс.
- 4) Назначение контактов разъема установки ФПК 12.

Таблица 1

DB25P	Контакт	Цепь
18...25	GND	
16	Режим Ручной/автомат	Выход
11	Готовность данных	Выход

3	Сброс	Вход
15	Данные D0/D4	Выход
13	Данные D1/D5	Выход
12	Данные D2/D6	Выход
10	Данные D3/D7	Выход
2	Мультиплексор	Вход

Следует обратить внимание, что в документации дается нумерация физических пинов в разьеме относительно принтера, т.е. направление передачи данных рассматривается от принтера. Схема параллельного порта приведена на рисунке 2.

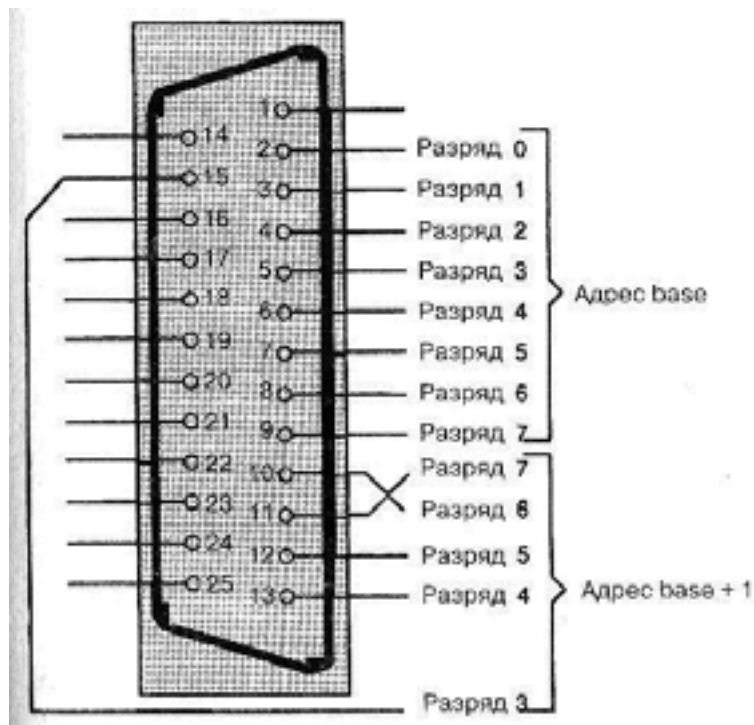


Рисунок 2 – Назначение контактов в lpt-разьеме

1.2 Описание модернизации программной части

Прилагаемая к установке дискета содержит EXE-файл, созданный в оболочке Бейсик и отсутствует исходник. Поэтому программу пришлось создавать с нуля. в современной оболочке Дельфи.

Основной блок в паскалевском варианте выглядит следующим образом (адрес lpt-порта adr=888)

Out32(adr,2); //инициализация порта-на вход 3 подается 1. Поскольку вход 3 фактически является вторым битом байта, посылка в порт 2 как раз и дает 1 в этом разряде.

if Inp32(adr+1)<128 then begin//если на выходе 11 стоит 0, т.е. зафиксирована частица, выход 11-это 7-й бит второго байта, если 1 в нем нет, то число в нем будет меньше 128.

Out32(adr,3); //мультиплексор 1-на вход 2 подается 1
sleep(30);

d[1]:=Inp32(adr+1);// чтение младших 4 бит

Out32(adr,2); //мультиплексор 0-на вход 2 подается 0

d[0]:=Inp32(adr+1);// чтение старших 4 бит - дело в том, что второй порт содержит только 4 бита необходимой нам информации

Out32(adr,0); sleep(1);//сбрасываем 1 с входа 3 и ждем 2 мкс

res:=digr(inttostr(d[1]),inttostr(d[0]));// собираем число в строку

(функции ввода-вывода Outp32 и Inp32 взяты из библиотеки, которая позволяет работать с портами в Windows XP, для их работы необходимо в основную программу добавить следующие объявления

function Inp32(PortAdr:word):byte;stdcall;external 'inpout32.dll';

function Out32(PortAdr:word;Data:byte):byte;stdcall;external 'inpout32.dll';

а в каталог, где располагается exe-файл, добавить файлы N.H и INPOUT32.DLL. При выполнении работы иногда счетчик сбивается и начинает поставлять данные не в нужном формате. Такие данные отлавливаются программой и принудительно устанавливаются в нуль с помощью следующей команды

if radiobutton2.checked then dann1[strtointdef(res,0)]:=
dann1[strtointdef(res,0)]+1 else dann[strtointdef(res,0)]:=
dann[strtointdef(res,0)]+1;

Здесь вместо функции strtoint использована функция strtointdef, позволяющая в случае ошибки при переводе из строки в число заменить его константой. В качестве последней взята 0, поэтому все ошибочные данные будут посчитаны в элементе массива с индексом 0. Поэтому, если в процессе работы обнаруживается быстрый рост числа фотонов в области 0, необходимо остановить эксперимент и запустить его заново.

1.3 Процесс выполнения работы в локальном варианте

1) Включить компьютер.

2) Включить тумблер «сеть» на задней панели устройства измерительного.

При этом на передней панели устройства измерительного загорится индикатор. Дайте прибору прогреться 5 минут.

3) Поворачивая ручке «напряжение» на передней панели устройства измерительного, установите напряжение питания ФЭУ равное 0.5 кВ.

4) В каталоге найти программу и запустить ее на счет

При выполнении эксперимента на данном компьютере не следует выполнять какие-либо другие задачи (даже если это калькулятор). Программа эксперимента устроена таким образом, что даже при небольших задержках процессора она будет выводить сообщения об ошибках.

5) В окошке «Время» установите время накопления (секунды). Рекомендуется не менее 300 с.

6) Под надписью «Эксперимент» найдите окошко «все». В этом окошке установите число повторений эксперимента.

Под надписью «Спектр» выберите режим «темновой».

8) Нажмите «старт».

В графическом окне будет отображаться текущее состояние эксперимента. Приостановить эксперимент можно нажатием кнопки «стоп», обнулить данные всего эксперимента нажатием кнопки «сброс». После окончания эксперимента в графическом окне будет видна зависимость числа импульсов от их амплитуды, полученная в последнем из общего числа повторений эксперимента. При желании график можно сгладить. Для этого в окошке «сгладить» необходимо установить нечетное число - то число точек, по которым проводится усреднение. Значение данной точки заменяется на среднее значение выбранного числа точек, которые находятся в окрестности усредняемой точки, включительно.

Полученная кривая будет содержать два ярко выраженных максимума в случае использования изотопа.

9) Не изменяя параметров и настроек эксперимента, установите источник излучения в держатель объекта исследования.

10) Повторите пункты 5-8, выбрав вместо режима «темновой» режим «источник».

Полученная зависимость является суммой фонового сигнала и сигнала от источника.

11) Нажмите кнопку «вычитание».

В графическом окне дисплея появится истинная спектральная характеристика источника гамма-квантов ^{60}Co вида рисунок 3.

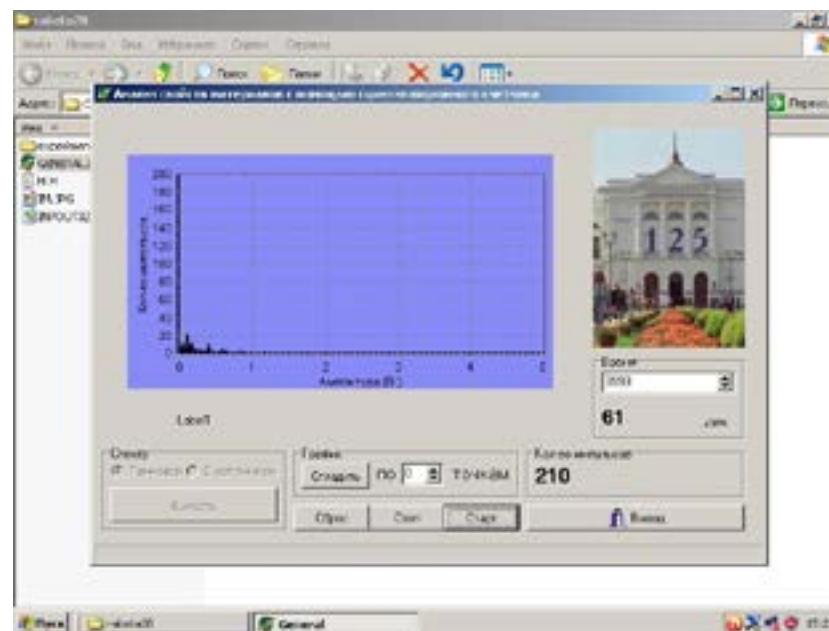


Рисунок 3 – Вид экспериментальной кривой

Числовые данные сохраняются в текстовом файле Results.txt и могут быть импортированы в Excel и по ним можно построить график.

12) Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы.

13) Выключите тумблер «сеть» на задней панели устройства измерительного.

14) Выключите компьютер.

Полная структура программы показана на рисунке 4.

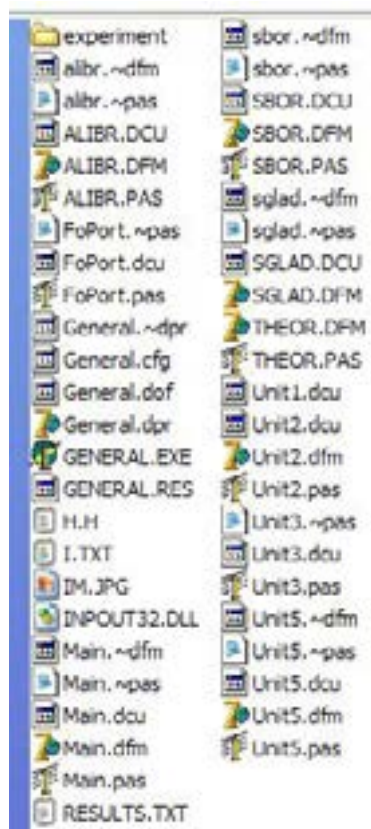


Рисунок 4 – Структура программы локального доступа

ВЫВОДЫ

Таким образом, мы рассмотрели проблемы, возникающие при модернизации программного обеспечения лабораторной установки, и показали способы решения этих проблем. Данная установка используется в процессе обучения студентов на кафедре.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Савельев, И. В. Курс общей физики [учебник] // М. : Наука, 1982. – Т. 1. – 517 с.
- 2 Савельев, И. В. Курс общей физики [учебник] // М. : Наука, 1982. – Т. 2. – 536 с.

3 Установка для изучения работы сцинтилляционного счетчика ФПК-12, паспорт, Ровенское научно-производственное предприятие «УЧЕБНАЯ ТЕХНИКА». – Ровно, 2002.

Поступило в редакцию 23.12.15.

Л. В. Горчаков¹, Ю. А. Вишенкова², М. М. Нургожина²

Қазіргі оқудағы аспапжасауының кейбір мәселелері және олардың шешуі

¹ФЗ Томск мемлекеттік университеті, Томбы қ., Ресей;

²С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ. 23.12.15 баспаға түсті.

L. Gorchakov¹, Yu. Vishenkova², M. M. Nurgozhina²

Some problems of modern educational instrumentation and their solution

¹SR Tomsk State University, Tomsk, Russia;

²S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar. Received on 10.09.15.

Қазіргі оқудағы аспапжасауы оқу құрылғысының прототипін құрастыруынан басталады. Бұл үдерісте студенттер, оқытушылар мен университеттің тиісті кафедраларының инженерлері белсенді қатысады. Осы үдерістің барысында пайда болған кейбір мәселелерін қарастырып көрейік. Құрылғыны жасау – ол әрдайым тек қана жаңа құрылғыны жасап шығару емес. Ақпарат технологияларының саласындағы жетістіктеріне сәйкес және бағдарламалық қамтамасыз етудің моральдық ескіруіне сай ескі құрылғыларды модификациялау жиі керекке соғады.

Modern educational instrument begins with the creation of the prototype training device. Students, teachers and engineers of relevant departments of universities participate in this process. Consider some of the problems that have to be solved by this process. We creating a device doesn't always mean to create a new instrument. Often it is necessary to modify the old appliances in accordance with the progress in information technology and moral obsolescence of the software.

УДК 51(091)

О. А. Захарова¹, М. К. Кудайберген², Л. И. Теняева³

¹ старший преподаватель, ² магистр математики, ³ магистр математики
 Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова,
 г. Павлодар
 e-mail: ¹olga.zaharova.60@mail.ru, ²marizhank@mail.ru,
³tenyaeva80@mail.ru

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ НА ВОСТОКЕ

В данной статье представлен обзор развития истории тригонометрии, показывающий развитие математических идей у математиков Востока, их взаимосвязь с тригонометрическими знаниями греческих и индийских ученых.

Ключевые слова: тригонометрия, астрономия, геометрия, история развития математики, Древний Восток.

ВВЕДЕНИЕ

Данная статья посвящена истории развития тригонометрии, показывает развитие математических идей у математиков Востока, их взаимосвязь с тригонометрическими знаниями греческих и индийских ученых. Авторы статьи сделали попытку описать этапы возникновения и развития тригонометрии, которая в большей степени была связана с развитием астрономии – науки о движении небесных тел, о строении и развитии Вселенной, а также с геометрией. В данной статье приведены интересные сведения тригонометрического характера, которые встречаются в старинных памятниках других народов древности.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Одним из важных разделов математики является тригонометрия. Эта дисциплина незаслуженно забыта, а ведь исторически она предшествовала алгебре и тесно была связана с геометрией и астрономией. Слово «тригонометрия» происходит от греческих слов «тригон» – треугольник и «метр» – измеряю, то есть означает «измерение треугольников». Возникновение тригонометрии обязано развитию астрономии – науке о движении небесных тел. [1].

Зачатки тригонометрии обнаружены в сохранившихся документах Древнего Вавилона, где астрономия достигла значительного развития. Так,

вавилонские ученые составили одну из первых карт звездного неба, умели предсказывать солнечные и лунные затмения. В то время сферическая тригонометрия, непосредственно применявшаяся в астрономии, начала развиваться раньше плоской из подсобных глав астрономии и самостоятельно не существовала.

Некоторые сведения тригонометрического характера встречаются в старинных памятниках других народов древности. Первые тригонометрические таблицы хорд были составлены астрономом – математиком Гиппархом из Никей во втором веке до нашей эры, его «Альмагест» содержит элементы прямолинейной и сферической тригонометрии, описание астрономических инструментов. Техника тригонометрических вычислений, применявшихся для решения прямоугольных треугольников, получила значительное развитие в Индии. Таблицы синусов были введены индийскими астрономами, которые рассматривали и линию косинуса [2].

Помимо выделения алгебры, важнейшей характерной чертой арабской математики было формирование тригонометрии. В этой области происходил синтез разнообразных тригонометрических элементов: исчисление хорд и соответственные таблицы древних. На основе этого разнородного материала математики стран Ближнего Востока и Средней Азии ввели все основные тригонометрические линии. В связи с задачами астрономии они составили таблицы тригонометрических функций с большой частотой и высокой точностью. Данных накопилось при этом так много, что стало возможным изучать свойства плоских и сферических треугольников, способы их решений и из этого получилась богатая фактами стройная математическая теория тригонометрии как плоской, так и сферической.

Вместе с выяснением практического знания тригонометрии, арабские ученые изменили ее облик. В тригонометрии стал преобладать материал об алгебраических зависимостях тригонометрических функций, о вычислительных средствах и возможностях тригонометрии. Из-за отсутствия удобной символики задерживалось аналитическое построение тригонометрии, но тригонометрия в математике Среднего Востока стала отдельной математической наукой. Из совокупности вспомогательных средств астрономии она преобразовалась в науку о тригонометрических функциях в плоских и сферических треугольниках и способах решения этих треугольников. Алгоритмически-вычислительные средства стали играть в ней преобладающую роль. Оставался один только шаг: введение специфической символики, чтобы тригонометрия приобрела привычный, аналитический облик.

В математике периода 7-9 века можно увидеть такое смешение различных научных влияний, какое встречается в Александрии и в Индии.

Халифы Аббасиды, особенно Аль-Мансур (754–775 гг.), Харун-аль-Рашид (786–809 гг.) и аль-Мамун (813–833 гг.), покровительствовали астрономии и математике. Аль-Мамун построил в Багдаде «Дом мудрости» с библиотекой и обсерваторией. Здесь появилось слово «синус», которое является латинским переводом арабского написания санскритского слова «джива». Значения синуса соответствовали полухорде двойного угла, ранее Птолемей применял полную хорду, и рассматривались как отрезки, а не как числа [5].

Арабские астрономы внесли свой вклад в тригонометрию. Значительная часть тригонометрических знаний содержится в работах Аль-Баттани, жившего 850–929 годах – одного из великих арабских астрономов, который располагал таблицей значений котангенса для каждого градуса («umbra extensa» – «развернутая тень») и умел решать задачи, сводившиеся к применению теоремы косинусов для сферических треугольников. Его труды показывают, что восточные ученые были не только переписчиками античных книг, но владели как греческими, так и восточными методами, вносили новое развитие в математику. Так, Абу-аль-Вафа (940–997 гг.) вывел теорему синусов сферической тригонометрии, вычислил таблицу синусов с интервалом в $15'$, значения в которой точны до восьмого десятичного знака, ввел отрезки, соответствующие секансу и косекансу и выполнил много различных геометрических построений, применяя циркуль постоянного раствора. Он продолжал также, вслед за греками, изучение уравнений третьей и четвертой степени. Аль-Кархи в начале одиннадцатого столетия написал алгебру «для подготовленных», причем он следуя Диофанту, располагал интересными результатами относительно иррациональных чисел [6].

Нет необходимости проследивать многочисленные политические и этнологические изменения в мире Востока, но они вызывали подъемы и падения в развитии астрономии и математики. Одни научные центры исчезали, другие в течение некоторого времени процветали, но, по сути, общий характер науки оставался без изменений. Укажем здесь лишь на некоторые высшие точки развития тригонометрии того времени. После того как в 1256 году монголы разграбили Багдад, неподалеку от него возник новый центр учености в виде Марагинской обсерватории, которая была построена монгольским правителем Хулагу для ученого Насирэддина ат-Туси. Здесь возникло учреждение, в котором сосредоточилась вся наука Востока того времени.

Насирэддин ат-Туси (1201–1274 гг.) – выдающийся персидский математик и астроном, наибольших успехов достиг в области сферической тригонометрии. В его «Трактате о полном четырехстороннике» 1260 года, тригонометрия впервые была представлена как самостоятельная наука. Это трактат содержит полное и целостное построение всей тригонометрической

системы, способы решения типичных задач, в том числе труднейших, решенных самим ат-Туси. В его книге развита теория отношений, изложена теория фигур, состоящих из четырех попарно пересекающихся прямых, собраны способы решения плоских и сферических треугольников, решена задача об определении сторон сферического треугольника по трем углам. Этому ученому принадлежит также первое известное нам описание извлечения корня любой степени, и оно опирается на правило разложения бинома. В сочинении достаточно полно изложено то, что было установлено раньше другими учеными, а также отдельные исследования самого автора. Ат-Туси отделил от астрономии тригонометрию как самостоятельную науку. Его попытки доказать аксиому о параллельных Евклида, причем он следовал ходу мыслей Омара Хайяма, показывают, что он ценил теоретический метод греков. Тригонометрический труд Насирэддин ат-Туси оказал в дальнейшем влияние на европейских математиков, в частности на Региомонтана. Влияние ат-Туси было ощутимо в Европе эпохи Возрождения, и еще в 1651 и 1663 гг. Джон Валлис пользовался работой ат-Туси о постулате Евклида. Ат-Туси был продолжателем традиций Омара Хайяма и в своей теории пропорций, и в новых численных приближениях иррациональных чисел [1].

ВЫВОДЫ

Приведенный в данной статье обзор развития истории тригонометрических знаний на Востоке. В статье приведены сведения о трудах выдающихся ученых исламского мира, вклад которых в математику сыграл огромную роль. Благодаря исследованиям ученых Востока стало возможным изучать свойства плоских и сферических треугольников, способы их решений и из этого получилась богатая фактами стройная математическая теория тригонометрии как плоской, так и сферической, таким образом, в тригонометрии стал преобладать материал об алгебраических зависимостях тригонометрических функций, о вычислительных средствах и возможностях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Глейзер, Г. И. История математики в школе (7-8 классы) [учебник]. – М. : Просвещение, 1982. – 230 с.
- 2 Юшкевич, А. П. История математики с древнейших времен до начала 19го столетия [учебник]. – Т. 1. – М. : Просвещение, 1970. – 201 с.
- 3 Туси, Н. Трактат о полном четырехстороннике / Насиреддин Туси // Перевод под редакцией Г. Д. Мамедбейли и Б. А. Розенфельда. – Баку, 1952. – 220 с.

4 **Стройк, Д. Я.** Краткий очерк истории математики. [учебное пособие]. – М. : Наука, 1990. – 232 с.

5 **Рыбников, К. А.** История математики [учебник]. – М. : Изд-во МГУ, 1994. – 496 с.

6 **Захарова, О. А.** Математические концепции ученых Античности и Востока [монография] // Saarbrücken : LAP Lambert Academic Publishing, 2013. – 153 с.

Поступило в редакцию 23.12.15.

О. А. Захарова, М. К. Құдайберген, Л. И. Теняева

Шығыста тригонометриялық білімдердің даму тарихы

С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.
23.12.15 баспаға түсті.

O. Zakharova, M. Kudaibergen, L. Tenyaeva

The history of trigonometric knowledge development in the East

S. Toraihyrov Pavlodar State University, Pavlodar.
Received on 10.09.15.

Берілген мақалада Шығыс математиктерінің математикалық идеяларының дамуын, олардың грек және үнді ғалымдарының тригонометриялық білімдерімен байланысын көрсететін, тригонометрия тарихының дамуына шолу келтірілген.

The review of the period of the mathematics history is presented in this article, showing development of mathematical ideas in the Classical antiquity, their interrelation with philosophy of the corresponding public formation.

ӨОЖ 53.02

Б. Ш. Исимова¹, А. Авдолхан², А. Б. Искова³

жаратылыстану ғылымдарының магистрлері
С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті,
Павлодар қ.
e-mail: ¹Diary_5@mail.ru, ²a_pvl88@bk.ru

МОДЕЛЬДЕУ ҮДЕРІСІ ЖӘНЕ ОНЫҢ КЕЗЕҢДЕРІ

Берілген мақалада студенттердің «Физика» пәні бойынша білім деңгейін, сонымен қоса әдістемелік жабдықтау мен зертханалық сабақтарды жақсартуда компьютерлік модельдеудің негізі, оның түрлері және компьютерлік модельдеуді құрудың негізгі кезеңдері қарастырылады.

Кілтті сөздер: модель, компьютерлік модель, модельдеу кезеңдері, адекваттылық, алгоритм

КІРІСПЕ

Бүгінгі таңда, компьютерлік технологиялардың кең қолданыс тапқанына байланысты негізгі ғылыми бағыттардың бірі компьютерлік модельдеу болып отыр. Ол зерттеудің ғылыми танымының ерекше әдісі болып табылады. «Ғылым - шындықты жуықтау жобасы, тек модельдермен ғана істес бола алады» деп жазады Н. Н. Моисеев. Ғылым, техника мен технологияның дамуы үшін компьютерлік модельдеудің бүгінгі беретін мүмкіндіктері зор. Математикалық, оның ішінде компьютерлік модельдеу ядролық және космостық салаларда аз уақыт қолданып жүрген жоқ және жеткен жетістіктерінің үлкен бөлігі осы салаларға тиісті. Ол жаңа бағыттарды - авиақұрылысты, машина құрылысын, химиялық өндірісті және т.б. жылдам жаулап алуға.

НЕГІЗГІ БӨЛІМ

Практикалық есепті шешу тұрғысынан модельдерді пайдалану оқып үйренетін объектілердің мәнін, мазмұнын демонстрациялауға мүмкіндік береді. «Модель» ғылым мен техникада көп мағыналы ұғым болғандықтан модельдердің түрін нақты және толық бір жүйеге келтіріп классификациялау мүмкін емес десе де болады. Бір объектінің бірнеше модельдері болуы мүмкін, сол сияқты түрлі объектілер бір модельді сипаттауы мүмкін. Бұл елеулі белгілерді таңдау зерттеудің максаттарына байланысты екенімен түсіндіріледі.

Көбінесе модельдерді қасиеттеріне қарай мынандай топтарға жіктейді: Қолдану аймағы (оқу моделі, тәжірибелік модель, ғылыми-техникалық модель, ойын модельдері, имитациялық модель).

Модельде уақыт факторын ескеру (динамикалық және статистикалық модель).

Білім саласына қарай топтау.

Модельді көрсету тәсіліне қарай топтау (материалдық және ақпараттық (ол өз ішінде бөлінеді: таңбалық (компьютерлік және компьютерлік емес) және вербальдық).

Әр түрлі модельдерді тарату үшін әр түрлі аспаптар қолданылады. Модельдерді сипаттау үшін көптеген формальды тілдер бар.

Материалдық модель құру үшін суретші қылқаламы, фотоаппарат, ара, балға, сызғыш т.б. таңбалық құралдар жеткілікті.

Егер модель абстракты түрде бейнеленсе, оларды сипаттауға мүмкіндік беретін арнайы тіл, сызба, график, алгоритм, математикалық формулалар т.б. таңбалық жүйелер қолданылады. Ал оларды тарату екі түрлі құралмен іске асырылады. Бірі-кәдімгі аспаптар, ал екіншісі-кәдімгі компьютер болып табылады.

Тарату тәсіліне қарай модельдер компьютерлік және компьютерлік емес болып бөлінеді.

Компьютерлік модель деп программалық орта көмегімен іске асатын модельдерді айтады. Ол математикалық модельдеудің бір бағыты болып табылады.

Математикалық модель деп берілген процестерді зерттеу үшін физикалық мәні әр түрлі болса да ұқсас математикалық өрнектермен бейнеленетін құбылыстарды қарастыру тәсілі аталады.

Оқу процесінде компьютерлік моделдеу технологиясын пайдалану оқытудың мазмұнындағыдай екі құрастырушыларымен (теориялық және практикалық) анықталады. Біріншісі -компьютерлік моделдер құрудың негізі мен моделдеу ғылыми таным әдісі болып табылатындығымен байланысты. Моделдеу теориялық дайындалу деңгейін көрсетеді.

Компьютерлік моделдеу технологиясы қоршаған ортаны танып білуде компьютерлік модельдерді пайдаланудың және құрудың жүйелік әдісі ретінде оқытудың теориясы және практикасында кең түрде пайдаланып жүр. Жалпы жағдайда компьютерлік модельдеу технологиясын келесі кезендерде жүргізген дұрыс.

Алдымен компьютерді пайдаланбас бұрын, есепті қойылымының мақсатын, үлгінің зерттеуге енетін қасиеттерін талдап, анықтау керек. Есептің қойылымын анықтап (мақсат), бастапқы берілгендерді білу қажет, қандай нәтиже дұрыс болып саналады (критерий) деген мәселені шешу керек.

Үлгінің нақты қасиеттерін жеткілікті түрде бейнелейтін моделді таңдау, құру. Модельді көрсету түрін таңдау. Формализация. Мұндағы ескере кететін жағдай орындаушының мүмкіндіктерін ескеру керек, басқаша айтқанда модель құру кезінде, онымен жұмыс жасайтын орындаушыға бағытталуы керек.

Модель құрып болғаннан кейін компьютер қорытынды нәтижені беру үшін, ол модельге алгоритм өңдеп, бағдарлама құру керек.

4. ЭЕМ көмегімен нәтижені алғаннан кейін, оны қажетті түрде талдау қажет. Өйткені объектінің бірнеше қасиеттерін ескергенмен, модель әр уақытта қандай да бір жеңілдікке негізделген, сондықтан алынған модель нақты объектіге сәйкес келеді деп сенімді айту мүмкін емес. Осындай себептермен компьютерлік моделді қайта анықтау қажеттігі туады. Алгоритм құрып, нәтиже алынып, ол талданады. Осылайша нәтиже талдауы зерттеп отырған объектіге жарамды (қолайлы, тиімді) сәйкестікті көрсетпейінше қайталанатын. Осыдан кейін ғана зерттеп отырған объектіні компьютерлік моделмен (экспериментімен) ауыстыруға болады. Енді біз осы айтылғандарды ескере отырып ЭЕМ-нің көмегімен есеп шығарудың схемасын құруымызға болады (сурет 1).



Сурет 1 – ЭЕМ көмегімен есеп шығару кезендері

Сонымен модельдеу процесі негізгі үш кезеңнен тұрады:

- формализациялау (нақтылы объектіден модельге ауысу);
- модельдеу (модельді зерттеу және өзгерту, түрлендіру);
- интерпретациялау (модельдеу нәтижесін нақтылық аймағына аудару).



Сурет 2 – Модельдеу кезендері

Нақтылы объектілер және процесстер өте көпқырлы және күрделі болғандықтан, оларды зерттеу үшін, қандай да болса бір қырын көрсететін

моделін құру ыңғайлы. Ғылымның көп ғасырлық даму жолы, осыны дәлелдеді.

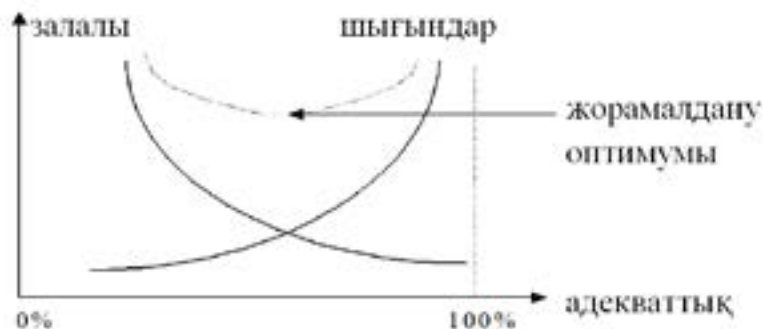
Модельдің адекваттылығы (барабар аудармасы). Құрылған модель модельденген объектіге абсолютті ұқсас болуы мүмкін емес. Себебі, нақтылы объектіні шексіз танымдауға болады.

Сипаттау адекваттылығын 100%-ке талпындырсак – шығын өседі, дәлдік өседі, бірақ адекватты емес модельді қолдану залалы азаяды.

Сипаттау адекваттылығын 0% -ке талпындырсак – шығын азаяды, дәлдік азаяды, бірақ адекватты емес модельді қолдану залалы көбейеді.

Адекваттылық – бұл модельдің зерттелетін объект немесе құбылысқа сәйкес болуы.

Модельдің нақтылы объектіге адекваттылық дәрежесінің азаюы дәлдікті жоғалтады, бірақ модельді жасау шығыны азаяды (сурет - 3).



Сурет 3 – Адекваттылық дәрежесінің тәуелділігі

Жобалау – объектінің моделін жасау процесі.

Модельдеу – жобалау нәтижесінің бағасы.

Модельдеу пәні – ол, өзінің әмбебап әдістері, сонымен қатар онымен шектес ғылымдардың (математиканың, зерттеу амалдарының, программалаудың) ерекше әдістері арқылы модельді құру мақсатын қоятын пән.

Бізді қоршаған физикалық құбылыстар дүниесі өте жан-жақты және күрделі. Осы дүниені тану үшін біз нақты физикалық жүйенің жеңілдетілген математикалық модельдері пайдалануға мәжбүр боламыз. Барлық қасиеттерін ескеру есепті тіпті қарапайым құбылыстар үшін қиындатып жіберер еді. Әрине, таңдалған модель зерттелетін нақты құбылыстың барынша маңызды және тән белгілерін сақтауы қажет. Егер біз физикалық құбылыстың сәйкестігі математикалық моделін жасай алсақ, оны түсіндік деуге болады.

ҚОРЫТЫНДЫ

Берілген мақалада компьютерлік модельдеу таным әдісі ретінде, жалпы физикалық тәжірибеде компьютерлік модельдеуді қолдану жөнінде және модельдеу барысы, есеп шығару кезеңдері қарастырылады. Компьютерлік модельдеуді физика курстарында пайдалану сабақта осы пән бойынша ұғымдардың мағынасын тереңірек ашуға көмектеседі, эксперименттің логикасын анықтайды, болжам жасау процесін белсенді етеді, нәтижелерді толық түсіндіреді. Сонымен қатар, компьютерлік модельдеу эксперимент жүргізу барысында нақтылы объектіге қарағанда үлкен икемділік қамтамасыз етуге, уақыт жүрісін баяулатып немесе тездетіп, өрісті қысып немесе кеңейтіп, әрекеттерді қайталап немесе өзгертіп, процеске кездейсоқ оқиғалар ендіруге мүмкіндік туғызады. Ол технологиясы нақтылы практикалық есептерді шешу әдісі мен оқытуды жаңа құрылғылармен молайтатын процесс.

Сондықтан да компьютерлік модельдеу технологиясы жаңа ақпараттық технологияны игерудің қажетті негізі болып табылады.

ПАЙДАЛАНҒАН ДЕРЕКТЕР ТІЗІМІ

- 1 **Әбдиев, К.** Компьютерлік модельдеу сабақтары // ИФМ-2000. – Бас. 2. – Б. 39-44.
- 2 **Брусин, Э. В.** Задачи по физике для компьютера: [Учебное пособие для студентов физ.-мат. факультетов пед.институтгов] // М. : Просвещение, 1991. – 256 с.
- 3 **Караев, Ж.** Компьютерлік құралдар физика курсын оқытуды кәсіптік біліммен байланыстыру ісінде [учебное пособие] / Ж. Караев, Г. Хайрушева // Информатика негіздері. – 2003. – Бас. 2. – Б. 2.
- 4 **Кюршунов, А. С.** Дидактические особенности разработки интерактивных компьютерных моделей // Информатика и образование. – 2005. – Бас. 2. – Б. 79-81.

23.12.15 баспаға түсті.

Б. Ш. Исимова, А. Авдолхан, А. Б. Исакова

Процесс моделирования и его этапы

Павлодарский государственный университет
имени С. Торайгырова, г. Павлодар
Поступило в редакцию 23.12.15.

B. Sh. Issimova, A. Avdolhan, A. B. Iskakova

The modeling process and its stages

S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar.

Received on 10.09.15.

В данной статье рассматривается компьютерное моделирование, позволяющее улучшить организацию лабораторных занятий, улучшить методическое обеспечение, а также образовательный уровень студентов по дисциплине «Физика», его виды и основные этапы создания компьютерной модели.

This article describes computer simulation that improves the organization of laboratory lessons, and the methodological support, as well as the educational level of students on discipline «Physics», its types and the basic stages of creating a computer model.

UDC 37.01:004.89

E. A. Mukatova

undergraduate, S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar

e-mail: 08021989e@mail.ru

FEATURES OF THE METHOD OF ACQUIRING KNOWLEDGE IN INTELLIGENT SYSTEMS

The article focuses on the features of the method of acquiring knowledge in intelligent systems. A notion of knowledge engineering as part of the educational process is considered.

Keywords: education, educational technology, variation, learning, meta-level, knowledge engineering.

INTRODUCTION

Global processes and trends occurring in the system of higher education, demand a radical turn to the person as a value in itself, revising the relationship of teacher and student, turning to the second subject of study, and raises the issue of quality of education. The quality of education is the main mechanism for dealing with a whole range of socio-economic issues that determine the development and future of the country.

MAIN PART

Modern education, its quality is related to the introduction in the educational process of new educational technologies, which would ensure qualitative changes in the training of future professionals.

The basis of educational technology is the idea of complete controllability of the educational process, its design and the ability to analyze a phased playback. Its task is the accuracy and predictability of the result, awareness of ways to achieve it.

The concept of “educational technology” is characterized by the variability of use. There is a tendency to understanding the pedagogical technology as a pedagogical system, which aims to guarantee the objectives of maximum creative potential of students, providing high efficiency, the optimal allocation of human, material and financial resources.

A common feature of the various options of modern educational technologies is changing the role of the student; he becomes an active participant in the educational process: the party of business games, seminars, conferences, discussions, etc. [1]. With this approach, learning is being implemented pedagogy of cooperation, teacher and student are in the process of active interaction. The learning process is thus transformed into a search for the solution of the problem situation requiring the use of new knowledge that stimulates the development of cognitive abilities, contributes to the emergence of motivation for learning, creativity.

New technologies give impetus to the formation of self-learners, create an atmosphere of cooperation, increases the responsibility of teachers for the results of their labor.

Despite the variety of approaches, most researchers (VP Bepal’ko, Sergey Ignatiev, V. M. Monakhov, A. V. Sergeev, G. K. Seleucus Slastenin V. A., V. T. Fomenko et al.) as the main characteristics of educational technology called: consistency and integrity; conceptual; scientific accuracy; integrative; manageability; diagnosticity; efficiency; reproducibility; Warranty and quality of training results.

Consider the notion of knowledge engineering as part of the educational process. Knowledge Engineering – is information technology, whose purpose - to collect and apply knowledge as an object for processing them on the computer. For this it is necessary to analyze the knowledge and especially their treatment of humans and computers, as well as to develop their machine representation. Unfortunately precise and incontestable definition of what constitutes knowledge, has not yet been given. Nevertheless, the goal of knowledge engineering – to ensure the use of knowledge in computer systems at a higher level than ever before – is relevant. But it should be noted that the use of knowledge is feasible only when this knowledge is there, which is understandable. Technology accumulation and summation of the knowledge goes side by side with the technology of knowledge,

they complement each other and lead to the creation of a single technology, processing technology knowledge.

The acquisition of knowledge is implemented using two functions: receiving information from the outside and its systematization. At the same time, depending on the ability of the training system to the logical conclusions are various forms of knowledge acquisition, as well as various forms of information received. The presentation of knowledge for their use is defined within the system, so the shape of the information that it may receive depends on which system has the ability to formalize the information to knowledge. If the training system entirely devoid of such ability, then the person should prepare in advance all the way to the formalization of information, ie. E. The higher the ability of the machine to a logical conclusion, the less load on the person.

Proposed the following classification systems, knowledge acquisition, which will be based on the system's ability to perceive the knowledge in a variety of formats, qualitatively different from each other and the ability to formalization.

Methods of acquiring knowledge - is:

- training without conclusions or rote memorization;
- learning by examples;
- training at the meta level.

With any method of obtaining information learning takes place. Getting information without inferences is rote memorization. The information provided in the form of knowledge can be used to draw conclusions. It is possible as a direct storage of the information provided in the form of knowledge in the knowledge base, for use in the subsequent conclusions, and use this knowledge to produce other knowledge and factual data. To use the obtained knowledge necessary functions findings sufficiently high level. When training on examples for learning collects individual facts, their synthesis, their use as knowledge. To do this, identify common concepts arising from the examples and choose the structure of the information for their submission. The highest level of training examples is a heuristic learning with complex knowledge representation. For training examples needed unified representation language studies and general rules. Forms of knowledge in the examples are: parametric learning; Training based on the conclusions by analogy; Training based on the findings of induction (heuristic learning). For the meta-level knowledge to be developed reporting forms and rules of inference.

Meta-level – higher and more general level at which the very previous question becomes a special case, one of the options [2]. Go to meta-level – to address the broader issues before deciding to private; enlargement context.

CONCLUSION

In this paper I have tried to describe the methods for solving one of the problems of the complex – is the problem of acquiring knowledge, or in other words – learning.

REFERENCES

- 1 **Osugi, S.** The acquisition of knowledge / S. Osugi, Y. Saeki // М.: Mir, 1990. – 383 p.
- 2 **Pospelova, D. A.** Directory. Artificial Intelligence. Bk. 2. Models and methods // М.: Radio and Communications, 1990. – 304 p.
- 3 http://www.mari-el.ru/mmlab/home/AI/4/#part_0.

Received on 10.09.15.

Э. А. Муқатова

Интеллектуалды жүйелерде білім алу әдісінің ерекшеліктері

С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.
23.12.15 баспаға түсті.

Э. А. Муқатова

Особенности метода приобретения знаний в интеллектуальных системах

Павлодарский государственный университет
имени С. Торайгырова, г. Павлодар.
Поступило в редакцию 23.12.15.

Бұл мақалада интеллектуалды жүйелерде білім алу әдісінің ерекшеліктеріне назар аударады. Білімді ұйымдастыру үдерісінің бөлігі ретінде білім инженерлік түсінігі қарастырылды.

В статье внимание обращено на особенности метода приобретения знаний в интеллектуальных системах. Рассмотрено понятие «инженерия знаний» как элемента организации учебного процесса.

К. А. Нурумжанова¹, М. Муғраж²

¹д.п.н., ассоциированный профессор, ²магистрант

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова,
г. Павлодар

e-mail: 175646100@mail.ru

ИЗ ОПЫТА КОНСТРУИРОВАНИЯ ВИРТУАЛЬНОЙ РАБОЧЕЙ ТЕТРАДИ ШКОЛЬНИКА ПО ФИЗИКЕ

В статье представлен эффективный опыт разработки и создания виртуальной рабочей тетради для самостоятельной работы школьника по разделу «Термодинамика» курса физики 8 класса с помощью конструктора электронных образовательных ресурсов, представляющего собой классическую LCMS – систему для процедуры публикации учебных материалов с периодическим тестированием уровня усвоения их учащимися. Представленная электронная тетрадь разработана на основе интерактивной технологии обучения.

Ключевые слова: электронные образовательные ресурсы, электронная рабочая тетрадь учащегося, конструктор электронных обучающих средств, классическая LCMS, методика изучения термодинамики.

ВВЕДЕНИЕ

Динамичное развитие информационно-коммуникационных технологий и электронных образовательных ресурсов актуализирует проблемы повышения эффективности их разработки и применения в учебном процессе по физике. Информатизация образования заставляет пересматривать традиционное содержание учебных курсов, методы, технологии и средства обучения. Наиболее актуальной и трудоемкой является проблема разработки электронных образовательных средств. Электронные средства обучения (далее ЭСО) не могут быть редуцированы к бумажному варианту без потери дидактических свойств. Благодаря специфике своего определения, ЭСО существенно повышают качество визуальной и аудиоинформации, она становится ярче, красочнее, динамичнее. Кроме того, при использовании электронных средств в обучении коренным образом изменяются способы формирования визуальной и аудиоинформации. Если традиционная наглядность обучения подразумевала конкретность изучаемого объекта,

то при использовании компьютерных технологий становится возможной динамическая интерпретация существенных свойств не только реальных объектов, но и научных закономерностей, теорий, понятий. К сожалению, в практической деятельности учителей школы наблюдается использование компьютерных технологий, именно, в качестве наглядного средства обучения. Вместе с тем есть более весомые преимущества электронных средств обучения это:

1) отработка практических умений и навыков за счет интенсификации этого процесса; 2) математическое и имитационное моделирование реальных, но не доступных процессов; 3) обеспечение непрерывности и полноты дидактического цикла процесса обучения при условии осуществления интерактивной обратной связи.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Одним из эффективных видов компьютерных средств учебного назначения является виртуальная рабочая тетрадь учащегося по физике, которая может рассматриваться как компонент системы электронных средств. Но формат электронного документа обеспечивает новые дидактические возможности

Решение проблемы повышения эффективности электронных обучающих средств, возможно, прежде всего, на основе конкретизации их роли, места, предназначения и принципов наполнения контента. Виртуальная рабочая тетрадь по физике предназначена для организации самостоятельной работы учащегося по обобщению, систематизации и конкретизации знаний по курсу физики и является актуальным современным достаточно эффективным электронным обучающим средством.

В данной статье предлагается опыт разработки тетради на основе идей технологии интерактивного обучения.

Цель создания ЭРТ:

- осуществление визуализации знаний;
- выработка умений самостоятельной работы, обработки информации, сопоставления;
- исследовательская деятельность;
- освоение темы в индивидуальном темпе, тем самым осуществляя дифференцированный подход в обучении.

Все элементы рабочей тетради являются дидактическими модулями: обучающие, экзаменуемые, вспомогательные. В обучающий модуль входит: текстовый материал, исторические документы, историческая карта, таблицы. Экзаменуемый модуль. Один из самых важных контролируемых модулей, это тесты разного уровня сложности и контрольные вопросы. Вспомогательный

модуль. В него входят хронологический материал, персоналии, терминология, схемы, графики, диаграммы. В сжатой концентрированной форме позволяют преподнести изучаемый материал. Использование элементов наглядно-графического характера позволяют лучше понять и усвоить материал. Технология создания электронной рабочей тетради (ЭРТ) проста и позволяет учителю с минимальной технической подготовкой ее создать. Электронная рабочая тетрадь, для индивидуальной и групповой работы, создается по принципу отдельных модулей в Excel. Оформляется постранично. Для удобства оформляется постранично, набор модулей дополняется и обновляется на усмотрение учителя. Все модули одного урока оформляются в «книгу». Рабочая тетрадь может выноситься, как на индивидуальный монитор учащихся, так и на центральный экран, в зависимости от технического оснащения класса. Для того, чтобы учащиеся во время урока случайно не нарушили элементы «книги», существует система защиты.

Представленная тетрадь была создана на базе информационной системы Томского государственного университета. «В состав системы входят информационные модули и модули сопровождения учебного процесса. Информационные модули включают в себя банк дистанционных образовательных программ и банк электронных образовательных ресурсов, и базу данных пользователей. Для пополнения банка разработан специальный э конструктор электронных обучающих ресурсов (конструктор ЭОР)» [1, 25].

Нам быть открыт доступ к конструктору электронных образовательных ресурсов. Данный конструктор имеет визуальный интерфейс и предоставляет возможность создания электронных образовательных ресурсов с автоматическим занесением в базу ресурсов, но без использования программирования. Его внешний вид представлен на рисунке 1.



Рисунок 1 – Визуальный интерфейс конструктора

Конструктор ЭОР представляет собой классическую LCMS – систему, позволяющую упростить процедуру публикации учебных материалов с периодическим тестированием уровня усвоения их контента учащимися.

Конструктор электронных образовательных ресурсов позволяет пользователям быстро создавать необходимые учебные материалы с учетом требований современного образовательного процесса. Он имеет постоянную поддержку и позволяет внедрять новые модули с учетом пожеланий преподавателей, благодаря чему обладает необходимой гибкостью и возможностью быстрой модернизации.

Конструктор ЭОР выделен в отдельный независимый модуль системы дистанционного обучения для решения нескольких важных задач для пользователей разработчиков электронных средств обучения:

1) возможность создания отдельных модулей и электронных обучающих ресурсов, в нашем случае – это виртуальная рабочая тетрадь школьника по физике;

2) расширение функционала конструктора за счет внедрения вспомогательных, экзаменирующих интерактивных мультимедиа модулей. В этом плане интересна разработка LMS-системы от фирмы Adobe – Adobe Connect Pro. В данной системе, как и во всех аналогичных системах, осуществляется управление учебными материалами, но их создание вынесено в отдельное приложение Adobe Captivate [2].

В данном приложении существует богатый функционал, позволяющий создавать электронные ресурсы и учебники, включающие презентации, тесты, симуляции программ, аудио- и видеозаписи, ситуационное моделирование, интерактивные функции без необходимости навыков программирования.

В процессе создания виртуальной тетради был использован инструмент для создания анимированных объектов – это Macromedia Flash (в русскоязычном варианте возможно просто «флеш» или «флэш») на основе векторной графики со встроенной поддержкой интерактивности. Macromedia Flash интенсивно используют в своей работе дизайнеры и веб-художники, так как данное средство очень простое в использовании и при этом позволяет создавать разнообразные веб-проекты со звуковой анимацией.

Примеры контента разработанных электронных тетрадей по разделу «Термодинамика» курса физики 8 класса представлены на рисунках 2 – 6.



Рисунок 2 – Задание 1 Краткое воспроизведение содержания темы

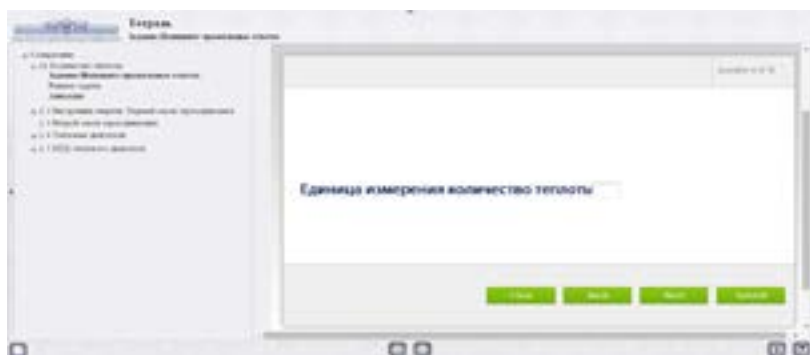


Рисунок 3 – Продолжение заданий из тетради

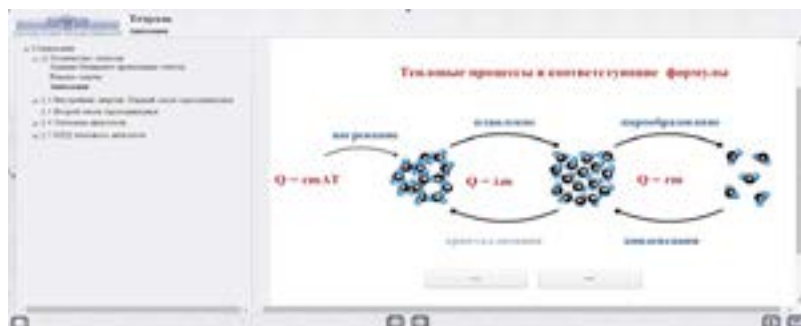


Рисунок 4 – Задание 4. Изучи тепловые процессы изменения агрегатных состояний веществ на основе логической схемы и сделай выводы

Для повышения эффективности виртуальной тетради необходим принцип обучения, в котором главной задачей является конструирование учеником собственного смысла, целей, содержания образования, а процесс его организации необходимо построить на основе принципов развивающего обучения. Обучение главной задачей, которого является открытие и конструирование содержания учебного материала самими учащимися, называется эвристическим.

Таким образом, концептуальная основа разработанной нами технологии разработки тетради – это эвристическое обучение. В основу эвристического обучения положена идея творческого подхода. Основа этого процесса – познавательная деятельность ученика. В соответствии с данной теорией, построение деятельности индивида соответствует направляющей её цепочке: потребность – мотив – цель – условия деятельности – выполнение – результат.

Как видим, в этой цепочке содержание задано неявно. Содержанием становятся способы познавательной деятельности. Несмотря на распространенность идей развивающего обучения в практике преподавания многих дисциплин школьного курса, эти идеи так и не воплощены в определенные технологии и частные методики и не повлияли на повышение уровня результатов обучения учащихся в средней школе.



Рисунок 5 – Начало изучения темы «Первый закон термодинамики»

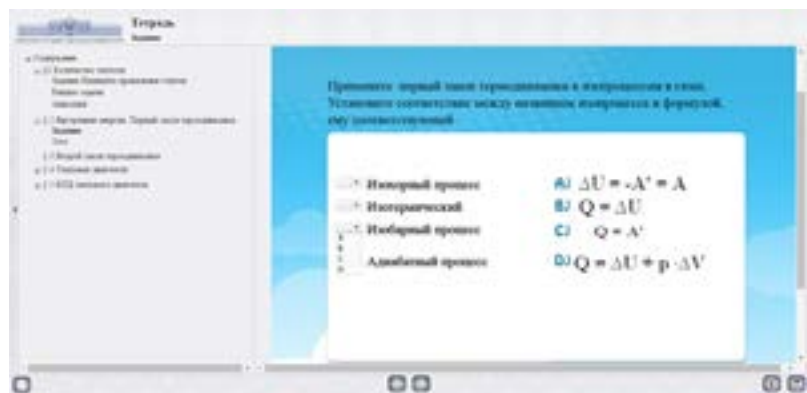


Рисунок 6 – Задание для закрепления темы «Первый закон термодинамики»

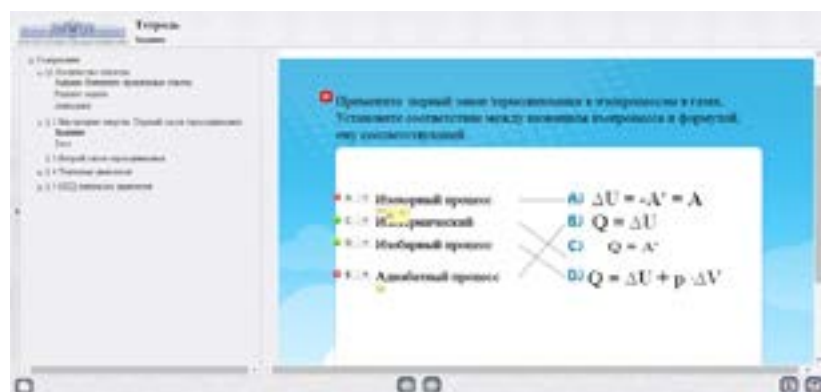


Рисунок 7 – Решение к заданию

Один из методов переложения общепедагогических идей на процесс изучения физики с помощью электронной тетради приведен в статье.

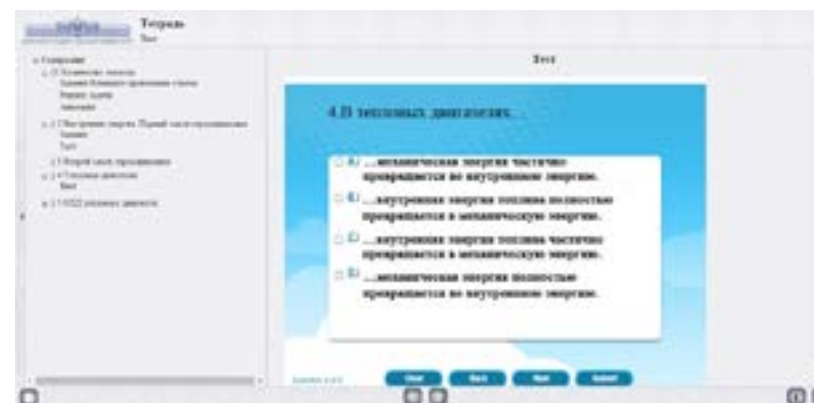
На частно-методическом уровне технологии на научно-дидактической основе не разработаны. Причина в том, что нет механизма переложения структурированного содержания учебного материала на алгоритм деятельности учеников.

ВЫВОДЫ

Преимущества электронной рабочей тетради заключаются в том, что данная тетрадь позволяет работать учащимися с разным уровнем подготовленности. Ребенок может листать тетрадь, идти вперед, возвращаться

назад, брать опережающее задание. При работе с электронной рабочей тетрадью, ребята учатся работать самостоятельно, осваивать новые знания, анализировать, принимать решения. Учатся работать в команде, проявляя инициативу, искать пути решения проблем, брать на себя ответственность за принятое решение. Что является ключевыми компетенциями учащихся в современной школе.

Современная рабочая тетрадь – это дидактический комплекс, предназначенный для самостоятельной работы учащихся в классе и дома непосредственно на ее страницах. Это позволит сэкономить время, что обеспечит возможность решения большего числа различных задач за меньшее количество времени и, как следствие, положительно скажется на качестве подготовки. Чтобы школьник мог осознанно и самостоятельно выполнять задания, он должен знать основные теоретические положения прорабатываемой темы.



Поэтому в виртуальные рабочие тетради имеет смысл включить кратко сформулированные основные теоретические сведения по данной теме или разделу, на основе которых ученик мог бы искать, доказывать, проверять, экспериментировать, открывать и обобщать. Удобно, если эти сведения будут у школьника «под рукой», т.е. на первой странице. Это позволит ему чаще обращаться к теоретическим вопросам темы, что облегчит ее заполнение.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Заседатель, В. С.** Интегрированные подходы к созданию и размещению электронных образовательных ресурсов в информационной среде вуза // Открытое дистанционное образование, №2 (46) 2012 г. – Томск : ТГУ, АСОУ, 2012. – С. 24-27.

2 **Заседатель, В. С.** Новые технологии разработки электронных образовательных ресурсов на основе пакетов Adobe // Материалы 7 Всероссийской научно-практической конференции «Образовательная среда сегодня и завтра», 29 сентября 2010 г. – М. : Минобрнауки России, 2010. – С. 98-103.

3 **Нурумжанова, К. А.** Стратегия модернизации учебного процесса в сельской школе на основе развивающей эвристической технологии // Интернет-журнал «Эйдос». – Москва, 2008, 20 августа. – <http://www.eidos.ru/journal/2008/0820.htm>.

4 **Хуторский, А. В.** Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения. – М. : Изд-во МГУ, 2003. – 416 с.

Поступило в редакцию 23.12.15.

К. А. Нурумжанова, М. Мұғраж

Мектеп оқушыларын арналған физика пәні бойынша электронды дәптер әзірлеудің тәжірибесінен

С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.
23.12.15 баспаға түсті.

K. A. Nurumzhanova. M. Mugrazh

On design of virtual school workbook on Physics

S. Toraihyrov Pavlodar State University, Pavlodar.
Received on 10.09.15.

Мақалада өзімен классикалық LCMS – оқушылардың меңгеру деңгейін мезгілді тестілеу мүмкіндігі бар, оқу материалдарын жариялау жүйесі – электрондық білім беруді конструктор көмегімен құрырастырылған 8 сыныптың «Термодинамика» бөлімі бойынша оқушының өзіндік жұмысына арналған виртуальді жұмыс дәптерін жасау және әзірлеудің тиімді тәжірибесі ұсынылған. Ұсынылған электронды дәптер оқытудың интерактивті технологиясы негізінде жасалған.

In the article there is provided an effective experience of development and creation of a virtual workbook for independent work of the 8th class pupil on the Physics section «Thermodynamics» by means of the designer of electronic educational resources representing classical LCMS – system for the publication of training materials with periodic testing of pupils' level of assimilation. The provided electronic notebook is developed on the basis of interactive technology of training.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ ПГУ ИМЕНИ С. ТОРАЙГЫРОВА
«ВЕСТНИК ПГУ. Серия физико-математическая»

Редакционная коллегия просит авторов при подготовке статей для опубликования в журнале руководствоваться следующими правилами.

Научные статьи, представляемые в редакцию журнала, должны быть оформлены согласно базовым издательским стандартам по оформлению статей в соответствии с ГОСТ 7.5-98 «Журналы, сборники, информационные издания. Издательское оформление публикуемых материалов», пристатейных библиографических списков в соответствии с ГОСТ 7.1-2003 «Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления».

Статьи должны быть поданы для опубликования в строгом соответствии со следующими правилами:

1. ПО СТРУКТУРЕ САМОЙ СТАТЬИ:

В журнал принимаются статьи набранные на компьютере, напечатанные на одной стороне листа с межстрочным интервалом 1,5, с полями 30 мм со всех сторон листа, электронный носитель со всеми материалами в текстовом редакторе «Microsoft Office Word (97, 2000, 2007, 2010) для WINDOWS».

Статья должна содержать:

УДК по таблицам универсальной десятичной классификации (шрифт 14 кегль, не жирными заглавными буквами)

Сведения об авторах статьи должны содержать И. О. Фамилия на следующей строке ученую степень, ученое звание, место работы (учебы), город (страна для зарубежных авторов) на следующей строке e-mail:

(ФИО прописными буквами жирным шрифтом, абзац 1 см по левому краю, шрифт 14 кегль; остальное не жирным шрифтом)

Заголовок статьи должен отражать содержание статьи, тематику и результаты проведенного научного исследования. В заголовок статьи необходимо вложить информативность, привлекательность и уникальность научного творчества автора (не более 12 слов, заглавными буквами, жирным шрифтом, абзац 1 см по центру, шрифт 14 кегль, на трех языках: русский, казахский, английский)

Аннотация – краткая характеристика назначения, содержания, вида, формы и других особенностей статьи. Должна отражать основные и ценные, по мнению автора, этапы, объекты, их признаки и выводы проведенного исследования. (рекомендуемый объем аннотации – 30-60 слов, прописными буквами, нежирным шрифтом 12 кегль, абзацный отступ слева и справа 1 см, на трех языках: русский, казахский, английский)

Ключевые слова – набор слов, отражающих содержание текста в терминах объекта, научной отрасли и методов исследования. (Рекомендуемое количество ключевых слов – 5-7, количество слов внутри ключевой фразы – не более 3, оформляется как аннотация, на одном языке – языке статьи).

Основной текст статьи излагается в определенной последовательности его частей, включает в себя:

слово **ВВЕДЕНИЕ** / КІРІСПЕ / INTRODUCTION (нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре)

Необходимо отразить результаты предшествующих работ ученых, что им удалось, что требует дальнейшего изучения, какие есть альтернативы (если нет предшествующих работ – указать приоритеты или смежные исследования). Освещение библиографии позволит отгородиться от признаков заимствования и присвоения чужих трудов. Любое научное изыскание опирается на предыдущие (смежные) открытия ученых, поэтому обязательно ссылаться на источники, из которых берется информация. Также можно описать методы исследования, процедуры, оборудование, параметры измерения, и т.д. (нежирными прописными буквами, шрифт 14 кегль, не более 1 страницы)

слова **ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ** / НЕГІЗГІ БӨЛІМ / MAIN PART (нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре)

Это отражение процесса исследования или последовательность рассуждений, в результате которых получены теоретические выводы. В научно-практической статье описываются стадии и этапы экспериментов или опытов, промежуточные результаты и обоснование общего вывода в виде математического, физического или статистического объяснения.

При необходимости можно изложить данные об опытах с отрицательным результатом. Затраченные усилия исключают проведение аналогичных испытаний в дальнейшем и сокращают путь для следующих ученых. Следует описать все виды и количество отрицательных результатов, условия их получения и методы его устранения при необходимости.

Проводимые исследования предоставляются в наглядной форме, не только экспериментальные, но и теоретические. Это могут быть таблицы,

схемы, графические модели, графики, диаграммы и т.п. Формулы, уравнения, рисунки, фотографии и таблицы должны иметь подписи или заголовки. *(нежирными прописными буквами, шрифт 14 кегль, не более 3-8 страниц, формулы следует набирать в Microsoft Equation Editor; иллюстрации, перечень рисунков представляются в формате TIF или JPG с разрешением не менее 300 dpi.)*

слово **ВЫВОДЫ / ҚОРЫТЫНДЫ / CONCLUSION** *(нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре)*

Собираются тезисы основных достижений проведенного исследования. Они могут быть представлены как в письменной форме, так и в виде таблиц, графиков, чисел и статистических показателей, характеризующих основные выявленные закономерности. Выводы должны быть представлены без интерпретации авторами, что дает другим ученым возможность оценить качество самих данных и позволит дать свою интерпретацию результатов *(нежирными прописными буквами, шрифт 14 кегль, не более 1 страницы)*.

слова **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ / ПАЙДАЛАНҒАН ДЕРЕКТЕР ТІЗІМІ / REFERENCES** *(Нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре, не более 5-20 ссылок: книг, статей, интернет-сайтов используемых в статье. очередность источников определяется следующим образом: сначала последовательные ссылки, т.е. источники на которые вы ссылаетесь по очередности в самой статье, затем дополнительные источники, на которых нет ссылок – т.е. источники, которые не имели место в статье, но рекомендованы вами для кругозора читателям, как смежные работы, проводимые параллельно.)*

2. ПО СЕКЦИЯМ:

СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИКА» – принимаются статьи теоретического и прикладного характера узкой направленности. К ним, например, относятся статьи следующего характера: доказательства полученных новых утверждений или новые способы доказательств известных утверждений, обобщение результатов, их сравнение и анализ; получение новых решений известных задач математики или формулировка (постановка) новых задач и способов их решения; приложение известных теоретических и практических математических исследований в смежных отраслях как физика, информатика, биология, химия и т.д.

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА» – принимаются статьи теоретического и прикладного характера. К ним, например, относятся статьи следующего характера: построение математической и компьютерной модели физических процессов, новых методов решения; обобщение известных результатов, их

сравнение и анализ; физическое описание или сравнение явлений природы, встречающихся в астрономии, биологии, химии, инженерии и т.д.

СЕКЦИЯ «ИНФОРМАТИКА». К ним, например, относятся статьи следующего характера: компьютерная реализация математических задач, физических, экономических, химических, биологических и т.п. процессов; составление программных продуктов для реализации социальных, экологических, демографических и других проектов.

СЕКЦИЯ «НАУЧНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОТРАСЛЯМ» (не путать с методикой преподавания). К ним относятся статьи следующего характера: отслеживание, анализ, сравнение теоретических и прикладных исследований в области ма-тематики, физики, информатики; обзор и разработка программных средств, форм организации обучения для развития и стимулирования научной деятельности в образовательных учреждениях и т.п.

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ

Все статьи должны сопровождаться двумя рецензиями доктора или кандидата наук.

Редакция не занимается литературной и стилистической обработкой статьи. При необходимости статья возвращается автору на доработку. За содержание статьи несет ответственность Автор. Статьи, оформленные с нарушением требований, к публикации не принимаются. Датой поступления статьи считается дата получения редакцией ее окончательного варианта.

Статьи публикуются по мере поступления.

Периодичность издания журналов – четыре раза в год (ежеквартально).

Статью (бумажная, электронная версии, оригинал квитанции об оплате) следует направлять по адресу: 140008, Казахстан, г. Павлодар, ул. Ломова, 64, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, Издательство «Кереку», каб. 137.

Тел 8 (7182) 67-36-69, (внутр. 1147), факс: 8 (7182) 67-37-05.

E-mail: kereku@mail.ru

Оплата за публикацию в научном журнале составляет 5000 (Пять тысяч) тенге.

Наши реквизиты:

РГП на ПХВ Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова РНН 451800030073 БИН 990140004654	РГП на ПХВ Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова РНН 451800030073 БИН 990140004654
АО «Цеснабанк» ИИК KZ57998FTB00 00003310 БИК TSESKZK A Кбе 16 Код 16 КНП 861	АО «Народный Банк Казахстана» ИИК KZ156010241000003308 БИК HSBKZKX Кбе 16 Код 16 КНП 861

ОБРАЗЦЫ ОФОРМЛЕНИЯ БИБЛИОГРАФИЙ:

ОПИСАНИЕ КНИГ

К-во авторов	Примеры
1	1 Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационные исчисления: [учебник]. – М. : Наука, 1965. – 424 с. 2 Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: [учебник]. В 3-х томах. Т. 1. – 7-е изд. стер. – М. : Наука, 1970. – 607 с.
2 и более	1 Луговая, Г. Д. Функциональный анализ. Специальные курсы: [учебное пособие] / Г. Д. Луговая, А. Н. Шерстнев. – М. : ЛКИ, 2008. – 255 с. 2 Канторович, Л. В. Функциональный анализ: [учебник] / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука, 1977. – 741 с. 3 Виленкин, Н. Я. Дифференциальные уравнения: [учебное пособие] / Н. Я. Виленкин, М. А. Доброхотова, А. Н. Сафонов. – М. : Просвещение, 1984. – 176 с.

ОПИСАНИЕ СТАТЬИ ИЗ НАУЧНОГО ЖУРНАЛА

К-во авторов	Примеры
1	1 Рахимжанова, А. К. О политике безопасности компьютерных сетей в корпоративных инфраструктурах // Вестник ПГУ. Серия физико-математическая. – 2013. – №2. – С. 98-103.
2 и более	1 Зацепин, П. М. Комплексная безопасность потребителей экс-плуатационных характеристик строений / П. М. Зацепин, Н. Н. Теодорович, А. И. Мохов // Промышленное и гражданское строительство. – 2009. – № 3. – С. 42.

ОПИСАНИЕ СТАТЬИ ИЗ СБОРНИКА НАУЧНЫХ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИЙ

К-во авторов	Примеры
1	1 Тургумбаев, М. Ж. О коэффициентах двойных рядов Фурье по мультипликативным системам // Материалы III Республиканской научной конференции по теории приближения и вложения функциональных пространств. – Караганда, 1998. – С. 140-144.
2 и более	1 Данилова, Н. Е. Моделирование процессов в следящем приводе с исполнительным двигателем постоянного тока при независи-мом возбуждении / Н. Е. Данилова, С. Н. Ниссенбаум // Инновации в образовательном процессе: сб. тр. науч.-практич. конф. – Чебоксары: ЧПИ (ф) МГОУ, 2013. – Вып. 1Г. – С. 158-160.

Теруге 18.12.2015 ж. жіберілді. Басуға 28.12.2015 ж. қол қойылды.
Форматы 70x100 1/16. Кітап-журнал қағазы.
Көлемі шартты 6,6 б.т. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
Компьютерде беттеген М. А. Шрейдер
Корректорлар: А. Елемесқызы, А. Р. Омарова, З. С. Исакова
Тапсырыс № 2720

Сдано в набор 18.12.2015 г. Подписано в печать 28.12.2015 г.
Формат 70x100 1/16. Бумага книжно-журнальная.
Объем 6,6 ч.-изд. л. Тираж 300 экз. Цена договорная.
Компьютерная верстка М. А. Шрейдер
Корректоры: А. Р. Омарова, З. С. Исакова
Заказ № 2720

«Кереку баспасынан басылып шығарылған
С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«КЕРЕКУ» баспасы
С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

67-36-69

E-mail: kereky@mail.ru