

С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Павлодарского государственного университета имени С. Торайгырова

ПМУ ХАБАРШЫСЫ

Физика-математикалық сериясы
1997 жылдан бастап шығады



ВЕСТНИК ПГУ

Физико-математическая серия
Издается с 1997 года

№3 (2017)

Павлодар

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Павлодарского государственного университета имени С. Торайгырова

Физико-математическая серия
выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о постановке на учет средства массовой информации
№ 14213-Ж

выдано

Министерством культуры, информации и общественного согласия
Республики Казахстан

Бас редакторы – главный редактор

Тлеукенов С. К.

доктор ф.-м.н., профессор

Заместитель главного редактора Испулов Н. А., *к.ф.-м.н., доцент*
Ответственный секретарь Куанышева Р. С.

Редакция алқасы – Редакционная коллегия

Отелбаев М. О., *д.ф.-м.н., профессор, академик НАН РК*
Уалиев Г. У., *д.ф.-м.н., профессор, академик НАН РК*
Рахмон А. Х., *PhD (Пакистан)*
Ткаченко И. М., *д.ф.-м.н., профессор (Испания)*
Демкин В. П., *д.ф.-м.н., профессор (Россия)*
Бактыбаев К. Б., *д.ф.-м.н., профессор*
Кумекоев С. Е., *д.ф.-м.н., профессор*
Куралбаев З., *д.ф.-м.н., профессор*
Оспанов К. Н., *д.ф.-м.н., профессор*
Шокубаева З. Ж., *технический редактор*

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели
Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов
При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник ПГУ» обязательна

© ПГУ имени С. Торайгырова

МАЗМҰНЫ

ИНФОРМАТИКА

Саринова А. Ж.

Гиперспектральдық аэроғарыштық бейнелерді
өңдеудегі дискретті косинус трансформациясы6

Тулегенов Д. М., Улихина Ю. В., Оспанова Н. Н.

Мемлекеттік емес өртке қарсы қызметтер
қызметкерлерінің бастапқы оқытуын ұйымдастыру
үшін мобильді қосымшасын құрастыру13

Шанькин А. А., Асаинова А. Ж.

«OMIS» қашықтықтан оқыту порталын модельдеу мен әзірлеу20

МАТЕМАТИКА

Дроботун Б. Н., Хасенов А. К.

Пропозициялық есептеулер үшін ықшамдылық теоремасы II32

Павлюк И. И., Павлюк Ин. И., Теняева Л. И.

Орталықтандырылған – түйіндес элементтердің
тривиалды емес классы бар топтар теориясына40

Сенашов В. И., Белов Д. К.

Топтар қабаттарының қуаты48

ФИЗИКА

Саутбеков С. С.

Зоммерфельдтің міндеттері54

БАҒЫТТАР БОЙЫНША ҒЫЛЫМИ-МЕТОДОЛОГИЯЛЫҚ ЗЕРТТЕУЛЕР

Астапенко Н. В., Кошеков К. Т., Колесников А. Н.

Автоматтандырылған жүктеумен қойма түрде
астық қоймасының сыйымдылығын есептеу әдістемесі72

Замятин А. В., Саринова А. Ж.

Гиперспектральды аэроғарыштық бейнелерді
өңдеудегі негізгі компоненттер әдісін зерттеу83

Куанышева Р. С., Потапенко О. Г., Асаинова А. А.,

Рагулина М. И., Лапчик М. П.

Көптілді білім беру жағдайында болашақ
техника мен технология бакалаврларының
АКТ-құзыреттілігін қалыптастыру мәселесі91

Авторларға арналған ережелер.....97

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАТИКА

Саринова А. Ж.
 Дискретно-косинусное преобразование
 в обработке гиперспектральных аэрокосмических изображений6

Тулегенов Д. М., Улихина Ю. В., Оспанова Н. Н.
 Разработка мобильного приложения
 для организации первоначальной подготовки
 работников негосударственных противопожарных служб13

Шанькин А. А., Асаинова А. Ж.
 Моделирование и разработка портала дистанционного обучения «OMIS»20

МАТЕМАТИКА

Дроботун Б. Н., Хасенов А. К.
 Теорема компактности для пропозициональных исчислений (II)32

Павлюк И. И., Павлюк Ин. И., Теняева Л. И.
 К теории групп с нетривиальным классом
 централизаторно сопряженных элементов40

Сенашов В. И., Белов Д. К.
 Мощность групп слоев48

ФИЗИКА

Саутбеков С. С.
 Задача Зоммерфельда54

НАУЧНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОТРАСЛЯМ

Астапенко Н. В., Кошеков К. Т., Колесников А. Н.
 Методика расчета вместимости зернохранилища
 амбарного типа с автоматизированной загрузкой72

Замятин А. В., Саринова А. Ж.
 Исследование метода главных компонент
 в обработке гиперспектральных аэрокосмических изображений83

**Куанышева Р. С., Потапенко О. Г., Асаинова А. А.,
 Рагулина М. И., Лапчик М. П.**
 Проблема формирования ИКТ-компетентности
 будущих бакалавров техники и технологий
 в условиях полиязычного образования91

Правила для авторов.....97

CONTENT

INFORMATICS

Sarinova A. Zh.
 Discrete cosine transform in the processing
 of hyperspectral aerospace images6

Tulegenov D. M., Ulikhina Y. V., Ospanova N. N.
 The development of mobile applications for the organization
 of the initial training of non-state fire services workers13

Shankin A. A., Asainova A. Zh.
 Modeling and development of the «OMIS» distance learning portal20

MATHEMATICS

Drobotun B. N., Khassenov A. K.
 A compactness theorem for propositional calculus II32

Pavlyuk I. I., Pavlyuk In. I., Tenyaeva L. I.
 To the theory of groups with nontrivial class
 of centralized conjugate elements40

Senashov V. I., Belov D. K.
 On powers of group layers48

PHYSICS

Sautbekov S. S.
 The task of Sommerfeld54

SCIENTIFIC AND METHODOLOGICAL BRANCH RESEARCHES

Astapenko N. V., Koshekov K. T., Kolesnikov A. N.
 Method for calculating the capacity
 of barns granary with automated loading72

Zamyatin A. V., Sarinova A. Zh.
 Investigation of the method of principal components
 in the processing of hyperspectral aerospace images83

**Kuanysheva R. S., Potapenko O. G., Asainova A. A.,
 Ragulina M. I., Lapchik M. P.**
 The problem of forming the ICT-competence of future bachelors
 of engineering and technologies in the conditions of polylingual education91

Rules for authors.....97

УДК 316:314.3

А. Ж. Саринова

ст. преподаватель, магистр информатики Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар

**ДИСКРЕТНО-КОСИНУСНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ
В ОБРАБОТКЕ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ
АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

В статье исследовано и применено дискретно-косинусное преобразование и его свойства в обработке спутниковых гиперспектральных данных.

Ключевые слова: дискретно-косинусное преобразование, квантование, гиперспектральные изображения, сжатие, преобразование

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении большей части последнего десятилетия гиперспектральные изображения были активными областями исследований и разработок, а гиперспектральные изображения доступны только для исследователей с недавним появлением коммерческих аэроперспективных гиперспектральных систем визуализации.

К таким системам относятся ArcView, Geoexpress и другие. В этих системах не всегда можно увидеть модули для сжатия (архивирования) гиперспектральных данных. В имеющихся модулях встречаются разработки, позволяющие сжимать изображения с потерями и с низким качеством сжатия. Поэтому было предложено рассмотреть обработку данных методом дискретно-косинусного образования. Для начала вспомним всем известный алгоритм (стандарт) JPEG. Данный стандарт эффективно применяется для таких целей. Было решено изменить этапность алгоритма JPEG.

Предлагаемая модификация этапов алгоритма JPEG

Рассмотрим алгоритм работы простейшего кодера JPEG с потерями. Весь процесс состоит из следующих основных этапов, рис. 1:

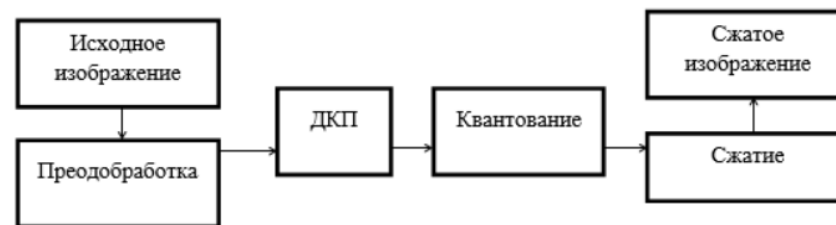


Рисунок 1 – Этапы работы кодера JPEG

Предобработка – предварительная обработка изображения, приводящая его к удобному для последующего кодирования представлению.

Дискретное косинусное преобразование (ДКП) используется кодером JPEG для преобразования изображения от его пространственного представления к спектральному.

Квантование – этап, при котором происходит основная потеря информации за счет округления несущественных, высокочастотных ДКПкоэффициентов.

Сжатие – кодирование полученных данных стандартными методами

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

ДКП

Рассмотрим подробнее ДКП [1–2]. Являясь ключевым шагом алгоритма сжатия, дискретное косинусное преобразование представляет собой разновидность преобразования Фурье и, также как и последнее, имеет обратное преобразование (ОДКП). Если рассматривать изображение как совокупность пространственных волн, где оси X и Y соответствуют ширине и высоте картинки, а по оси Z откладываются значения цвета соответствующих пикселей, то можно перейти от пространственного представления картинки к ее спектральному представлению и обратно. ДКП преобразует матрицу пикселей размера N x N в матрицу частотных коэффициентов соответствующего размера.

$$DCT(i, j) = \frac{1}{\sqrt{2N}} C(i)C(j) \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cos\left[\frac{(2x+1)i\pi}{2N}\right] \cos\left[\frac{(2x+1)j\pi}{2N}\right]$$

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2N}} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} C(i)C(j) DCT(i, j) \cos\left[\frac{(2x+1)i\pi}{2N}\right] \cos\left[\frac{(2x+1)j\pi}{2N}\right]$$

$$C(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

В получаемой матрице низкочастотные компоненты расположены ближе к левому верхнему углу, а более высокочастотные смещаются вправо вниз. В связи с тем, что основная часть изображений состоит из низкочастотной информации, используя полученную матрицу можно дифференцированно отбрасывать наименее важную информацию с минимальными визуальными потерями. Таким образом ДКП позволяет выбрать информацию, которую можно отбросить, не внося серьезных искажений в изображение [3–4].

Из уравнения видно, что вычисление одного элемента результирующей матрицы требует $O(N^2)$ времени, поэтому почти невозможно выполнить преобразование всей матрицы целиком. Группа разработчиков JPEG предложила оптимальный вариант решения этой проблемы: разбивать исходную матрицу на квадраты стандартного размера 8×8 и выполнять преобразование каждого из них. Использование блоков большего размера позволит улучшить качество сжатия, но не до бесконечности, так как слишком мала вероятность того, что сильно отдаленные точки похожи друг на друга [5–8].

Пример разработки ДКП в применении в обработкеспутниковыхгипер спектральных данных, исходные значения на рис. 2.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	1312	1225	1225	1312	1225	1138	1138	1225	1138	1138	1138	1138	1225
1	1238	1325	1238	1238	1238	1152	1325	1238	1238	1152	1238	1238	1238
2	1306	1219	1219	1133	1306	1306	1219	1306	1219	1219	1133	1306	1219
3	1236	1322	1236	1236	1236	1149	1236	1236	1149	1322	1236	1149	1236
4	1332	1158	1332	1245	1158	1245	1245	1158	1332	1245	1332	1245	1245
5	1253	1167	1340	1167	1253	1340	1253	1253	1253	1340	1253	1340	1340
6	1149	1236	1236	1236	1236	1236	1322	1236	1236	1149	1236	1236	1322
7	1152	1238	1238	1238	1238	1238	1238	1238	1238	1152	1238	1238	1325
8	1125	1211	1298	1211	1211	1211	1211	1211	1211	1211	1211	1211	1125
9	1233	1233	1233	1233	1233	1146	1146	1233	1233	1320	1233	1146	1233
10	1224	1224	1397	1224	1224	1137	1224	1310	1137	1224	1224	1224	1224
11	1230	1317	1230	1230	1144	1230	1230	1230	1317	1230	1144	1230	1230
12	1308	1221	1221	1221	1221	1308	1221	1221	1308	1221	1221	1221	1308
13	1230	1230	1230	1230	1144	1230	1230	1144	1230	1230	1230	1230	1144
14	1237	1324	1237	1324	1324	1324	1237	1411	1324	1324	1411	1237	1237
15	1325	1152	1238	1238	1325	1325	1238	1238	1238	1238	1238	1238	1325

Рисунок 2 – Визуализация значений исходных данных

Квантование (округление)

Следующим этапом, на котором и происходит основная потеря информации, является округление или квантование. Как видно, ДКП не выполняет какого-либо сжатия или кодирования, оно преобразует. Основной его задачей является преобразование исходного изображения к виду, удобному для последующих операций над ним [9–12].

Квантованием (округлением) называется процесс уменьшения объема информации, необходимого для хранения матрицы ДКП, с частичной потерей точности. По стандарту JPEG для этого используется матрица округления (МО). Каждому элементу исходной матрицы ДКП соответствует элемент МО. Результирующая матрица получается делением исходной матрицы на МО. При этом низкочастотным значениям в матрице ДКП соответствуют меньшие коэффициенты МО, что позволяет оставлять более значимую, изкочастотную информацию и отбрасывать менее важную высокочастотную. В связи с тем, что низкочастотные компоненты сосредоточены в левом верхнем углу матрицы ДКП, значения МО растут слева направо и сверху вниз. Результаты округления и качества восстановленного изображения напрямую зависят от выбранной матрицы округления, рис. 3.

Сжатие

Заключительный этап работы алгоритма кодирования JPEG – это сжатие. После обработки матрицы ДКП с помощью МО, в результирующей матрице появляется большое количество нулей, особенно в высокочастотной области (правый нижний угол).

Первым шагом значение в левом верхнем углу результирующей матрицы заменяется на относительное. Так как соседние блоки изображения похожи друг на друга, то кодирование очередного элемента (0,0) через разницу с предыдущим будет более эффективным. Вторым шагом является непосредственно применение алгоритма кодирования повторов, для обработки большого количества подряд идущих нулей. Экспериментальные тестирования показали, что наилучших результатов можно добиться, если обходить матрицу зигзагом, при этом степень сжатия достигает от 5 и выше.

Наконец, на третьем и заключительном шаге полученный результат сжимается, как обычные данные с помощью алгоритма Хаффмана или арифметического кодирования в зависимости от реализации.

ВЫВОДЫ

Разработан многоэтапный усовершенствованный алгоритм сжатия гиперспектральных АИ, использующий предварительную обработку данных, позволяющий до 55 % увеличить степень сжатия данных по сравнению с специализированными форматами и алгоритмами сжатия.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Златопольский, А. А.** Новые возможности технологии LESSA и анализ цифровой модели рельефа. Методический аспект // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.* – 2011. – Т. 8. – № 3. С. 38–46.

2 **Златопольский, А. А.** Методика измерения ориентационных характеристик данных дистанционного зондирования (технология LESSA) // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.* – 2008. – Т. 1. – № 5. – С. 38–46.

3 **Лупян, Е. А., Саворский, В. П., Шокин, Ю. И., Алексанин, А. И., Назиров, Р. Р., Недолужко, И. В., Панова, О. Ю.** Современные подходы и технологии организационной работы с данными дистанционного зондирования Земли для решения научных задач // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.* 2012. – Т. 9. – № 5. – С. 21–44.

4 **Остриков, В. Н., Михайлов, В. В., Смирнов, С. И.** Применение рандомизированного метода главных компонент для сжатия и тематической обработки гиперспектральных данных // *Доклады Одиннадцатой Всероссийской Открытой конференции.* 2013. – 11–15 ноября. – М.: ИКИ РАН.

5 **Балашов, И. В., Бурцев, М. А., Кашницкий, А. В., Лупян, Е. А., Толпин, В. А., Прошин, А. А.** Базовые средства создания интерфейсов, обеспечивающих интерактивный анализ и обработку данных распределенных архивов спутниковой информации // *Доклады Одинадцатая Всероссийской Открытой конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса».* – 2013. – 11–15 ноября. – М.: ИКИ РАН.

6 **Добрецов, Н. Н., Кихтенко, В. А., Смирнов, В. В., Суторихин, И. А., Чубаров, Д. Л., Чубаров, Л. Б.** Потенциальные возможности систем аналитической обработки для больших дисковых архивов данных мониторинга Земли // *Доклады Одиннадцатой Всероссийской Открытой конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса».* 2013. – 11–15 ноября. – М.: ИКИ РАН.

7 **Миклашевич, С. Э., Балашов, И. В., Бурцев, М. А., Ефремов, В. Ю., Мазуров, А. А.** и др. Программно-аппаратный комплекс для сбора, обработки, архивации и распространения спутниковых данных и продуктов

Рисунок 3 – Этап квантования

Декодирование

Так как ДКП является преобразованием Фурье, к нему существует обратное дискретное косинусное преобразование (ОДКП). Алгоритм декодирования повторяет алгоритм кодирования в обратном порядке, рис. 4.

Рисунок 4 – Обратное ДКП

их тематической обработки. // Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – № 4, С. 47–56.

8 [http://www.ncsa.uiuc.edu]

9 **Шустов, В. А.** Алгоритмы обучения нейронных сетей распознаванию изображений по равномерному критерию. // Институт систем обработки изображений РАН. – Вып. 25. – 2003. – С. 183–189.

10 **Чобану, М.** Многомерные многоскоростные системы обработки сигналов. – М. : Техносфера, 2009. – 480 с.

11 **Кобзарь, А. И.** Прикладная и математическая статистика. Для инженеров и научных сотрудников. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 816 с.

12 **Мезенцева, О. С., Алексеев, А. И.** Математические модели хранения и обработки данных большой размерности с высокой степенью достоверности. // Инфокоммуникационные технологии». – Т. 6. – № 1. – 2008. – С. 28–35.

Материал поступил в редакцию 08.09.17.

A. Zh. Sarinova

Гиперспектральдык аэроғарыштық бейнелерді өңдеудегі дискретті косинус трансформациясы

С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.
Материал баспаға 08.09.17 түсті.

A. Zh. Sarinova

Discrete cosine transform in the processing of hyperspectral aerospace images

S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar.
Material received on 08.09.17.

Мақалада уттиктік гиперспектральды деректерді өңдеудегі дискретті-косинус трансформациясы және оның қасиеттері зерттеліп және қолданылды.

The discrete-cosine transformation and its properties in the processing of satellite hyperspectral data are investigated and applied in the article.

УДК 004.9:614.842.86 (043.3)

Д. М. Тулегенов¹, Ю. В. Улихина², Н. Н. Оспанова³

¹студент, ²магистр, ст. преподаватель, ³к.п.н., доцент, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар
e-mail: ¹dan_nba@mail.ru, ²pheniks25@gmail.com, ³nazira_n@mail.ru

**РАЗРАБОТКА МОБИЛЬНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ
ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ ПЕРВОНАЧАЛЬНОЙ
ПОДГОТОВКИ РАБОТНИКОВ НЕГОСУДАРСТВЕННЫХ
ПРОТИВОПОЖАРНЫХ СЛУЖБ**

В настоящей статье рассматриваются основные этапы разработки мобильного приложения для организации первоначальной подготовки работников негосударственных противопожарных служб с анализом сред разработки и некоторыми фрагментами программной реализации.

Ключевые слова: мобильное приложение, android, негосударственные противопожарные службы.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время мобильные технологии широко распространены в повседневной жизни. Практически у каждого человека на земле есть мобильный телефон. Мобильные устройства становятся сложнее и сложнее. Помимо компьютеров появились такие устройства, как смартфоны, коммуникаторы, планшетные компьютеры. Эти устройства по характеристикам не уступают вчерашним настольным компьютерам, они представляют собой достаточно сложные программно-аппаратные комплексы, управляемые операционными системами. До появления смартфонов телефон представлял собой простую систему, со встроенным программным обеспечением [1].

Сегодня специалистами в области информационных технологий разрабатываются мобильные приложения, которые позволяют решать огромное количество задач, например, создание 3D анимации. Некоторые служат для того чтобы устанавливать соединение с сетью. Другие помогают оптимизировать маршрут. Третьи предназначены для тех, кто ищет самые выгодные магазины. В основу каждой из таких программ легли определенные

утилиты, что в результате позволяет быстро решать поставленную задачу, экономить время и достигать максимально комфортного уровня жизни.

На протяжении последних лет показатель, характеризующий уровень спроса на мобильные устройства, постоянно растет. Такая статистика позволяет сделать вывод о том, что разработка мобильных приложений актуальна и целесообразна. Главное грамотно оценить, для кого и зачем создается софт. Только полезная разработка получит достойное признание со стороны пользователей [2].

Android – операционная система для коммуникаторов, планшетных компьютеров, цифровых проигрывателей, цифровых фоторамок, наручных часов, нетбуков и смартфонов, основанная на ядре Linux. Основным языком для разработки служит Java, однако существуют библиотеки, позволяющие вести разработку на языке программирования 1С, C++ и т.д. [3].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Для разработки мобильного приложения для организации первоначальной подготовки работников негосударственных противопожарных служб были решены следующие задачи:

1) Проведен анализ предметной области и подобных приложений противопожарных служб в свободном доступе. Рассмотрено понятие «Негосударственные противопожарные службы», дано описание организации АО «Өрт сөндүрүшү», её задачи, приоритеты, а также приведена структура организации и схема расстановки штата филиала. В результате анализа подобных приложений было выявлено, что существует 4 сайта и два мобильных приложения, относящиеся к противопожарной сфере. Рассмотрев преимущества и недостатки данных информационных источников, было создано мобильное приложение для организации первоначальной подготовки работников негосударственных противопожарных служб АО «Өрт сөндүрүшү».

2) Выбрана среда разработки мобильного приложения для негосударственных противопожарных служб. В результате поиска и сравнения нынешних сред разработки для мобильных приложений были рассмотрены несколько сред разработки под разные операционные системы. Операционной системой была выбрана Android, языком программирования Java, а средой разработки в силу большего преимущества перед другими средами послужила Android Studio 2.1.3. Целевой платформой стала платформа Android версии 4. 0. Преимущества и недостатки сред разработки указаны в таблице 1.

Таблица 1 – Преимущества и недостатки сред разработки

Среда разработки	Преимущества	Недостатки
Android Studio	Встроенный SDK; удобный конструктор интерфейсов и дизайн; грамотная структура проекта; логи позволяют быстро отследить наличие ошибок в коде; большое количество источников информации в интернете (видео-уроки, лекции, практика).	Долгая компиляция проектов в Gradle; занимает много оперативной памяти, из-за чего может вскоре подвисать.
Eclipse	Возможность расширить Eclipse собственными модулями; платформо-независимый продукт; поддерживает русский язык; проста в работе и поэтому рекомендована новичкам.	Медлительность; сильно загружает оперативную память компьютера, долго запускается; существенная нехватка документации, нет единого сообщества разработчиков; несовместимость плагинов может.
IntelliJ IDEA	«Понимание кода»; встроенные функции для разработки и поддержки многих языков; совместимость со многими инструментами разработчиков.	Производительность -томительное ожидание выполнения компиляции, перекомпиляции тестирования; при большом количестве строк программного кода подтормаживает.
Intel Beacon Mountain	Автообновление позволяет не отслеживать выход новых версий; поддерживает разработку для целевых платформ на основе процессоров Intel Atom и ARM.	Медлительность; очень мало информационных источников, учебных материалов.
XCode	Единственное окно рабочего пространства – workplace window; поддержка многих языков программирования; усовершенствованный Interface Builder.	Относительно сложная IDE для самопознания новичком; изредка компилятор подтормаживает и выдает ошибки; отсутствие рефакторинга.
Visual Studio	Добавление сторонних плагинов позволяет серьезно расширить функциональность среды; поддерживает русский язык.	Новичку тяжело самостоятельно разобраться, отсутствие кросс-платформенности продукта, а также абсолютная коммерциализованность продуктов.

3) Проведено проектирование мобильного приложения. При проектировании были соблюдены эргономические требования, требования руководителей организации.

4) Проведена программная реализация мобильного приложения для организации первоначальной подготовки работников негосударственных противопожарных служб АО «Өрт сөндіруші». Приложение неоднократно тестировалось на разных устройствах. В период тестирования приложение проверялось на наличие ошибок, быстродействие, и внешнюю совместимость на смартфонах с разными разрешениями экрана, были выявлены небольшие некорректности в работе мобильного приложения, которые в процессе работы были устранены. Ниже представлены основные моменты разработки (листинг) мобильного приложения.

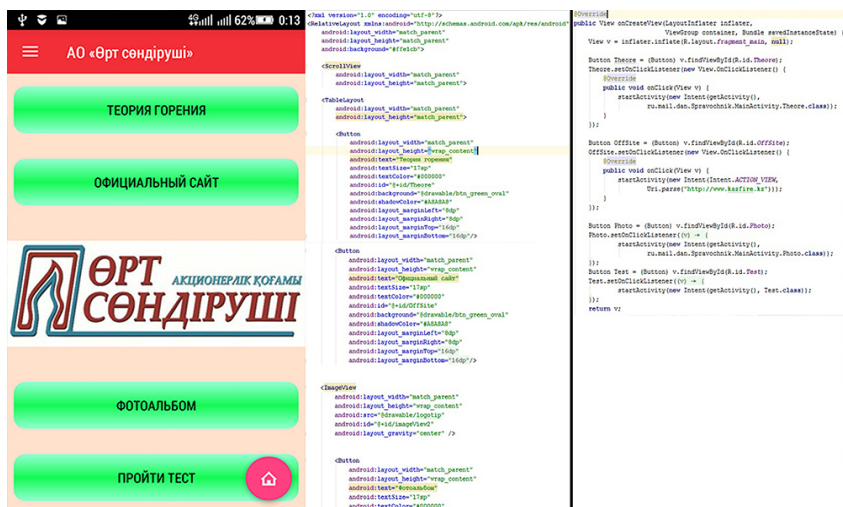


Рисунок 1 – Главное окно и программный код мобильного приложения

На рисунке 1, слева направо представлено главное окно мобильного приложения, xml-разметка расположения кнопок и логотипа организации в файле макета, а также программный код обработчика кнопок в соответствующем java классе.

Чтобы отобразить содержимое данных текстовых документов в окне приложения в соответствующем xml-файле проекта создается элемент TextView. А в java-классе этого xml-файла в методе onCreate прописывается программный код, где и указывалась ссылка на необходимый текстовый документ. На рисунке 2, слева показано как текст выглядит в окне мобильного

приложения, посередине расположение view-элементов, то есть TextView с элементом ScrollView для прокрутки большого объема текста на экране, и справа программный код java-класса этого объекта, в котором и указано чтение файла из текстового документа «Тхт» из папки «assets».

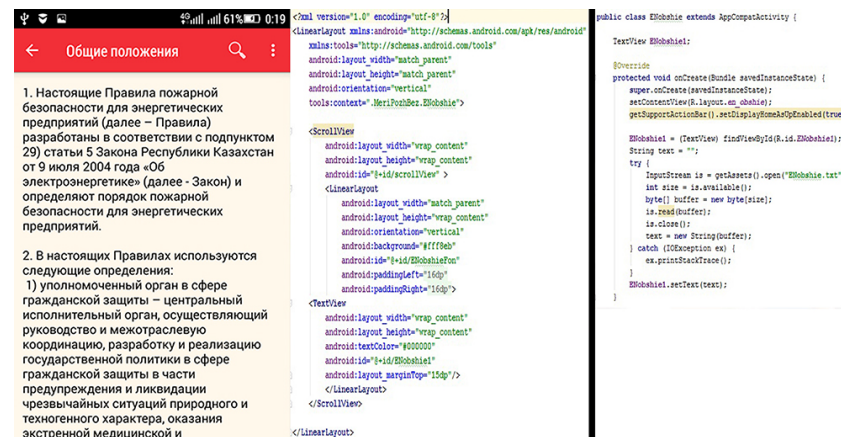


Рисунок 2 – Окно с текстом и программный код для его отображения

На рисунке 3 показана панель навигации (Navigation Drawer) с заголовками основных разделов справочника, далее идет xml-код для отображения названия заголовков приложения и заключительный столбец – код для реализации перехода по так называемым фрагментам.

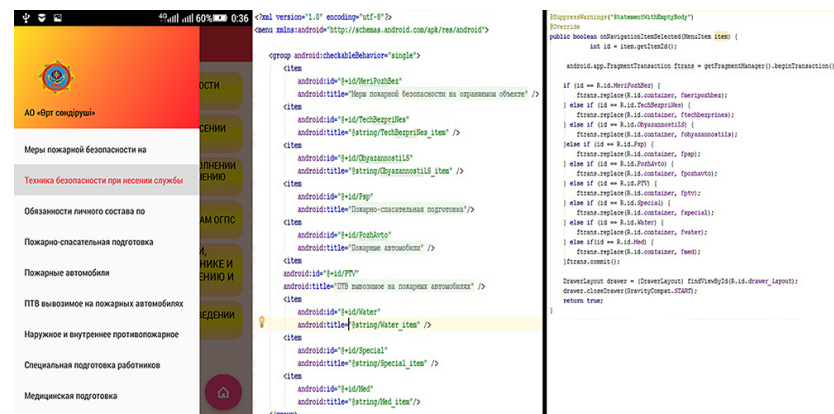


Рисунок 3 – Панель навигации, разметка для заголовков и код реализации переходов по фрагментам

ВЫВОДЫ

В ходе выполнения работы было разработано мобильное приложение для организации первоначальной подготовки работников негосударственных противопожарных служб АО «Өрт сөндіруші», которое разрабатывалось по требованиям АО «Өрт сөндіруші» и его наполнение соответствует нормам негосударственных противопожарных служб.

Мобильное приложение для организации первоначальной подготовки работников негосударственных противопожарных служб служит для рабочих целей, которое позволит начальникам, руководителям, работникам организации и стажерам контролировать процесс обучения, составлять аналитическую отчетность, выполнять такие задачи, как проверка пройденного материала и его закрепление. Работникам и стажерам не нужно больше перебирать учебники, конспекты и пособия по подготовке, ждать очереди, когда необходимый им источник информации освободится, достаточно скачать приложение на свой смартфон и получить всю необходимую информацию.

Мобильное приложение для организации первоначальной подготовки работников негосударственных противопожарных служб обладает заметным преимуществом перед аналогичными приложениями. Программный продукт прост в использовании и не требует специальных навыков обучения. Имеется руководство по использованию для неопытных пользователей мобильных приложений. Это мобильное приложение незаменимый, полезный и удобный источник информации для работников организации АО «Өрт сөндіруші».

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 **Хатько, Евгений Евгеньевич.** Исследование и разработка метода, моделей и алгоритмов тестирования приложений для мобильных устройств. – М., 2013. – 169 с. : ил. РГБ ОД, 61 13-5/1536
- 2 http://ykazka.ru/blogs?blogs2_id=5067
- 3 <http://androidtab.ru/ob-android-os/>
- 4 Start Android – учебник по Android для начинающих и продвинутых.
- © Start Android, 2011–2017.
- 5 <http://developer.alexanderklimov.ru>
- 6 <http://www.fandroid.info/poleznye-ssylki-i-resursy-android>

Материал поступил в редакцию 08.09.17.

Д. М. Тулегенов, Ю. В. Улихина, Н. Н. Оспанова

Мемлекеттік емес өртке қарсы қызметтер қызметкерлерінің бастапқы оқытуын ұйымдастыру үшін мобильді қосымшасын құрастыру

С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.
Материал баспаға 08.09.17 түсті.

D. M. Tulegenov, Y. V. Ulikhina, N. N. Ospanova

The development of mobile applications for the organization of the initial training of non-state fire services workers

S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar.
Material received on 08.09.17.

Бұл мақалада мемлекеттік емес өртке қарсы қызметкерлердің бастапқы даярлығын ұйымдастыруға арналған мобильдік қосымша жасаудың негізгі кезеңдері, әзірлеу орталары мен бағдарламалық жүзеге асырудың кейбір фрагменттері қарастырылады.

In the present article there were considered the main development stages of a mobile application for the organization of initial training of non-state fire services workers with the analysis of development environments and some fragments of program realization.

А. А. Шанькин¹, А. Ж. Асаинова²

¹Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар;

²к.п.н., доцент, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар

e-mail: ¹ang31@mail.ru, ²asal_fr@mail.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ПОРТАЛА ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ «OMIS»

В настоящей статье авторы предлагают авторскую модель портала дистанционного обучения на примере моделей дистанционного обучения М. Мура и Т. Бейтса и на ее основе описывается разработка портала дистанционного обучения «OMIS». Важнейшей частью портала является интерактивная видеолекция, которая осуществляет поддержку всего процесса самостоятельного усвоения материала через необходимый теоретический материал, систему терминов, осуществляет проверку усвоения материала. Авторы указывают, что разработанные ими интерактивные видеолекции, включенные в портал, выполняют роль преподавателя без его фактического присутствия. Также в систему портала входят 3D тренажеры, вебинары.

Ключевые слова: модель, портал дистанционного обучения, контент, интерактивная видеолекция, 3D-тренажер, «on-line» режим, «off-line» режим.

ВВЕДЕНИЕ

Мировой процесс перехода от индустриального к информационному обществу, социально-экономические изменения, которые происходят в современном мире, требуют существенных преобразований во многих сферах деятельности человека, а также развитие сферы образования на основе новых прогрессивных концепций, внедрения в учебно-воспитательный процесс новейших педагогических технологий и научно-методических разработок. Дистанционное обучение специалисты по стратегическим проблемам образования называют образовательной системой 21 века. В этих условиях является актуальным разработка портала дистанционного обучения «OMIS», для решения некоторых проблем развития системы образования.

Современный этап развития Казахстана ориентирован на ускоренное продвижение государства в сообщество 50-ти наиболее конкурентоспособных стран мира. В связи с этим, нужно дать импульс развитию системы профессионального образования для подготовки специалистов новых производств в рамках обозначенной экономики. В этих целях необходимо обновление профессиональных стандартов в соответствии с требованиями рынка труда и передовым мировым опытом обучения на производстве [1].

Актуальность дистанционного обучения состоит в том, что в условиях техногенной цивилизации традиционные модели организации учебного процесса не в состоянии удовлетворить потребности в образовании значительной части населения. В этих условиях система дистанционного обучения, обеспечивающая использование новейших технологических средств для доставки информации и учебных материалов непосредственно потребителю независимо от его местопребывания, становится неотъемлемой, конкурентоспособной частью образовательного пространства.

Система дистанционного обучения должна быть гибкой и в меру сложной. Слишком сложная система дистанционного обучения вредит сама себе, так как над действиями самой системы может быть потерян контроль [2].

Опыт, который уже имеется в казахстанской практике в системе образования в области дистанционного обучения, требует дальнейшей разработки и совершенствования.

Анализ научной литературы по разработке портала дистанционного обучения позволил выявить противоречия, возникающие между:

– потребностью общества в высоком качестве обучения с использованием дистанционных образовательных технологий и недостаточным качеством предлагаемого учебного контента;

– потребностью многих компаний, организаций образования и других учреждений обучать сотрудников в плане повышения квалификации, переподготовки кадров, с максимальным качеством и наименьшими издержками и небольшим выбором на рынке порталов дистанционного обучения.

Эти противоречия порождают основную проблему: разработку такого портала дистанционного обучения, который бы имел инструментарий для создания курсов не только для организаций образования, но и для промышленности с соответствующим требованиям заказчика контентом.

На данном этапе в Казахстане достаточно глубоко изучены вопросы организации и управления дистанционным обучением, но вместе с тем появилась необходимость создания универсальных порталов дистанционного обучения, востребованных не только в образовательной деятельности организаций образования, но и в промышленности, в которых

большое внимание уделено наполняемому контенту, в связи с этим на сегодняшний момент назрела необходимость поиска новых путей развития и совершенствования порталов дистанционного обучения.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Одной из ведущих идей модернизации отечественной системы образования является развитие дистанционного обучения на различных уровнях образования и повышения квалификации, что невозможно без образовательной информационной среды – портала дистанционного обучения.



Рисунок 1 – Пользователи портала дистанционного обучения

Образовательный портал позволяет реализовывать такие функции как предоставление информации и средств общения для профессионалов, улучшение связей между существующими подразделениями и ресурсами, совершенствование средств навигации по сети Интернет в целевом направлении, соблюдение авторских прав, защиту интеллектуальной собственности, возможность обмена информацией, предоставление разнообразных сервисов (чата, форума, почтовой рассылки) [3].

Для удобства работы на портале дистанционного обучения, повышения эффективности его использования и предоставления необходимой информации пользователям рекомендуется разделять пользователей по категориям. На рисунке 1 представлены основные категории пользователей

портала: администраторы портала, тьюторы (преподаватели), обучающиеся и гости.

Для разработки эффективного, направленного на интересы пользователей портала дистанционного обучения, ключевым условием является изучение существующих моделей дистанционного обучения.

При разработке авторской модели дистанционного обучения (рисунок 2) были использованы как основа, модели дистанционного обучения М. Мура и Т. Бейтса [4].

Источники	Дизайн, разработка	Доставка	Взаимодействие	Учебная среда
Потребности обучающегося Потребности организации Учебный план	Модель портала Разработка портала Апробация Оценка Юзабилити	Интерактивная видеолекция, Виртуальная 3D-лаборатория Архив видеолекций и вебинаров Экзамены и зачеты онлайн «Живой» форум Чаты Вебинары Электронная почта Социальные сети	Персонализация доступа Обучающиеся Тьюторы (преподаватели) Сотрудники Администраторы Расписание Статистический учет	Любое место, где имеется доступ к Интернету: Рабочее место Дом Аудитория Учебный центр другое

Рисунок 2 – Модель портала дистанционного обучения

В авторской модели дистанционного обучения источником создания курсов являются потребности организации и потребности обучающегося, основой курса является учебный план, второй раздел был назван «Дизайн, разработка», так как немаловажное значение имеет программная разработка портала, его модель, апробация и оценка, при этом учитывается и юзабилити программной разработки, третий раздел «Доставка» был дополнен согласно модели дистанционного обучения Т. Бейтса: удобный

доступ, минимизация затрат с учетом «цены» и «качества», эффективные технологии – интерактивные видеолекции и виртуальные тренажеры, вебинары, архивы занятий, постоянный учет успеваемости, самостоятельного изучения учебного материала, возможность взаимодействовать через чаты, форумы, почтовую рассылку и через социальные сети, высокий уровень использования интерактивных и 3D-моделей.



Рисунок 3 – Модель контента дистанционного курса

Учебное взаимодействие организовано между преподавателем и обучающимися, между самими обучающимися и другими пользователями (экспертами, администраторами системы, сотрудниками). При этом учебным местом пользователя портала дистанционного обучения «OMIS» может быть любое место, где имеется доступ к сети Интернет.

На рисунке 3 предлагается модель контента дистанционного курса.

Портал дистанционного обучения «OMIS» содержит организационно-административную и учебно-методическую информацию.

Организационно-административная информация включает расписание, статистика курсов, рейтинг обучающихся, архив видеолекций и вебинаров, экзамены и зачеты онлайн, «живой» форум, регулярные чаты и вебинары.

У каждого обучающегося имеется идентифицированный вход на портал. Учебно-методическая информация содержится на странице авторизованного обучающегося: выбор курса, просмотр видеоуроков, переход к виртуальной 3D-лаборатории, статистический учет.

Для «on-line» и «off-line» – занятий предусмотрены:

– интерактивные видеолекции с разбивкой на темы, всплывающими подсказками, контрольными вопросами и статистикой (рисунок 4);



Рисунок 4 – Интерактивная видеолекция

– 3D тренажер, который позволяет выработать базовые моторные навыки и обучиться точной последовательности действий согласно регламенту, принятому на том или ином производстве, даже не находясь в рабочем цеху, что обеспечивает экономическую эффективность при обучении большого количества обучающихся (рисунок 5);



Рисунок 5 – 3D тренажер

– контроль за процессом обучения через вывод результатов для обучающихся и для тьютора: просмотр итогового результата после окончания задания, рекомендации от виртуального преподавателя по работе над ошибками, оценка качества выполнения, сохранение результатов тренинга, для дальнейшего просмотра в личный профиль обучающегося, с возможностью просмотреть историю и процент выполненных заданий (рисунок 6).

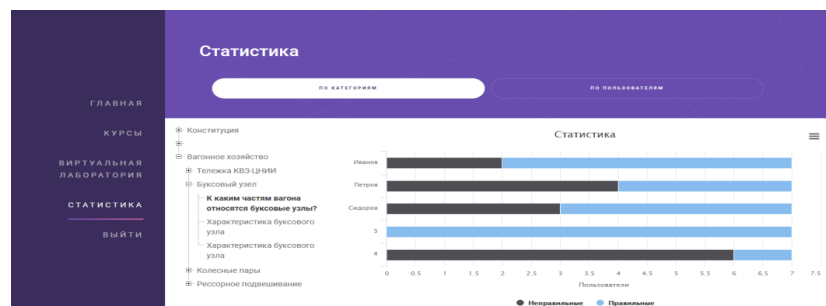


Рисунок 6 – Статистика

В дополнении к имеющемуся учебно-методическому наполнению, методика образовательного процесса будет включать дополнительные модули и материалы, которые будут реализовываться в сотрудничестве с заказчиками.

Для создания учебных курсов с применением ДОТ мы рекомендуем использовать интерактивные видеолекции, которые при правильном использовании всех ресурсов учебного материала и соответствующего программного обеспечения позволяют повысить эффективность обучения.

Слово «интерактив» происходит от английского слова «interact». «Inter» означает «взаимный», «act» – действовать. Поэтому термин «интерактивный» означает способность взаимодействовать или находиться в режиме диалога с кем-либо (человеком) или чем-либо (компьютером) [5].

В нашем понимании, интерактивная видеолекция – это видеолекция с использованием не только презентационного материала и объяснения преподавателя, но и, если есть необходимость использование 3D-моделей реальных объектов и процессов, в которой присутствуют интерактивные вставки (тестовые вопросы, необходимые термины для понимания лекции и др.), для контроля и поддержки всего процесса изучения материала [6].

Переход к следующей теме осуществляется только после плодотворного изучения предыдущей темы.

Следует отметить, реализация такой видеолекции требует от преподавателя знания материала, предполагаемых трудностей при изучении данного материала обучающимися, постановки корректных вопросов для проверки усвоения материала, а также применение специальных программ для их создания.

Преподаватель может вести архив или банк интерактивных видеолекций по всему курсу обучения по дисциплине, что позволяет оптимизировать преподавательский труд.

В качестве примера приведем интерактивную видеолекцию по курсу повышения квалификации с применением ДОТ «Вагонное хозяйство». Интерактивная видеолекция была создана группой авторов: программистом, преподавателем, дизайнером. Для подготовки материала было проведено несколько экскурсий на предприятие с целью изучения необходимого оборудования и процессов, в нашем случае буксового узла. Весь процесс обучения сопровождается объяснением преподавателя всех основных составляющих буксового узла на 3D-модели устройства (рисунок 7).

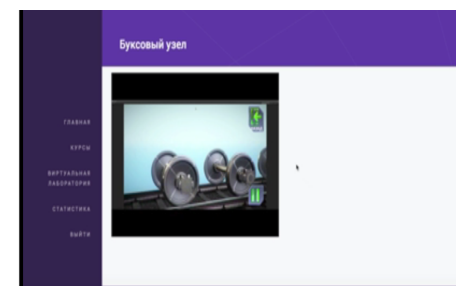


Рисунок 7 – Пример интерактивной видеолекции по буксовому узлу с аудиосопровождением

Для текущего контроля по изучению темы слушателями были использованы тестовые вопросы, при верном ответе на них осуществляется переход на следующий материал по теме, при неверном ответе, необходимо вернуться к изучению данного учебного материала (рисунок 8).

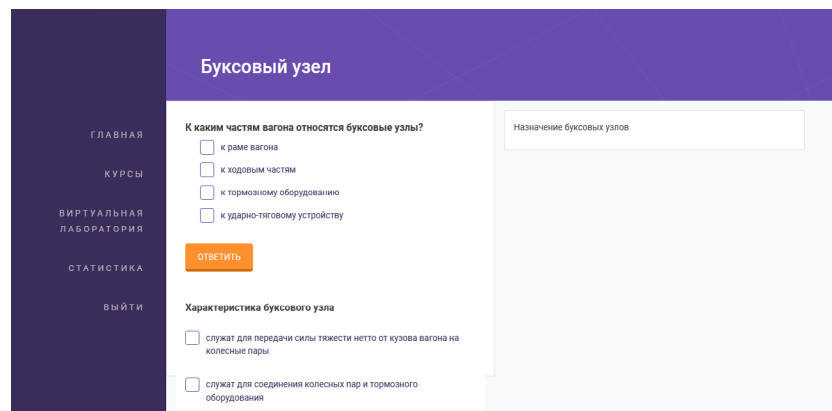


Рисунок 8 – Пример интерактивной вставки – тестового вопроса

В ходе интерактивной видеолекции предусмотрены подсказки в виде теоретического материала: опорные конспекты, справочные материалы, глоссарий и др. (рисунок 9).

Таким образом, интерактивная видеолекция, применяемая в учебном процессе имеет следующие особенности:

- разделение на подтемы (видеолекция разбивается на подтемы, помогая слушателю концентрировать внимание);
- всплывающие подсказки (по мере просмотра видеолекции слушатель получает подсказки с подробным описанием предоставляемого материала, которыми он может при необходимости воспользоваться).
- контрольные вопросы (после просмотра одной подтемы, обучающийся должен ответить на контрольный вопрос, чтобы иметь возможность перейти к седующей подтеме и продолжить обучение дальше);
- статистика (весь прогресс о просмотренном материале и отвеченных вопросах фиксируется в личном кабинете преподавателя).

В результате, весь процесс обучения контролируется и руководитель видит качество усвояемого материала.



Рисунок 9 – Пример интерактивной вставки – теоретического материала

В заключении отметим, что интерактивная видеолекция осуществляет поддержку всего процесса самостоятельного усвоения материала через необходимый теоретический материал, систему терминов, осуществляет проверку усвоения материала. Можно сказать, что интерактивная видеолекция выполняет роль преподавателя без его фактического присутствия.

ВЫВОДЫ

В этой статье мы представили модель портала дистанционного обучения «OMIS» и его разработку на основе данной модели.

При проведении учебных занятий в целях углубленного и устойчивого усвоения материала будут использоваться следующие методы обучения:

- методы с использованием Интернета;
- интерактивные методы обучения;
- методы визуального усвоения материала (использование видеотеки, 3D тренажера, вебинаров);
- методы с использованием мобильных технологий.

Тесное сотрудничество с заказчиками данных образовательных услуг, использование передовых методов обучения, упрощение процесса администрирования учебного процесса, визуализация сложноразветвленных и сложнопотекающих процессов в различных областях знаний непосредственно составляют главную отличительную особенность образовательного процесса с помощью портала дистанционного обучения «OMIS».

1 Послание президента Республики Казахстан Н. Назарбаева народу Казахстана. – 2017. – 31 января.

2 **Бордияну, И. В.** Совершенствование организации и правления дистанционным обучением в системе высшего образования Республики Казахстан [Текст] : дисс. на правах рукописи – Алматы, 2011. – 143 с.

3 [Электронный ресурс]. – <http://portal-u.ru/osushkontrolya/terminy10/itemlist/tag/start=310>. Глоссарий

4 [Электронный ресурс]. – https://infourok.ru/internet-tehnologii_i_distancionnoe_obrazovaniye-169470.htm Интернет-технологии и дистанционное образование.

5 **Мельников, С. В.** Активные и интерактивные формы проведения занятий при подготовке бакалавров социальной работы // Вестник Учебно-методического объединения вузов России по образованию в области социальной работы. – М. : РГСУ, 2014. – № 3.

6 **Шанькин, А. А., Асаинова, А. Ж.** Интерактивная видеолекция как средство применения дистанционных образовательных технологий // Современные тенденции развития науки и производства: сборник материалов V Международной научно-практической конференции. 28 февраля 2017 года, Том II – Кемерово : ЗапСибНЦ, 2017 – 585 с.

Материал поступил в редакцию 08.09.17.

A. A. Shankin, A. Zh. Asainova

«OMIS» қашықтықтан оқыту порталын модельдеу мен әзірлеу

С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.
Материал баспаға 08.09.17 түсті.

A. A. Shankin, A. Zh. Asainova

Modeling and development of the «OMIS» distance learning portal

S. Toraihyrov Pavlodar State University, Pavlodar.
Material received on 08.09.17.

Бұл мақалада авторлар қашықтықтан оқыту порталының моделін

М. Мур мен Т. Бейтстің қашықтықтан оқыту моделдерін қолдануын ұсынады және оның негізінде «OMIS» қашықтықтан оқыту порталының әзірлеуін сипаттайды. Интерактивті

видеолекция порталдың маңызды бөлігі болып табылады, себебі ол қажетті теориялық материалдар, терминдер жүйесі арқылы өз бетінше материалды меңгеріп, бүкіл процесін жүзеге асырады. Авторлар порталға енгізілген әзірлеген интерактивті бейнедәрістер оқытушының ролін орындайды деген сипаттамасын көрсетеді. Сондай-ақ, портал жүйесіне 3D тренажерлер, вебинарлар кіреді.

In this article, the authors propose the author's model of a distance learning portal, exemplified by the distance learning models of M. Moore and T. Bates, and on this basis the development of the portal for distance learning «OMIS» is described. The most important part of the portal is an interactive video lecture that supports the whole process of self-mastering the material through the necessary theoretical material, a system of terms, and verifies the assimilation of the material. The authors indicate that the interactive video lectures developed by them, included in the portal, act as a teacher without his actual presence. Also the portal system contains 3D simulators, webinars.

УДК 517.2

Б. Н. Дроботун¹, А. К. Хасенов²

¹д.п.н., профессор, ²магистрант, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар
e-mail: ¹drobotun.nina@mail.ru, ²ace.xak@gmail.ru

ТЕОРЕМА КОМПАКТНОСТИ ДЛЯ ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНЫХ ИСЧИСЛЕНИЙ (II)

В предлагаемой работе, являющейся непосредственным продолжением статьи [1], на основе выявленных в этой статье аналогов методов и технологий теории фильтров, используемых для доказательства теоремы компактности языка исчисления предикатов произвольной сигнатуры, приводится доказательство аналога этой теоремы для исчисления высказываний.

Ключевые слова: сигнатура, исчисление предикатов, фильтр, ультрафильтр, теорема компактности, формула, интерпретация, модель.

ВВЕДЕНИЕ

В данной статье, как продолжении работы [1], для удобства ссылок и обеспечения логической последовательности изложения, нумерации разделов и формул являются непосредственными продолжениями соответствующих нумераций, принятых в этой работе.

В статье, на основе аналогов методов и технологических средств теории фильтров приводится аналог доказательства теоремы компактности для исчисления высказываний.

В рамках синтаксиса исчисления предикатов формализуются содержательные представления о субъектно-предикатной структуре современного математического языка. В связи с этим, понимание теоремы компактности для этого исчисления сопряжено с рядом, зачастую, непреодолимых для значительного большинства студентов трудностей.

В синтаксической составляющей пропозициональных исчислений (в частности, в синтаксисе языка исчисления высказываний) подобное субъектно-предикатное разделение не предпринимается, что значительно упрощает формальное строение языков этих исчислений. В соответствии

с этим, языки пропозициональных исчислений являются наиболее подходящими для первоначального ознакомления с «феноменом» компактности формальных символических языков логических исчислений общего вида.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

4 В этом пункте (и далее), в качестве конкретного пропозиционального исчисления будет рассматриваться традиционное исчисление высказываний.

Через \mathcal{L} обозначим множество всех формул, исчисления высказываний, то есть язык этого исчисления. Данное в разделе 1, индуктивное построение языка пропозиционального исчисления общего вида является, по сути дела, построением именно этого языка с тем лишь уточнением, что из алфавита A_{σ_1} исключается логическая связка \leftrightarrow и, в соответствии с этим, в индукционном шаге не рассматриваются слова вида $(A \leftrightarrow B)$.

Формулы языка \mathcal{L} в пошаговом построении которого использовались пропозициональные переменные из множества $\{X_1; X_2; \dots; X_n\}$ будем обозначать через $A = A(A_1; A_2; \dots; A_n)$.

Аналогом означивания множества $X = \{x_1; x_2; \dots; x_t; \dots\}$ – предметных переменных в множестве M для исчисления предикатов общего вида, в исчислении высказываний является отображение $\tau: X \rightarrow \{l; u\}$ множества пропозициональных переменных $X = \{X_1; X_2; \dots; X_t; \dots\}$ в двухэлементное множество $E = \{l; u\}$, посредством которого каждая пропозициональная переменная X_i наделяется истинностным значением $\tau(X_i)$, $i = 1; 2; \dots; t; \dots$

Согласно разделу 2, под моделями исчисления высказываний, как моделями сигнатуры σ_1 , понимаются именно такие означивания, точнее результаты таких означиваний:

$$\{\tau(X_1); \tau(X_2); \dots; \tau(X_t); \dots\} \quad (4)$$

С этих позиций понятия выполнимости и конечной выполнимости множества Σ – формул языка $\mathcal{L}(A_{\sigma_1})$ исчисления предикатов сигнатуры σ_1 , приведенные в разделе 1 приобретают аналогичные формы.

Действительно, если Σ – произвольное подмножество множества L формул исчисления высказываний, то традиционно это множество называется выполнимым, если существует такое означивание $\tau: X \rightarrow E$, при котором все формулы из Σ превращаются в истинные высказывания, то есть если существует такая модель τ (вида (4)), что высказывание $A(\tau(X_1); \tau(X_2); \dots; \tau(X_n))$ является истинным, для любой формулы $A(X_1; X_2; \dots; X_n) \in \Sigma$.

Пробным же образом трактуется и понятие конечной (или локальной выполнимости).

Возвращаясь к теореме компактности языка исчисления предикатов, отметим, что в одну сторону, а именно слева – направо, эта теорема достаточно очевидна. Действительно, если существует модель, на которой все предложения из множества Σ становятся истинными высказываниями, то в этой же модели и все предложения из любого конечного подмножества этого множества также будут истинными.

Обратное утверждение, гарантируя существования своей (индивидуальной) модели для каждого конечного подмножества множества предложений Σ , не содержит никаких прямых указаний на то, каким образом, исходя из этих гарантий, вывести утверждение о существовании единой, общей для всех предложений из Σ , модели, то есть такой модели, на которой все эти предложения будут выполняться.

Аналогичная ситуация имеет место и для языка исчисления высказываний. Теорема компактности формулируется, в этом случае, следующим образом: множество Σ формул языка исчисления высказываний совместно тогда и только тогда, когда оно является конечно совместным.

Нетривиальная часть теоремы компактности для исчисления высказываний утверждает, что если для каждого конечного подмножества Δ множества $\Sigma \subseteq \mathcal{L}$ существует индивидуальное означивание τ_Δ (то есть модель вида (4)) такое, что все формулы из Δ будут при этом означивании истинными, то существует и такое общее означивание τ (то есть также модель вида (4)), при котором все формулы из Σ принимают значение u .

Заметим, что для конечных множеств Σ и эта часть теоремы компактности также становится очевидной. В связи с этим, будем предполагать, что Σ – бесконечное множество формул. С целью упрощения теоретико-множественных рассуждений, будем предполагать, что это бесконечное множество является счетным.

5 Пусть теперь $\Sigma \subseteq \mathcal{L}$ и Σ – конечно совместно. Положим $J = \{\Delta / \Delta - \text{конечное подмножество } \Sigma\}$. Так как Σ – счетно, то множество J также счетно, то есть элементы этого множества можно занумеровать натуральными числами. Фиксируя одну из таких нумераций, получим $J = \{\Delta_i / i \in N\}$.

Пусть τ_i – означивание, при котором все формулы из Δ_i являются истинными. Далее, запись $\Delta_i[\tau_j] = u$ будет означать, что

$$A[\tau_j] = A(\tau_j(X_1); \tau_j(X_2); \dots; \tau_j(X_n)) = u$$

для любой формулы $A(X_1; X_2; \dots; X_n) \in \Delta_i$, $i \in N$. Пусть теперь,

$$J_i = \{j / (j \in N) \& (\Delta_i[\tau_j] = u)\}. \quad (5)$$

Так как $\Delta_i[\tau_j] = u$, то $i \in J_i$, то есть $J_i \neq \emptyset$ для любого $i \in N$.

Положим $D' = \{J_i / i \in N\}$. Согласно определению D' – множество подмножеств множества N .

Лемма 1. Множество D' является центрированным.

Доказательство. В соответствии с определением центрированного множества, нужно доказать, что D' замкнуто относительно конечных пересечений. Действительно, пусть $J_{i_1}; J_{i_2}; \dots; J_{i_n} \in D'$. Так как $\Delta_{i_1} \cup \Delta_{i_2} \cup \dots \cup \Delta_{i_n}$ конечное подмножество множества Σ , то существует такой номер $\zeta \in N$, что

$$\Delta_{i_1} \cup \Delta_{i_2} \cup \dots \cup \Delta_{i_n} = \Delta_\zeta \quad (6)$$

Покажем, что

$$J_{i_1} \cap J_{i_2} \cap \dots \cap J_{i_n} = J_\zeta.$$

Для доказательства применим метод включений. Пусть $k \in J_{i_1} \cap J_{i_2} \cap \dots \cap J_{i_n}$. Тогда

$$\begin{aligned} (k \in J_{i_1} \cap J_{i_2} \cap \dots \cap J_{i_n}) &\stackrel{1}{\Leftrightarrow} (k \in J_{i_1}) \& (k \in J_{i_2}) \& \dots \& (k \in J_{i_n}) \stackrel{2}{\Leftrightarrow} \\ &\stackrel{2}{\Leftrightarrow} (\Delta_{i_1}[\tau_k] = u) \& (\Delta_{i_2}[\tau_k] = u) \& \dots \& (\Delta_{i_n}[\tau_k] = u) \stackrel{3}{\Leftrightarrow} \\ &\stackrel{3}{\Leftrightarrow} ((\Delta_{i_1} \cup \Delta_{i_2} \cup \dots \cup \Delta_{i_n})[\tau_k] = u) \stackrel{4}{\Leftrightarrow} (\Delta_\zeta[\tau_k] = u) \stackrel{5}{\Leftrightarrow} (k \in J_\zeta), \end{aligned} \quad (7)$$

Отметим, что, в цепочке равносильных переходов (7):

- переход 1 обусловлен определением операции \cap ;
- переход 2 – соотношением (5);
- переход 3 – определением означивания τ_k ;
- переход 4 – равенством (6);
- переход 5 – соотношением (5).

Согласно предложению 1, множество D' можно расширить до фильтра D над N и, далее, используя предложение 2, этот фильтр можно расширить до ультрафильтра D^* над множеством N .

Дальнейшее доказательство теоремы компактности языка исчисления предикатов использует технику ультрапроизведений и теорему Лося [3, с. 201]. В случае языка исчисления высказываний аналоги этих средств приобретают наиболее простые формы.

А именно, роль ультрапроизведения моделей для конечных подмножеств формул конечно совместного множества Σ – формул исчисления предикатов будет играть означивание τ , построение которого осуществляется по следующим правилам:

$$(\forall X_i \in X)((\tau(X_i) = u) \Leftrightarrow (\{j / \tau_j(X_j) = u\} \in D^*)) \quad (8)$$

Роль теоремы Лося о фильтруемости формул языка исчисления предикатов применительно к языку \mathcal{L} – исчисления высказываний будет играть следующее утверждение.

Лемма 2. Для любой формулы $A = A(X_1; X_2; \dots; X_n) \in \mathcal{L}$ имеет место равносильность

$$A[\tau] = A(\tau(X_1); \tau(X_2); \dots; \tau(X_n)) = u \Leftrightarrow (\{j / A[\tau_j] = u\} \in D^*). \quad (9)$$

Доказательство. Равносильность (9) докажем индукцией по сложности $S(A)$ формулы A .

а) Базис индукции. ($S(A) = 0$). В этом случае $A = X_i$ для некоторого $i \in N$ и, следовательно, равносильность (9) превращается в равносильность (8), представляющую собой определение означивания τ .

б) Индукционное предположение. ($S(C) \leq k$). Предположим, что для любой формулы $C \in \mathcal{L}$ такой, что $S(C) \leq k$, равносильность (9) уже доказана.

в) Индукционный шаг. ($S(A) = k + 1$). В этом случае, в соответствии с индукционным шагом определения формулы, для формулы A может иметь место одна из следующих возможностей:

- в. 1) $A = (B \vee C)$;
- в. 2) $A = (B \& C)$;
- в. 3) $A = (B \rightarrow C)$;
- в. 4) $A = \neg B$,

для некоторых формул $B, C \in \mathcal{L}$.

Заметим, что так как $S(A) = k + 1$, то $S(B) \leq k$ и $S(C) \leq k$, то есть согласно индукционному предположению можно считать, что для формул B и C – равносильность (9) уже доказана, то есть

$$(B[\tau] = u) \Leftrightarrow (\{j / B[\tau_j] = u\} \in D^*), \quad (10)$$

$$(C[\tau] = u) \Leftrightarrow (\{j / C[\tau_j] = u\} \in D^*). \quad (11)$$

Докажем, для каждого из возможных строений формулы A докажем, что равносильность (9) имеет место и для этой формулы.

в.1) \Rightarrow Полагая $A[\tau] = u$ будем иметь:

$$\begin{aligned} (A[\tau] = u) &\Rightarrow ((B \vee C)[\tau] = u) \stackrel{1}{\Rightarrow} ((B[\tau] = u) \text{ или } (C[\tau] = u)) \stackrel{2}{\Rightarrow} \\ &\Rightarrow ((\{j / B[\tau_j] = u\} \in D^*) \text{ или } (\{j / C[\tau_j] = u\} \in D^*)) \stackrel{3}{\Rightarrow} \\ &\Rightarrow ((\{j / B[\tau_j] = u\} \cup \{j / C[\tau_j] = u\}) \in D^*) \stackrel{4}{\Rightarrow} \\ &\Rightarrow (\{j / (B \vee C)[\tau_j] = u\} \in D^*) \stackrel{5}{\Rightarrow} (\{j / A[\tau_j] = u\} \in D^*). \end{aligned} \quad (12)$$

Отметим, что в цепочке (12) – импликативных переходов:

– переходы 1 и 4 основываются на таблице истинности для логической связки \vee ;

– переход 2 – на равносильностях (10) и (11);

– переход 3 – на свойстве i) ультрафильтров ([1], подраздел 3);

в. 2) \Rightarrow Как и в случае в.1), получаем:

$$\begin{aligned} (A[\tau] = u) &\Rightarrow ((B \& C)[\tau] = u) \Rightarrow ((B[\tau] = u) \text{ и } (C[\tau] = u)) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (\{j / B[\tau_j] = u\} \in D^*) \text{ и } (\{j / C[\tau_j] = u\} \in D^*) \stackrel{1}{\Rightarrow} \\ &\stackrel{1}{\Rightarrow} ((\{j / B[\tau_j] = u\} \cap \{j / C[\tau_j] = u\}) \in D^*) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (\{j / (B \& C)[\tau_j] = u\} \in D^*) \Rightarrow (\{j / A[\tau_j] = u\} \in D^*). \end{aligned} \quad (13)$$

Не останавливаясь на доказательстве остальных переходов в цепочке (13), отметим, что переход 1 осуществлен на основе замкнутости ультрафильтра D^* относительно конечных пересечений.

\Leftarrow Аналогично:

в. 4) \Rightarrow Предполагая, что $A[\tau] = u$, будем иметь:

$$\begin{aligned} (A[\tau] = u) &\Rightarrow (\neg B[\tau] = u) \Rightarrow (B[\tau] = \perp) \Rightarrow (\{j / B[\tau_j] = u\} \notin D^*) \stackrel{1}{\Rightarrow} \\ &\stackrel{1}{\Rightarrow} ((N / \{j / B[\tau_j] = u\}) \in D^*) \Rightarrow (\{j / B[\tau_j] = \perp\} \in D^*) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (\{j / \neg B[\tau_j] = u\} \in D^*) \Rightarrow (\{j / A[\tau_j] = u\} \in D^*). \end{aligned} \quad (14)$$

Отметим, что в импликативной цепочке (14) переход 1 основывается на теореме 1 [1, подраздел 3].

\Leftarrow Аналогичным образом

б) Докажем теперь, что $\{j / A[\tau_j] = u\} \in D^*$ для любой формулы $A(X_1; X_2; \dots; X_n) \in \Sigma$.

Действительно, если $A \in \Sigma$, то конечное (одноэлементное) подмножество $\{A\} \in J$ и, следовательно, существует такой номер $i_0 \in N$, что $\{A\} = \Delta_{i_0}$. Тогда, по определению множества D' , получаем, что

$$J_{i_0} = \{j / (j \in N) \& (\Delta_{i_0}[\tau_j] = u)\} \in D'. \quad (15)$$

А так как $D' \subseteq D^*$, то $J_{i_0} \in D^*$. Но $\Delta_{i_0} = \{A\}$, то есть имеет место равенство

$$\{j / (j \in N) \& (\Delta_{i_0}[\tau_j] = u)\} = \{j / (j \in N) \& (A[\tau_j] = u)\}. \quad (16)$$

Из соотношений (15) и (16) следует, что

$$\{j / (j \in N) \& (A[\tau_j] = u)\} \in D^*. \quad (17)$$

Из принадлежности (17), с учетом равносильности (9) получаем:

$$A[\tau] = A(\tau(X_1); \tau(X_2); \dots; \tau(X_n)) = u,$$

то есть интерпретация τ есть модель всего множества высказываний Σ .

ВЫВОДЫ

В рамках исчисления высказываний формировались исходные представления о индуктивных технологиях построения формальных символических языков логических исчислений, их алгебраических и

алгоритмических свойствах, их выразительных возможностях и средствах дедукции.

Понятия непротиворечивости, разрешимости, полноты и независимости логических исчислений также изначально определялись и обретали современные формы применительно к пропозициональным исчислениям, в частности, к исчислению высказываний.

Аналогичным образом и первичные представления о выполнимости и конечной выполнимости (относительно той или иной семантики) и связях между этими понятиями также зародились в рамках пропозициональных исчислений.

В связи с этим, вопрос о получении непосредственных доказательств компактности языков пропозициональных исчислений (в первую очередь, – исчисления высказываний) представляет собой интерес, как с теоретических, так и методологических позиций. Непосредственное доказательство теоремы компактности для исчисления высказываний, основанное на обобщенной теореме о полноте, приводится в книге [3]. Приведенное в данной работе доказательство компактности языка исчисления высказываний использует инструментально-технологический аппарат теории фильтров, что позволяет получить представление о содержательной сути теоремы компактности для этого исчисления с более современной точки зрения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Мальцев, А. И.** Untersuchungen aus dem Gebiete der mathematischen Logik. // Матем. сб. – 1936. 1 (43). – С. 323–336.

2 **Мальцев, А. И.** Об одном общем методе получения локальных теорем теории групп. – Иваново : Ученые записки пед. института, физ-мат факультет. – 1. – 1. С. 3–9.

3 **Кейслер, Г., Чэн, Ч. Ч.** Теория моделей. – М. : Мир, 1977. – 614 с.

4 **Гончаров, С. С., Дроботун, Б. Н., Никитин, А. А.** Алгебраические и алгоритмические свойства логических исчислений. Часть I. Моногр. Новосибирск : из-во НГУ. Научное издание, – 2008.

5 **Гончаров, С. С., Дроботун, Б. Н., Никитин, А. А.** Алгебраические и алгоритмические свойства логических исчислений. Часть II. Моногр. Новосибирск : из-во НГУ. Научное издание, 2008. – 370 с.

Материал поступил в редакцию 08.09.17.

Б. Н. Дроботун, А. К. Хасенов

Пропозициялық есептеулер үшін ықшамдылық теоремасы II

С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.
Материал баспаға 08.09.17 түсті.

B. N. Drobotun, A. K. Khassenov

A compactness theorem for propositional calculus II

S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar.
Material received on 08.09.17.

[1] мақаланың жалғасы болып табылатын, ұсынылған жұмыста сол мақалада анықталған, еркін сигнатуралы предикаттарды есептеу тілінің компакттік теоремасын дәлелдеу үшін қолданылатын, фильтр теориясының әдістері мен технологияларының аналогтары негізінде пікірлерді есептеу үшін бұл теореманың аналогының дәлелдеуі келтіріледі.

In the paper, which is a direct continuation of [1], on the basis of the analogs of the methods and technologies of the theory of filters that are used to prove the compactness theorem for the language of the predicate calculus of an arbitrary signature, in this article we prove the analog of this theorem for the calculus of propositions.

И. И. Павлюк¹, Ин. И. Павлюк², Л. И. Теняева³

¹к.ф.-м.н., доцент, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар, Казахстан; ²к.ф.-м.н., доцент, Новосибирский педагогический университет, г. Новосибирск, Россия; ³ст. преподаватель, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар, Казахстан
e-mail: ¹ivan.pavlyuk@mail.ru

**К ТЕОРИИ ГРУПП С НЕТРИВИАЛЬНЫМ КЛАССОМ
ЦЕНТРАЛИЗАТОРНО СОПРЯЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

В работе получена

Теорема. Если группа G обладает классом централизаторно сопряженных элементов, содержащим нейтральный элемент, то она обладает нетривиальным нормальным делителем.

Ключевые слова: централизаторная эквивалентность, централизаторная сопряженность элементов группы.

ВВЕДЕНИЕ

В работе продолжено изучение свойств класса централизаторно-сопряженных элементов произвольной группы G. Основные результаты работы анонсированы в [1].

В статье [2] внесено на рассмотрение ряд теоретико – групповых проблем (см. так же [3]). В настоящей работе приведено решение (см. лемму 7) проблемы № 2 и проблемы № 5 (см. лемму 3), а так же найдены условия, при которых произвольная группа обладает абелевым нормальным делителем (см. теорему 9). Обозначения в работе стандартные для теории групп [4, 5] и теории сравнений [6].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ [6]. Элемент x группы G. централизаторно – сравним с элементом y группы G относительно элемента $a \in G$ ($x \overset{a}{\equiv} y$), если и только если выполняется равенство $a^x = a^y$, т.е. элементы $x, y \in G$ централизаторно – сравнимы относительно элемента a, если истинна формула

$$(x \overset{a}{\equiv} y) \overset{def}{\Leftrightarrow} (a^x = a^y), \tag{1}$$

где символ $\overset{def}{\Leftrightarrow}$ означает тождественно равно по определению.

Бинарное отношение « $\overset{g}{\equiv}_z$ » является отношением эквивалентности $\forall a \in G$ [2]. Бинарное отношение « $\overset{c}{\equiv}$ » [6] сопряженности элементов a, b группы G вводится формулой

$$(a \overset{c}{\equiv} b) \overset{def}{\Leftrightarrow} ((\exists x \in G)(a^x = b)), \tag{2}$$

где символ « \exists » – квантор существования (« $\exists x$ » – существует x).

На базе этих двух понятий общей теории групп введем новое понятие централизаторной сопряженности элементов группы.

2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ [6]. Элементы x и y группы G централизаторно сопряжены в группе G относительно элемента $a \in G$ ($x \overset{a}{\equiv}_z y$), если и только если существует элемент $h \in G$ такой, что верно сравнение $x^h \overset{a}{\equiv}_z y$, т.е. для централизаторной сопряженности x и y требуется выполнение следующей формулы на элементах группы

$$(x \overset{a}{\equiv}_z y) \overset{def}{\Leftrightarrow} ((\exists h \in G)(x^h \overset{a}{\equiv}_z y)). \tag{3}$$

3 ЛЕММА. Отношение « $\overset{a}{\equiv}_z$ », заданное на элементах группы инвариантно относительно действия ее внутренних автоморфизмов, т.е. в группе G истинна формула

$$(\forall g \in G)((x \overset{a}{\equiv}_z y) \Leftrightarrow (x^g \overset{a}{\equiv}_z y^g)), \tag{4}$$

где символ \Leftrightarrow означает «тогда и только тогда», а символ « \forall » – квантор общности ($\forall x$ – для любого x).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Сначала установим верность формулы

$$(\forall g \in G)((x \overset{a}{\equiv}_z y) \Leftrightarrow (x^g \overset{a}{\equiv}_z y^g)). \tag{5}$$

Действительно, пусть $(x \overset{a}{\equiv}_z y)$. Поскольку каждый элемент x группы G

лежит в некотором классе сопряженных элементов $\overset{c}{x}$, то $(\forall g \in G)(x^g \overset{c}{\equiv} x)$,

$x^g = b_g$ и $x = b_g^{g^{-1}}$ (закон сопряжения). Отсюда $b_g^{g^{-1}} \overset{a}{\equiv}_z y$ и

$(b_g^{g^{-1}})^h \overset{a}{\equiv}_z y$, $b_g^{g^{-1}h} \overset{a}{\equiv}_z y$, $b_g \overset{a}{\equiv}_z y$, $x^g \overset{a}{\equiv}_z y$. Обратно. Пусть

$(\forall g \in G)(x^g \overset{a}{\equiv}_z y)$. Тогда $(\forall h \in G)(x^{gh} \overset{a}{\equiv}_z y)$ и $(x \overset{a}{\equiv} y)$. Формула (5)

установлена. Далее, докажем следующую формулу

$$(\forall g \in G)((x \overset{a}{\equiv}_z y) \Leftrightarrow (x \overset{a}{\equiv}_z y^g)). \tag{6}$$

Действительно, из сравнения $(x \overset{a}{\equiv}_z y)$ следует, что $(\exists h \in G)(x^h \overset{a}{\equiv}_z y)$ и $y \overset{a}{\equiv}_z x^h$, поскольку « $\overset{a}{\equiv}_z$ » симметрично.

Очевидно, $(\forall c \in C(a)) (y^c \stackrel{a}{\equiv}_z x^{hc}), y^c \stackrel{a}{\equiv}_z x^{hc}$ и $y \stackrel{a}{\equiv}_z x^{hc}$. По формуле (5) $(\exists g \in G) (y^g \stackrel{a}{\equiv}_z x^{gh})$ и $y^{gh} \stackrel{a}{\equiv}_z x^{hc}, x^{hc} \stackrel{a}{\equiv}_z y^{gh}$. Поскольку g – произвольный элемент группы G , то $x \stackrel{a}{\equiv}_z y^g$. Обратно. Пусть $x \stackrel{a}{\equiv}_z y^g$. Тогда из установленного сравнения $x \stackrel{a}{\equiv}_z y^g$ следует, что $x \stackrel{a}{\equiv}_z (y^g)^{g^{-1}}$ и $x \stackrel{a}{\equiv}_z y$. Теперь из формул (5) и (6) следует формула (4).

Лемма доказана.

4 ЛЕММА. Бинарное отношение централизаторной сопряженности элементов группы G относительно произвольного элемента $a \in G$ является отношением эквивалентности.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Очевидно, следующая формула имеет место $(\forall g \in G)(\forall a \in G)(g \stackrel{a}{\equiv}_z g) \Rightarrow (g^1 \stackrel{a}{\equiv}_z g) \Rightarrow (g \stackrel{a}{\equiv}_z g)$

Таким образом, отношение « $\stackrel{a}{\equiv}_z$ » рефлексивно. Пусть $x \stackrel{a}{\equiv}_z y, x, a, y \in G$. Тогда по формуле (5) $(\forall g \in G)(x^g \stackrel{a}{\equiv}_z y)$. Отсюда следует, что $x^{gh} \stackrel{a}{\equiv}_z y$. Из сравнения $y \stackrel{a}{\equiv}_z x^{gh}$ имеем формулу $(\forall c \in C(a))(y^c \stackrel{a}{\equiv}_z x^{ghc})$. Отсюда, очевидно, $y \stackrel{a}{\equiv}_z x^{ghc}$. Теперь, поскольку $(\forall f \in C(a))(y \stackrel{a}{\equiv}_z (x^{ghc})^f)$ (формула (6)), то $(y \stackrel{a}{\equiv}_z (x^{ghc})^{c^{-1}h^{-1}g^{-1}})$, $y \stackrel{a}{\equiv}_z x$ и симметричность « $\stackrel{a}{\equiv}_z$ » установлена.

Далее, докажем транзитивность отношения « $\stackrel{a}{\equiv}_z$ ». Пусть $x \stackrel{a}{\equiv}_z y$ и $y \stackrel{a}{\equiv}_z z, z \in G$. Тогда $x^h \stackrel{a}{\equiv}_z y$, а из сравнения $y \stackrel{a}{\equiv}_z z$ следует, что $z \stackrel{a}{\equiv}_z y$ и $z^h \stackrel{a}{\equiv}_z y$. Поскольку отношение « $\stackrel{a}{\equiv}_z$ » централизаторной сравнимости транзитивно, то из сравнений $x^h \stackrel{a}{\equiv}_z y, y \stackrel{a}{\equiv}_z z^h$ следует, что $x^h \stackrel{a}{\equiv}_z z^h$. Отсюда $x \stackrel{a}{\equiv}_z z^h$, а применяя формулу (6), получим сравнение $x \stackrel{a}{\equiv}_z (z^h)^{h^{-1}}$ и $x \stackrel{a}{\equiv}_z z$.

Лемма доказана.

5 ТЕОРЕМА. В группе G истинна формула

$$\left(x \stackrel{a}{\equiv}_z x \right) \Leftrightarrow (\forall g \in G) \left(\forall x \in x \right) \left(\forall x^g \in x \right). \quad (7)$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Необходимость. Пусть $x \stackrel{a}{\equiv}_z x$. Тогда по формуле (5) $(\forall g \in G) (x^g \in x \subseteq x)$ и $x^g \in x$. Таким образом,

$$(\forall g \in G) \left(\forall x \in x \right) \left(x^g \in x \right).$$

Достаточность. Пусть теперь $(\forall g \in G) \left(\forall x \in x \right) \left(x^g \in x \right)$.

Рассмотрим класс централизаторно сопряженных элементов x . Так как отношение « $\stackrel{a}{\equiv}_z$ » рефлексивно, то $\left(\forall x \in x \right) \left((x \stackrel{a}{\equiv}_z x) \& (x^1 \stackrel{a}{\equiv}_z x) \right)$,

$x \stackrel{a}{\equiv}_z x$. Но $(\forall g \in G) \left(x^g \in x \right)$. Отсюда следует, что $x \stackrel{a}{\equiv}_z x^g$ и

$x \stackrel{a}{\equiv}_z x^g$. Так как, в силу формулы (9), $x^g \in x$, то $x^g \stackrel{a}{\equiv}_z x^g$. Поскольку

$(x^g \stackrel{a}{\equiv}_z y) \left(\forall y \in x \right)$, то $x^g \stackrel{a}{\equiv}_z y$, а так как $x^g \in x$, то $x \stackrel{a}{\equiv}_z y$. Таким

образом, $\left(\forall x \in x \right) \left(x \in x \right)$ и $x \subset x$. Так как $x \subset x$, то $x = x$.

Теорема доказана.

6 ТЕОРЕМА. Класс x централизаторно – сопряженных элементов группы G относительно некоторого элемента $a \in G \setminus e$, содержащий нейтральный элемент e группы G , является инвариантной подгруппой группы G тогда и только тогда, когда $C(a)$ – инвариантная подгруппа G .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Необходимость. Пусть $e \in x$. Тогда $\left(\forall x \in x \right) \left(x \stackrel{a}{\equiv}_z e \right)$. По формуле (4) $(\forall g \in G) (x^g \stackrel{a}{\equiv}_z e)$. Отсюда следует,

что $(\forall g \in G) \left(\forall x \in x \right) \left(x^g \in x \right)$, т. е. класс x замкнут относительно

сопряжения своих элементов.

Далее установим, что класс $e = x$ – подгруппа группы G . Так как $\left(\forall x \in x \right) \left(x \stackrel{a}{\equiv}_z e \right) \left(e \stackrel{a}{\equiv}_z x \right)$, то $(\exists h \in G) (e^h \stackrel{a}{\equiv}_z x)$ и $e \stackrel{a}{\equiv}_z x$. Таким образом

$a^e = a^x$ или $a^{x^{-1}} = a$. Отсюда следует, что $x^{-1} \in x \subset x$ и $x^{-1} \in x \subset x$,

$x^{-1} \overset{a}{\equiv} x \overset{a}{\equiv} e$. Окончательно $\left(\forall x \in e \right) \left(x^{-1} \in e \right)$.

Пусть теперь $x, y \in e$, тогда $x \overset{a}{\equiv} e$, $y \overset{a}{\equiv} e$. По установленному ранее из $e \overset{a}{\equiv} y$, следует что $e \overset{a}{\equiv} y^{-1}$. Таким образом, из равенств $a^x = a$, $a = a^{y^{-1}}$ имеем $a^x = a^{y^{-1}}$, $a^{xy} = a$. Отсюда $xy \overset{a}{\equiv} e$ и $xy \overset{a}{\equiv} e$, т. е. класс $e \overset{a}{\equiv} x$ – инвариантная подгруппа G .

Пусть $C = C(a) \triangleleft G$. Тогда $(\forall x \in C(a))(a^e = a^x)$ и $(\forall g \in G)(\forall x \in G)(a^{x^g} = a^e)$. Очевидно, $x^g \in x = e$ и $x^g \overset{a}{\equiv} e$. Так как отношение $\overset{a}{\equiv}$ рефлексивно, то $e \overset{a}{\equiv} x^g$ и $(\forall g \in G)(e^g \overset{a}{\equiv} x^g)$ или $e \overset{a}{\equiv} x^g$, т. е. $(\forall x, y \in G) \left(x^g \in e \right)$ и класс $e \overset{a}{\equiv}$ замкнут относительно сопряжения своих элементов. Установим, что $e = C(a)$. Действительно, пусть $x \in C(a)$. Тогда $a^x = a^e$, $x \overset{a}{\equiv} e$ и $(\exists h \in G)(e^h \overset{a}{\equiv} x)$, $e \overset{a}{\equiv} x$. Таким образом, $x \in e$ и $C(a) \leq e$. Обратно. Пусть $x \in e$. Тогда $x \overset{a}{\equiv} e$, $e \overset{a}{\equiv} x$ и $(\exists h \in G)(e^h \overset{a}{\equiv} x)$. Таким образом, $e \overset{a}{\equiv} x$ и $a^e = a^x$, $a^x = a$, $x \in C(a)$. Отсюда $e \leq C(a)$. Окончательно имеем истинную формулу $(\forall a \in G) \left(e = C(a) \right)$ на элементах группы. Так как

$e \overset{a}{\equiv}$ – инвариантное множество, то $C(a)$ инвариантная подгруппа группы G .

Достаточность. Пусть $C = C(a)$ – инвариантная подгруппа группы G . Тогда $(\forall x \in C)(a^e = a^x)$, а поскольку C – инвариантная подгруппа G . То $(\forall g \in G)(x \in C)(a^{x^g} = a^e)$. Очевидно, $x^g \in x = e$ и $x^g \overset{a}{\equiv} e$. Так как отношение $\overset{a}{\equiv}$ – эквивалентность, то $e \overset{a}{\equiv} x^g$ и $(\forall g \in G)(e^g \overset{a}{\equiv} x^g)$ или $e \overset{a}{\equiv} x^g$, т. е. $(\forall x, y \in G) \left(x^g \in e \right)$ и класс $e \overset{a}{\equiv}$ замкнут относительно

сопряжения своих элементов. Как доказано ранее класс $e = C(a)$, т.е. класс $e \overset{a}{\equiv}$ – инвариантная подгруппа группы G .

Теорема доказана.

7 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. В произвольной группе G для любого ее элемента a истинна формула

$$(\forall g \in G)(\forall a \in G)(C(a^g) = (C(a))^g). \quad (8)$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть, $a, b \in a \overset{c}{\equiv}$ – класс сопряженных с a элементов. Пусть $x \in C(a)$. Рассмотрим произведение $ax = xa$. Очевидно, $(\forall g \in G)(x^g a^g = a^g x^g)$. Отсюда $(\forall g \in G)(C(a)^g \leq C(a^g))$.

Пусть теперь $xb = bx$. Тогда $(\forall g \in G)(x^{g^{-1}} b^{g^{-1}} = b^{g^{-1}} x^{g^{-1}})$. Отсюда

$$(C(b))^{g^{-1}} \leq C(b^{g^{-1}}). \quad (*)$$

Так как $b \in a \overset{c}{\equiv}$, то $(\exists z \in G)(a = b^{z^{-1}})$ и с учетом формулы (*) будем иметь $(C(a^z))^{z^{-1}} \leq C(a)$ или $C(a^z) \leq (C(a))^z$. Поскольку элемент $b \in G$ выбран произвольно из класса $a \overset{c}{\equiv}$, а включение (*) выполняется для $g \in G$ и для любого $z \in G$ существует $a^z = b$, то истинно высказывание $(g \in G)(C(a^g) \leq (C(a))^g)$.

Предложение доказано.

8 ТЕОРЕМА. В группе G существует нетривиальный класс $x \overset{a}{\equiv}$ централизованно сопряженных элементов относительно элемента $a \in G \setminus Z(G)$ тогда и только тогда, когда коммутант группы G содержится в $C(a)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Необходимость. Так как $a \notin Z(G)$, а $x = C(a)$ (лемма б), то в группе существует класс $y \neq x = C(a)$ (лемма 4). Так как $C(a)$ – инвариантная подгруппа в группе G и $(C(a))^g = C(a^g) = C(a)$, то по

теореме 8 [2] $(\forall g \in G) \left(x = x \right)$. Так как $(\forall g \in G)(\forall x \in G) \left(\left(x \right)^g = (C(a)x)^g = (C(a))^g x^g = C(a^g)x^g = C(a)x^g = C(a)x = x \right)$,

то $x, x^g \in x$. Теперь по формуле (7) $(\forall y \in G) \left(x = x^y \right)$ и $(\forall g \in G) (C(a)y = C(a)y^g)$. Таким образом, $y = C(a)y$. Из инвариантности $C(a)$ и равенства $(\forall g \in G) (C(a)y = C(a)y^g)$ следует, что каждый смежный класс группы G по подгруппе $C(a)$ замкнут относительно сопряжения своих элементов.

Пусть b – произвольный элемент группы G . Рассмотрим смежный класс $bC(a) = C(a)b$. Пусть $C = C(a)$. Как установлено $(\forall h \in C) (\forall g \in G) (bh)^g = b^g h^g = bC$. Так как C инвариантная подгруппа в G (лемма 6), то $h^g = C$. Отсюда следует $b^g h^g = b^g h_1$, где $h_1 = h^g$. Таким образом, $b^g h_1 = ah_2$, где $h_2 \in C$, $b^{-1}b^g = h_2 h_1^{-1}$ и $(\forall g \in G) (\forall b \in G) ([b, g] \in C)$. Отсюда, очевидно, коммутант $G' \leq C = C(a)$.

Достаточность. Пусть $a \in G \setminus Z(G)$ и коммутант G' группы G содержится в $C(a)$. Так как $G' \leq C = C(a)$, то $(\forall g \in G) (\forall h \in C) ([h, g] = h^{-1}g^{-1}hg \in C)$. Поскольку $h \in C$, то элемент $h(h^{-1}h^g) \in C$ и $(\forall g \in G) (\forall h \in C) (h^g \in C)$. Отсюда следует, что $C = C(a)$ – инвариантная подгруппа группы G . Теперь по теореме 7 класс e – инвариантная подгруппа G . Далее, $(\forall b \in G) (\forall g \in G) ([b, g] \in G' \leq C)$. Отсюда $b^{-1}b^g = h \in C$ и $b^g = bh$. Рассмотрим элемент $(bh_1)^g$, где $g \in G$, $h_1 \in C$. Очевидно, $(bh_1)^g = b^g h_1^g = bh_1 h_1^g$. Так как C – инвариантная подгруппа G , то $h_1^g \in C$ и $h_1^g = h_2 \in C$. Таким образом, $(bh_1)^g = ah_2 = bh_2$, где $h_2 = h_1 h_1^g \in C$. Отсюда следует, что $(\forall h_1 \in C) (\forall g \in G) (\forall b \in G) ((bh_1)^g \in bC = Cb)$. Таким образом, $(\forall g \in G) (\forall b \in G) ((C(a)b)^g = C(a^g)b^g = C(a)b)$ (формула 8). Отсюда следует, что $x = x$. Так как $a \notin Z(G)$, то $C(a)$ – собственная подгруппа в G и класс x – собственный в G .

Теорема доказана.

9 ТЕОРЕМА. Если группа G обладает классом централизаторно сопряженных элементов, содержащим нейтральный элемент, относительно нетривиального элемента, то она обладает нетривиальным абелевым нормальным делителем.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Если в группе $Z(G) \neq e$, то теорема справедлива. Будем полагать, что $Z(G) = e$, а элемент $a \in G \setminus e$. Отсюда и теореме 8 группа G обладает коммутантом G' , причем $G' \leq C(a) \triangleleft G$. Так как G' – характеристическая подгруппа G , то абелев коммутант ряда коммутантов группы $C(a)$ также характеристичен в G [6]. Отсюда следует, что группа G обладает абелевым нормальным делителем.

Теорема доказана.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 **Теняева, Л. И.** О группе с нетривиальным классом централизаторно-сопряженных элементов. // Материалы Международной научной конференции «Мальцевские чтения». Новосибирск, 2011. – С. 55.
- 2 **Павлюк, И. И., Пирожкова, Ю. Н.** О централизаторно сопряженных элементах группы. // Вестник ПГУ. Серия физико-математическая. – 2005. – № 1. – С. 63–68.
- 3 **Павлюк, Ин. И.** О нормализаторной сравнимости элементов группы. Материалы Республиканской научной конференции. «IV Сатпаевские чтения» – Т. 6. – Павлодар : ПГУ, 2004. – С. 114–18.
- 4 **Pavlyuk, In. I., Pirozkova, Y. N., Pavlyuk, I. I.** About the classes of centralizedly – conjugate elements of groups. // France – Kazakhstan Conference model theory and algebra. – Astana, 2005. – P. 55–58.
- 5 **Каргаполов, М. И., Мерзляков, Ю. И.** Основы теории групп. М., Наука, 1982. – 288 с.
- 6 **Курош, А. Г.** Теория групп. – М., Наука, 1967. – 648 с.
- 7 **Павлюк, Ин. И., Павлюк, И. И.** К теории сравнений в группах. Вестник ПГУ. Серия физико-математическая. – 2004. – № 3. – С. 34–49.

Материал поступил в редакцию 08.09.17.

И. И. Павлюк¹, Ин. И. Павлюк², Л. И. Теняева³
Орталықталынған түйіндік элементтердің тривиалды емес классы бар топтар теориясына

^{1,3}С. Торайғыров атындағы

Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ., Қазақстан;

²Новосібір педагогикалық университеті, Новосібір қ., Ресей.

Материал баспаға 08.09.17 түсті.

To the theory of groups with nontrivial class of centralized conjugate elements

S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar, Kazakhstan;

Novosibirsk Pedagogical University, Novosibirsk, Russia.

Material received on 08.09.17.

Жұмыстан келесі теорема алынды.

Егер G тобына нейтралды элементті қамтитын централизаторлы – түйіндес элементтердің классына тиісті болса, онда оның тривиалды емес қалыпты бөлгіші болады.

The following theorem was achieved in the article.

If group G possesses a class of centralized conjugate elements with respect to a nontrivial element which has a neutral element, then it possesses a nontrivial normal denominator.

UDC 512.54

V. I. Senashov¹, D. K. Belov²

¹dr. of Physical and Mathematical Sciences, professor, Institute of Computational Modelling SB RAS, SFU, Krasnoyarsk, Russia; ²student, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia

e-mail: ¹sen1112home@mail.ru, ²white94@inbox.ru

ON POWERS OF GROUP LAYERS

S. N. Chernikov introduced the concept of layer-finite group. In the article we will investigate the powers of layers in some layer-finite groups, where the layer is the set of all elements of a group of the same order.

Keywords: group, layer, power of layer, layer-finite group.

INTRODUCTION

S. N. Chernikov studied layer-finite groups, which first appeared in his work [1] first without a name. We will investigate powers of layers in some layer-finite groups, where the layer is the set of all elements of a group of the same order. The most intensive studies of the properties of layer-finite groups were carried out in the 1940's by S. N. Chernikov, R. Baer, X. X. Muhammadjan. By the end of the 50s, the main properties had already been obtained and published in various journals.

In this form they remained until 1980, when the monograph of S. N. Chernikov appeared [2]. The properties of layer-finite are considered in [3].

We will consider the functions of the powers of layers of quasi-cyclic groups, of a direct product of two quasi-cyclic groups, of a direct product of a finite number of quasi-cyclic groups.

MAIN PART

Definition. The quantity of elements of the layer is called power of layer.

Let us find the powers of the layers of the group C_{p^∞} , where p is a p – prime number. In the group C_{p^∞} there are: one element of order 1, $p-1$ element of order p , $p^2 - p$ elements of orders $p^2, \dots, p^n - p^{n-1}$ elements of order of p^n, \dots

Graph of the power function of the layers of a group C_{p^∞} is a straight line with equation:

$$y = x \frac{p-1}{p}, x \geq p.$$

We depict this on the picture:

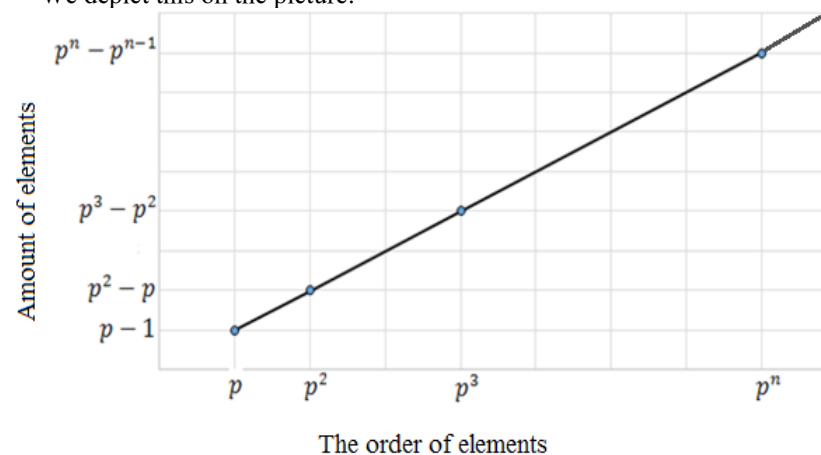


Figure 1 – We will not mark one layer on all pictures

Let us find the powers of the layers of the group $C_{p^\infty} \times C_{p^\infty}$. In this group there are: one element of order 1, $p^2 - 1$ element of order p , $p^4 - p^2$ elements of order $p^2, \dots, p^{2n} - p^{2n-2}$ elements of order p^n, \dots

Graph of the power function of the layers of a group $C_{p^\infty} \times C_{p^\infty}$ is a curve with equation:

$$y = x^2 \frac{p^2 - 1}{p^2}, x \geq p.$$

We depict this on the picture:

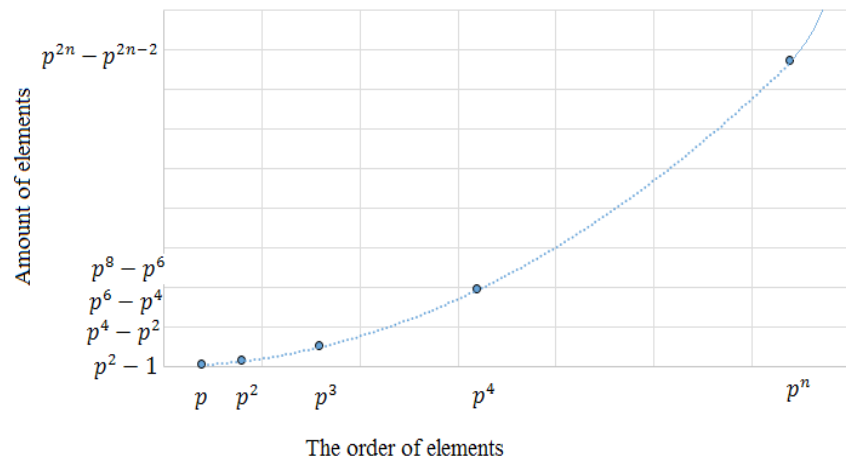


Figure 2

Let us find the powers of the layers of the group $\underbrace{C_{p^\infty} \times \dots \times C_{p^\infty}}_m$. In this group there are: one element of order 1, $p^m - 1$ element of order p , $p^{2m} - p^m$ elements of order p^2 , ..., $p^{mn} - p^{m(n-1)}$ elements of order p^n , ...

Graph of the power function of the layers of a group $\underbrace{C_{p^\infty} \times \dots \times C_{p^\infty}}_m$ is a curve with equation:

$$y = x^m \frac{p^m - 1}{p^m}, x \geq p,$$

where m is the number of quasi-cyclic groups in the direct decomposition of the group $\underbrace{C_{p^\infty} \times \dots \times C_{p^\infty}}_m$.

We depict this on the picture:

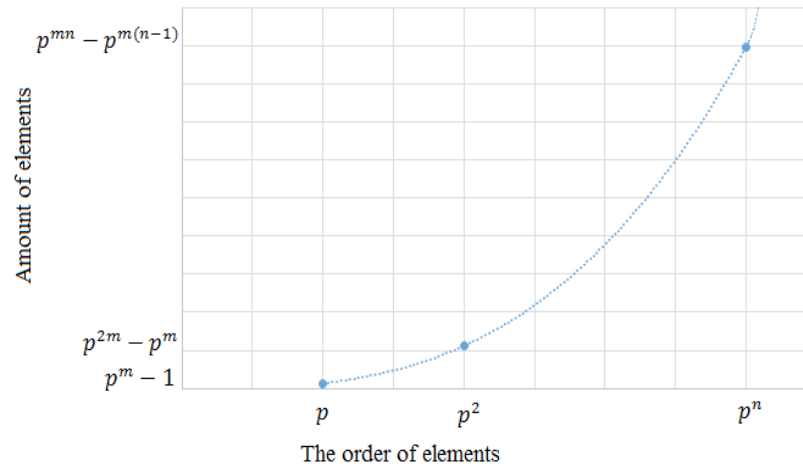


Figure 3 – $C_{p^\infty} \times \dots \times C_{p^\infty}$

From the structure of a complete layer-finite group [2] it is clear that a complete layer-finite p – group has the form

$$\underbrace{C_{p^\infty} \times \dots \times C_{p^\infty}}_m$$

Thus, we considered the case of a complete layer-finite p – group.

Function of power of layers of complete layer-finite p – group was obtained independently by A. E. Tsyganov [4].

Let us find the powers of the layers of the group $C_{p^\infty} \times C_{q^\infty}$, where $p \neq q$.

This group has one element on the 1-layer, on the pq -layer $pq - p - q - 1$ element, on the p^2q -layer $p^2q - p^2 - pq + p$ elements, since the entire p^2q -layer of the group $C_{p^\infty} \times C_{q^\infty}$ is contained in a cyclic group of order p^2q in order to calculate its power, we must remove from this group the elements of the remaining orders, i.e. p^2 , pq , p , q , 1, on the pq^2 -layer $pq^2 - q^2 - pq + q$ elements, on the p^2q^2 -layer $p^2q^2 - p^2q - pq^2 + pq$ elements, ..., on the p^nq -layer $p^nq - p^n - p^{n-1}q + p^{n-1}$ elements, on the pq^n -layer $pq^n - pq^{n-1} - q^n + q^{n-1}$ elements, ..., on the p^nq^{n-1} -layer $p^nq^{n-1} - p^nq^{n-2} - p^{n-1}q^{n-1} + p^{n-1}q^{n-2}$ elements, on the $p^{n-1}q^n$ -layer $p^{n-1}q^n - p^{n-1}q^{n-1} - p^{n-2}q^n + p^{n-2}q^{n-1}$ elements, on the p^nq^n -layer $p^nq^n - p^nq^{n-1} - p^{n-1}q^n + p^{n-1}q^{n-1}$ elements,...

Graph of the power function of the layers of a group $C_{p^\infty} \times C_{q^\infty}$ is a second-order surface segment with equation:

$$z = x \frac{p-1}{p} y \frac{q-1}{q}, x \geq p, y \geq q.$$

Similarly, we consider the case of an arbitrary complete layer-finite group that has the form:

$$\underbrace{C_{p_1^\infty} \times \dots \times C_{p_1^\infty}}_{l_1} \times \dots \times \underbrace{C_{p_n^\infty} \times \dots \times C_{p_n^\infty}}_{l_n},$$

where l_i is the number of quasi-cyclic p_i -subgroups in the direct product, $i = 1, \dots, n$. For such a group, the function of the layers will be of the next form:

$$y = \prod_{i=1}^n x_i^{l_i} \frac{p_i^{l_i} - 1}{p_i^{l_i}}.$$

CONCLUSION

In the paper we considered the functions of the powers of layers of quasi-cyclic groups, of a direct product of two quasi-cyclic groups, of a direct product of a finite number of quasi-cyclic groups.

REFERENCES

- 1 **Chernikov, S. N.** Infinite layer-finite groups // Math. Sbornik. 1948. Vol. 22, no 64. P. 101–133.
- 2 **Chernikov, S. N.** Groups with given properties of subgroups. – Moscow: Nauka, 1980, – 384 p.
- 3 **Senashov, V. I.** Layer-finite groups. – Novosibirsk : Nauka, 1993. – 158 p.
- 4 **Tsyganov, A. E.** Properties of layer-finite groups // Graduate work. Krasnoyarsk State University, 2001. – 25 p.

Material received on 08.09.17.

В. И. Сенашов¹, Д. К. Белов²

Топтар қабаттарының қуаты

¹Есептеуіш модельдеу институты, РФ СҚМ, СФУ, Красноярск, Ресей;

²Сібір Федеральдық университеті, Красноярск, Ресей.

Материал баспаға 08.09.17 түсті.

В. И. Сенашов¹, Д. К. Белов²

Мощность групп слоев

¹Институт вычислительного моделирования

СОРАН, г. Красноярск, Россия;

²Сибирский Федеральный университет, г. Красноярск, Россия.

Материал поступил в редакцию 08.09.17.

С. Н. Черников қабатты түпкілікті ұғымын енгізді. Бұл мақалада біз толық қабатты соңғы топтарда қабаттардың қуат функцияларын зерттейміз, онда бірдей көптеген барлық бір және сол ретті элементтер жиынтығы қабат деп аталады.

С. Н. Черников ввел понятие слойно конечной группы. В статье мы будем изучать функции мощности слоев в полных слойно конечных группах, где слоем называется множество всех элементов одного и того же порядка.

УДК 512.625.58

С. С. Саутбеков

д.ф.-м.н., директор НИИ Радиофизики и Электроники, Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева, г. Астана

ЗАДАЧА ЗОММЕРФЕЛЬДА

Предлагается новая методика решения классической задачи Зоммерфельда об излучении вертикального диполя без использования потенциала Герца, расположенного над плоской границей раздела двух сред. Получены асимптотические решения полей отраженных и проходящих волн, в том числе и для скользящих углов наблюдения. Дан полный анализ полученного решения, а также приводится условие возникновения поверхностных волн.

Ключевые слова: задача Зоммерфельда, электромагнитное поле, поле вертикального диполя, рассеяное поле, поле отраженных волн, поле преломленных волн.

ВВЕДЕНИЕ

Задача Зоммерфельда была мотивирована изучением распространения радиоволн вдоль поверхности Земли, прежде чем стало ясно, что отражение от ионосферы были на самом деле решающим фактором. Однако в последние годы наблюдается возрождение интереса к задаче Зоммерфельда для полупространства и поверхностным волнам Зоммерфельда, в частности в контексте ТГц приложений, квазиоптики, плазмоники и нанофотоники [1–4].

Задача об излучении вертикального электрического диполя над плоской границей раздела двух сред, ниже которой полупространство считается частично проводящей, впервые была строго решена Зоммерфельдом [5] в 1909 году, а другие дипольные конфигурации были рассмотрены в более поздних его работах [6–8]. Зоммерфельд первоначально размещал диполь на границе раздела двух сред, но это вызвало некоторые лишние математические трудности [7, 9]. Поэтому большинство авторов, в том числе и Зоммерфельд в его более поздней монографии [8], помещали диполь выше полупространства, как показано на рисунке 1. В своей знаменитой статье 1909 г. Зоммерфельд впервые выразил решение в виде несобственных интегралов с ядрами функций Бесселя, известных в настоящее

время как интегралы Зоммерфельда, которые не могут быть оценены в замкнутом виде. Далее Зоммерфельд, деформируя путь интегрирования по вещественной оси в комплексную плоскость, выделил интеграл по берегам гиперболического разреза, чей вклад он определил как объемные волны, а также полюс, чей вычет он определил как радиально-цилиндрическую форму плоской поверхностной волны Ценнека [10]. Далее Зоммерфельд вывел асимптотические выражения для поверхностных полей. Формула состоит из пространственного члена, умноженного на множитель, известный теперь как функция затухания Зоммерфельда, который отвечает за затухание в почве через комплексный параметр – так называемое численное расстояние Зоммерфельда. К сожалению, как выяснилось позже, выражение для поверхностной волны оказалось ошибочным. Впоследствии, как утверждали в [11] (Maclean и Wu) и некоторые авторы, среди них были Вейль [12] и Зоммерфельд (в статье под таким же названием, как и оригинал [6]), задача была решена разными методами и получены правильные асимптотические формулы для поверхностных полей. Решение Зоммерфельда было получено повторно в 1926 г. [13] (Kockel). Почему-то обнаружение ошибки в знаке в оригинальной статье Зоммерфельда вызвало большой спор в литературе, хотя правильное решение появилось только в работах [14–15] после 1926 г. Были выдвинуты разные объяснения, даже под сомнением оказалось существование полюса Зоммерфельда и соответствующая поверхностная волна. Удивительно, что простая по современным меркам краевая задача, которая могла бы быть решена полностью, породила столько споров, которые продолжаются до сих пор [16, 17].

Формулировка поверхностной волны фактически стала стандартом благодаря Нортону [18], которая базируется на более раннюю работу Ван дер Поля и Ниссена [19,20]. Поверхностная волна Нортонна [14] или Зоммерфельда–Нортонна [21] [11, стр. 97], [22, стр. 310] была получена позже Уэйтом (Wait) [23], с помощью модифицированного метода перевала Кингом (King) [24], а недавно Грином (Green) [25], используя понятие поверхностного импеданса и компенсационной теоремы. Возможно, самая последняя формулировка поверхностной волны принадлежит Кингу [26], который отказавшись от потенциалов Герца и сложных интегральных преобразований, основал ее на представлениях полей на вещественной оси.

Следует отметить, несмотря на продолжающиеся дискуссии о поверхностных волнах и незаконченности решения задачи при углах скольжения для отраженных волн, решение для проходящих волн оказалось более трудным и вне полемики.

В настоящей работе приводится новая методика решения задачи Зоммерфельда [27] в полевом представлении. Получены строгие

аналитические решения в виде интегралов Зоммерфельда. С помощью применения специальной эталонной функции, методом перевала получены регулярные асимптотические выражения электромагнитного поля по всем углам наблюдения для отраженных и преломленных волн с достаточной точностью. А также исследованы поверхностные волны вдоль плоской поверхности раздела сред.

1 Постановка задачи

Пусть точечный электрический диполь с дипольным моментом $\mathbf{p}^e = \mathbf{p} \exp(-i\omega t)$, ($\mathbf{p} = p \mathbf{e}_x$, $p = \text{const}$) ориентирован вдоль оси x и расположен в верхнем полупространстве на расстоянии x_0 от плоской границы (рис. 1). Поскольку задача обладает осевой симметрией, преимущественно будем пользоваться цилиндрической системой координат, где физические величины среды в верхнем полупространстве будут обозначаться индексом (1), а нижнем через индекс (2). Требуется определить рассеянное поле в любой точке пространства.

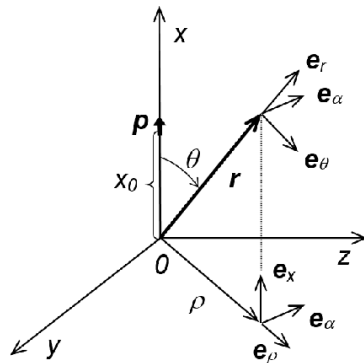


Рисунок 1 – Системы координат

2 Электромагнитное поле

В общем виде решение системы уравнения Максвелла можно представить в виде

$$\mathbf{E} = \frac{1}{i\epsilon_0\epsilon_n\omega} (\text{grad div} + k_{0n}^2)\psi_n * \mathbf{j} = \frac{1}{i\epsilon_0\epsilon_n\omega} F^{-1}[(k_{0n}^2\mathbf{j} - (\mathbf{k}\mathbf{j})\mathbf{k})\tilde{\psi}_n], \quad (1)$$

$$\mathbf{H} = -\text{rot} \mathbf{j} * \psi_n = -iF^{-1}[\tilde{\psi}_n \mathbf{k} \times \mathbf{j}], \quad (2)$$

где \mathbf{j} – плотность тока, * – символ свертки по всем координатам, $\psi_n, \tilde{\psi}_n$ – функция Грина и ее преобразование Фурье, k_{0n} – волновые числа для первой и второй среды, соответственно:

$$\psi_n = -\frac{1}{4\pi} \frac{\exp(ik_{0n}r)}{r}, \quad \tilde{\psi}_n = F[\psi_n] = (k_{0n}^2 - k^2)^{-1}, \quad k_{0n} = \omega\sqrt{\epsilon_0\epsilon_n\mu_0\mu_n} \quad (n = 1, 2). \quad (3)$$

2. 1 Поле вертикального диполя

Источнику Герца, расположенного в точке r_0 , соответствует следующая плотность тока

$$\mathbf{j}^e = -i\omega \mathbf{p}^e \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (r_0 = (x_0, 0, 0))$$

с фурье-компонентой

$$\tilde{\mathbf{j}}^e = F[\mathbf{j}^e] = -i\omega p \mathbf{e}_x \exp(-ik_x x_0) \quad (r_0 = (x_0, 0, 0)). \quad (4)$$

Учитывая разложение волнового вектора $\mathbf{k} = k_\rho \mathbf{e}_\rho + k_x \mathbf{e}_x$ и скалярное произведение в цилиндрической системе координат $\mathbf{k}\mathbf{r} = k_x x + k_\rho \rho \cos \alpha$, вычислим обратное преобразование Фурье в (1) по угловой координате α и k_x

$$\mathbf{E}^{LOS} = \frac{p}{\epsilon_0\epsilon_1} F^{-1}[(k_x \mathbf{k} - k_{01}^2 \mathbf{e}_x) e^{-ik_x x_0} \tilde{\psi}_1] = \frac{ip}{8\pi\epsilon_0\epsilon_1} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\mathbf{e}_x \frac{k_\rho^2}{\kappa_1} - \mathbf{e}_\rho |k_\rho| \text{sgn}(x - x_0) \right) H_0^{(1)}(\rho k_\rho) e^{ik_x |x - x_0|} k_\rho dk_\rho, \quad (5)$$

где введено обозначение $\kappa_1 = \sqrt{k_{01}^2 - k_\rho^2}$, интегрирование вдоль вещественной оси k_x произведено с помощью теории вычетов, а для интегрирования по углу α использовано интегральное представление функции Бесселя:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik_\rho \rho \cos \alpha} d\alpha = J_0(k_\rho \rho).$$

Справедливо соотношение

$$\int_0^\infty J_0(x) f(x) x dx = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty H_0^{(1)}(z) f(|x|) x dx.$$

для любой функции $f(x)$, где пределы интегрирования от 0 до ∞ изменены от $-\infty$ до $+\infty$ с помощью замены функции Бесселя нулевого порядка функцией Ханкеля и тождеством:

$$J_0(z) = \frac{1}{2} (H_0^{(1)}(z) + H_0^{(2)}(z))$$

с учетом

$$H_0^{(1)}(ze^{i\pi}) = -H_0^{(2)}(z)$$

где $H_0^{(1)}$ и $H_0^{(2)}$ – функции нулевого порядка первого и второго родов, соответственно.

Выразив переменную интегрирования в локальной сферической системе координат диполя, выражение (5) представим в виде

$$\mathbf{E}^{LOS} = -\frac{ipk_{01}^3}{8\pi\epsilon_0\epsilon_1} \int_{S_2} \mathbf{e}_\theta(\xi) H_0^{(1)}(\rho k_{01} \sin \xi) e^{ik_{01} |x - x_0| \cos \xi} \sin^2 \xi d\xi, \quad (6)$$

где S_z – контур Зоммерфельда (рис.3), справедливо разложение единичного вектора в цилиндрической системе координат

$$\mathbf{e}_\theta = -\frac{|k_\rho|}{k_{01}} \mathbf{e}_x + \operatorname{sgn}(x - x_0) \frac{\kappa_1}{k_{01}} \mathbf{e}_\rho, \quad k_{01} = \sqrt{\kappa_1^2 + k_\rho^2}, \quad k_\rho = k_{01} \sin \xi. \quad (7)$$

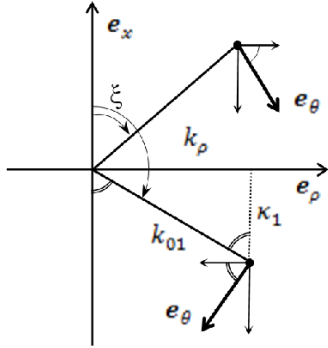


Рисунок 2 – Разложение вектора \mathbf{e}_θ

Аналогично, подставив выражение (4) в (2), получим для магнитного поля

$$\mathbf{H}^{LOS} = \mathbf{e}_\alpha \omega \rho F^{-1} [k_\rho e^{-ik_x x_0} \tilde{\psi}_1] = -\mathbf{e}_\alpha \frac{i\omega \rho}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|k_\rho|}{\kappa_1} H_0^{(1)}(\rho k_\rho) e^{i\kappa_1 |x-x_0|} k_\rho dk_\rho. \quad (8)$$

Нетрудно получить известные асимптотические выражения для вертикального электрического диполя, интегрируя выражения (6) и (8) методом перевала

$$\mathbf{E}^{LOS} \approx -\mathbf{e}_\theta \frac{p k_{01}^2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_1} \sin \theta \frac{e^{ik_{01} r_-}}{r_-}, \quad \mathbf{H}^{LOS} \approx -\mathbf{e}_\alpha W_1^{-1} E^{LOS}, \quad W_1 = \sqrt{\mu_0 \mu_1 / \varepsilon_0 \varepsilon_1} \quad (9)$$

где W_1 – волновое сопротивление первой среды,

$$r_- = \sqrt{\rho^2 + (x - x_0)^2}, \quad \operatorname{tg} \theta = \rho / (x - x_0). \quad (10)$$

2.2 Рассеянное поле

Отметим, что наведенные токи вертикальным диполем на плоской границе раздела двух сред (1) и (2) имеют только радиальную составляющую. Фурье-компоненту плотности поверхностных токов, наведенных сверху и снизу по обе стороны плоской границы, обозначим как \tilde{j}_R и \tilde{j}_T , соответственно:

$$\tilde{j}_R = \mathbf{e}_\rho \tilde{j}_R(k_\rho), \quad \tilde{j}_T = \mathbf{e}_\rho \tilde{j}_T(k_\rho). \quad (11)$$

Выражения (1) и (2) для отраженной и проходящей волн после интегрирования по α с учетом (6) имеют вид:

$$\mathbf{E}^n = \frac{-i}{8\pi^2 \varepsilon_0 \varepsilon_n \omega} \iint_{-\infty}^{\infty} ((k_{0n}^2 - k_\rho^2) \mathbf{e}_\rho - |k_\rho| k_x \mathbf{e}_x) \tilde{\psi}_n \tilde{j}_n k_\rho H_0^{(1)}(\rho k_\rho) e^{ik_x x} dk_\rho dk_x, \quad (12)$$

$$\mathbf{H}^n = \frac{\varepsilon_n}{8\pi^2 i} \iint_{-\infty}^{\infty} k_x \tilde{\psi}_n \tilde{j}_n k_\rho H_0^{(1)}(\rho k_\rho) e^{ik_x x} dk_\rho dk_x \quad (n = \begin{cases} 1 = "R" \\ 2 = "T" \end{cases}). \quad (13)$$

Интегрируя по k_x с помощью теории вычетов, аналогично вышеприведенным формулам для диполя, получим выражения для отраженных и проходящих волн:

$$\mathbf{E}^R = \frac{-1}{8\pi \varepsilon_0 \varepsilon_1 \omega} \int_{-\infty}^{\infty} (\kappa_1 \mathbf{e}_\rho - |k_\rho| \mathbf{e}_x) k_\rho \tilde{j}_R H_0^{(1)}(\rho k_\rho) e^{ik_x x} dk_\rho, \quad (14)$$

$$\mathbf{H}^R = -\frac{\varepsilon_1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k_\rho \tilde{j}_R H_0^{(1)}(\rho k_\rho) e^{ik_x x} dk_\rho, \quad (15)$$

$$\mathbf{E}^T = \frac{-1}{8\pi \varepsilon_0 \varepsilon_2 \omega} \int_{-\infty}^{\infty} (\kappa_2 \mathbf{e}_\rho + |k_\rho| \mathbf{e}_x) k_\rho \tilde{j}_T H_0^{(1)}(\rho k_\rho) e^{-ik_x x} dk_\rho, \quad (16)$$

$$\mathbf{H}^T = \frac{\varepsilon_2}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k_\rho \tilde{j}_T H_0^{(1)}(\rho k_\rho) e^{-ik_x x} dk_\rho, \quad \kappa_2 = \sqrt{k_{02}^2 - k_\rho^2}. \quad (17)$$

3 Граничные условия и решение задачи

Из граничного условия о непрерывности тангенциальных составляющих электромагнитного поля на плоской границе ($x = 0$):

$$H_\alpha^{LOS} + H_\alpha^R = H_\alpha^T, \quad E_\rho^{LOS} + E_\rho^R = E_\rho^T$$

получим систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} i\omega p |k_\rho| e^{ik_x x_0} + \kappa_1 \tilde{j}_R = -\kappa_1 \tilde{j}_T, \\ -i\omega p |k_\rho| e^{ik_x x_0} + \kappa_1 \tilde{j}_R = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \kappa_2 \tilde{j}_T. \end{cases} \quad (18)$$

Таким образом, краевая задача сведена к решению системы алгебраических уравнений (18), где решением является:

$$\begin{cases} \tilde{j}_R = i\omega p |k_\rho| e^{ik_x x_0} \frac{\varepsilon_2 \kappa_1 - \varepsilon_1 \kappa_2}{\kappa_1 (\varepsilon_2 \kappa_1 + \varepsilon_1 \kappa_2)}, \\ \tilde{j}_T = -i\omega p |k_\rho| e^{ik_x x_0} \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_2 \kappa_1 + \varepsilon_1 \kappa_2}. \end{cases} \quad (19)$$

4 Расчет электромагнитного поля

4.1 Поле отраженных волн

Далее один из диэлектрических проницаемостей, например, $\varepsilon_2 = \dot{\varepsilon}_2$ будем подразумевать как комплексное число. Вычислим интеграл в (14) с помощью замены переменной интегрирования: $k_\rho = k_{01} \sin \xi$, как при расчете поля диполя (9). Показатель экспоненты $\exp\{i(\kappa_1(x + x_0) + \rho k_\rho)\}$ в подынтегральной функции запишем в виде:

$$i\Phi = ik_{01} r_+ \cos(\xi - \theta), \quad (20)$$

где

$$r_+ = \sqrt{\rho^2 - (x + x_0)^2}, \quad \operatorname{tg} \theta = \rho / (x + x_0).$$

Тогда выражение (14), с учетом асимптотики функции Ханкеля при больших значениях аргумента

$$H_0^{(1)}(z) \cong \sqrt{-2i/\pi z} e^{iz},$$

примет вид:

$$E^R = \frac{-ipk_{01}^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_1} \sqrt{\frac{-2i}{\pi k_{01}\rho}} \int_{S_z} e_\theta(\xi) \sin \xi \sqrt{\sin \xi} R_{||}(\xi) \exp\{ik_{01}r_+ \cos(\xi - \theta)\} d\xi, \quad (21)$$

где вектор

$$e_\theta(\xi) = e_\rho \cos \xi - e_x |\sin \xi| \quad (22)$$

разложен по ортам цилиндрической системы координат (рис.2).

Здесь $R_{||}$ соответствует коэффициенту отражения Френеля в задаче отражения плоской волны от плоской границы:

$$R_{||}(\xi) = \frac{k_{01}\varepsilon_2 \cos \xi - \varepsilon_1 \sqrt{k_{02}^2 - k_{01}^2 \sin^2 \xi}}{k_{01}\varepsilon_2 \cos \xi + \varepsilon_1 \sqrt{k_{02}^2 - k_{01}^2 \sin^2 \xi}} = \frac{k_{02}W_1 \cos \xi - W_2 \sqrt{k_{02}^2 - k_{01}^2 \sin^2 \xi}}{k_{02}W_1 \cos \xi + W_2 \sqrt{k_{02}^2 - k_{01}^2 \sin^2 \xi}}, \quad (23)$$

S_z – контур интегрирования на комплексной плоскости переменной интегрирования ξ (рис. 2), $W_2 = \sqrt{\mu_0\mu_2/\varepsilon_0\varepsilon_2}$ – волновое сопротивление второй среды.

Заметим, что выражение $R_{||}$ имеет полюс в точке ξ_p на комплексной плоскости ξ , который определяется выражением:

$$\cos \xi_p = -\frac{\varepsilon_1}{k_{01}} \sqrt{\frac{k_{02}^2 - k_{01}^2}{\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2}} = -\sqrt{\frac{\varepsilon_1(\varepsilon_2\mu_2 - \varepsilon_1\mu_1)}{\mu_1(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2)}}.$$

Уравнение упрощается при $\mu_1 = \mu_2 = 1$

$$\sin(\pi/2 - \xi_p) = -\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}.$$

Значение корня ξ_p (рисунок 3) вышеприведенного уравнения легко оценивается при малых значениях синуса,

$$\xi_p \cong \frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1\omega}{2\sigma} \left(1 + \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\omega}{2\sigma} - i \left(1 - \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\omega}{2\sigma}\right)\right)},$$

если учесть проводимость σ в диэлектрической проницаемости

$$\dot{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 + i \frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega} \quad (\sigma \gg \varepsilon_0\omega). \quad (24)$$

Поскольку подинтегральное выражение в (21) имеет полюс в точке ξ_p , точность интегрирования методом перевала, вообще, зависит от взаиморасположения точки перевала и полюса. Поэтому для повышения точности интегрирования необходимо воспользоваться эталонным интегралом [28]

$$X(\kappa, \alpha) = \frac{1}{4\pi i} \int_S e^{i\kappa(\cos \zeta - \cos \alpha)} \frac{d\zeta}{\sin \frac{\zeta + \alpha}{2}}, \quad (25)$$

который снимает проблему влияния полюса на перевальную точку. Специальная функция $X(\kappa, \alpha)$ выражается через интегралы Френеля или интеграл вероятностей:

$$X(\kappa, \alpha) = \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{2\sqrt{\kappa} \sin \frac{\alpha}{2}} \exp(it^2/2) dt = -\frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\alpha) \operatorname{erfc}(\operatorname{sgn}(\alpha) \sqrt{-i2\kappa} \sin \frac{\alpha}{2}).$$

Отметим, что контур интегрирования S в (25) (рис. 4) проходит сверху вниз по мнимой оси и слегка уклоняется от нее для обеспечения сходимости интеграла.

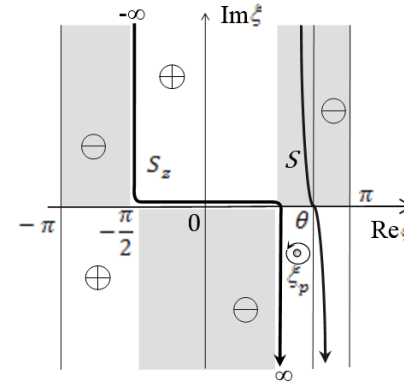


Рисунок 3
Контур интегрирования

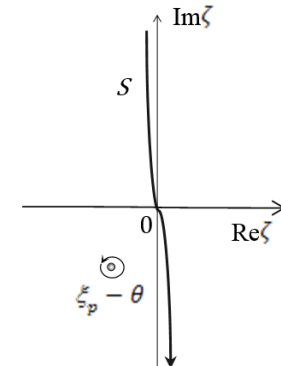


Рисунок 4

При больших значениях верхнего предела справедлива ее асимптотическая формула:

$$X(\kappa, \alpha) \approx -\sqrt{\frac{i}{2\pi}} \frac{\exp\{i\kappa(1 - \cos \alpha)\}}{2\sqrt{\kappa} \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (\sqrt{\kappa} |\sin \alpha/2| \gg 1). \quad (26)$$

Вводя переменную

$$\zeta = \xi - \vartheta,$$

преобразуем интеграл в (21) к виду

$$E^R = \frac{pk_{01}^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_1} \sqrt{\frac{-2i}{\pi k_{01}\rho}} e^{ik_{01}r_+ \cos \theta_p} \frac{1}{4\pi i} \int_{S_z} \frac{e^{ik_{01}r_+ (\cos \zeta - \cos \theta_p)}}{\sin \frac{\zeta - \theta_p}{2}} Q(\zeta + \vartheta) d\zeta, \quad (27)$$

где

$$Q(\xi) = (e_\rho \cos \xi - e_x |\sin \xi|) \sin \xi \sqrt{\sin \xi} R_{||}(\xi) \sin \frac{\xi - \xi_p}{2}, \quad \theta_p = \xi_p - \vartheta.$$

Заметим, что деформация контура S_z (рис. 3) в S в данном случае не может произойти без пересечения с полюсом в точке $\zeta = \theta_p$. Поэтому вычислив вычет в (27) в точке $\zeta = \theta_p$, учитывая

$$\lim_{\xi \rightarrow \xi_p} Q(\xi) = (e_\rho \cos \xi_p - e_x |\sin \xi_p|) \cos \xi_p \sqrt{\sin \xi_p} \left(\frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2} - 1 \right),$$

а также переходя к контуру интегрирования S в (27) с учетом (26), получим

$$E^R = \frac{-pk_{01}^3}{2\varepsilon_0\varepsilon_1} \sqrt{\frac{-2i}{\pi k_{01}\rho}} e^{ik_{01}r_+ \cos \theta_p} \left(e_\theta \sin^{\frac{3}{2}} \vartheta \sin \frac{\theta_p}{2} R_{||}(\vartheta) X(k_{01}r_+, -\theta_p) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2} - 1 \right) (-e_\rho \sqrt{\sin \xi_p} \cos^2 \xi_p + e_x |\sin^{3/2} \xi_p| \cos \xi_p) \right), \quad (28)$$

где учтено разложение единичного вектора в (22).

Рассмотрим асимптотику первого слагаемого в (28) в волновой зоне.

Учитывая асимптотику специальной функции $X(k, \theta)$ в (26) и $\rho \approx r_+ \sin \vartheta$ в выражении (28), получим поле отраженной волны диполя с учетом коэффициента отражения Френеля $R_{||}$

$$E^R = -e_\theta \frac{pk_{01}^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1} \sin \vartheta \frac{e^{ik_{01}r_+}}{r_+} R_{||}(\vartheta) \quad (29)$$

при условии $\sqrt{k_{01}r_+} |\sin(\vartheta/2 - \pi/4)| \gg 1$, согласно (26).

Учитывая первый член асимптотики специальной функции при малых значениях аргумента φ :

$$X(k, \alpha) \approx \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{k}{2\pi i}} \alpha, \quad (30)$$

теперь рассмотрим поведение поля E^R вблизи плоской границы раздела сред ($\vartheta \rightarrow \pi/2$). Принимая во внимание следующие оценки величин в (28) для скользких углов наблюдения:

$$R_{||}(\vartheta) \approx -1, \quad e_\theta = -e_x, \quad \cos \theta_p \approx \sin \vartheta' + i\delta \cos \vartheta',$$

$$r_+ \sin \vartheta' \approx \rho, \quad r_+ \cos \vartheta' \approx x + x_0, \quad \vartheta' = \vartheta - \delta \quad (\delta \rightarrow 0), \quad (31)$$

из (28) получим трансформацию объемных волн в поверхностную волну

$$E_{sV}^R = e_x \delta \frac{pk_{01}^3}{4\varepsilon_0\varepsilon_1} e^{-\delta k_{01}(x+x_0)} \frac{e^{i(k_{01}\rho - \pi/2)}}{\sqrt{\pi k_{01}\rho}} \quad (32)$$

при условии $x_0/\rho \ll 1$, где малый параметр

$$\delta = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1\omega}{2\sigma}}. \quad (33)$$

Теперь оценим второй член в (28) с учетом малого параметра δ при $|\dot{\varepsilon}_2| \gg \varepsilon_1$ ($\delta^2 \rightarrow 0$), а также поведение функций:

$$\cos \xi_p \cong -\delta(1-i), \quad \sin \xi_p \cong 1, \quad \sin^{3/2} \xi_p \cos \xi_p \cong -\sqrt{-2i}\delta.$$

Таким образом, поверхностная волна, кроме выражения в (32), также определяется вторым членом в (28), который соответствует вычету в полюсе $\zeta = \theta_p$:

$$E_{sp}^R = e_x \delta \frac{pk_{01}^3}{\varepsilon_0\varepsilon_1} e^{-\delta k_{01}(x+x_0)} \frac{e^{i(k_{01}\rho + \pi/2)}}{\sqrt{\pi k_{01}\rho}}. \quad (34)$$

В итоге получим окончательное выражение для поверхностной волны:

$$E_s^R = E_{sp}^R + E_{sp}^R = 3\delta \frac{pk_{01}^3}{4\varepsilon_0\varepsilon_1} e^{-\delta k_{01}(x+x_0)} \frac{e^{i(k_{01}\rho + \pi/2)}}{\sqrt{\pi k_{01}\rho}}. \quad (35)$$

Заметим, что формула (29) при скользких углах наблюдения становится непригодной, поскольку точка перевала сливается с полюсом (рис. 3) ($p \rightarrow 0$). Поэтому более точный результат обеспечивается специальной функцией X в выражении (28) или ее асимптотикой в (31).

Продельвая аналогичные выкладки, легко получить выражение для магнитного поля из (15):

$$H^R = -e_\alpha W_1^{-1} E^R. \quad (36)$$

4.2 Поле преломленных волн

Для приближенного вычисления интегралов важно найти точку перевала, для этого отдельно рассмотрим экспоненциальную функцию в (16)

$$\exp \{i(\kappa_1 x_0 - \kappa_2 x + \rho k_\rho)\}.$$

Введя новую переменную интегрирования ζ в полярной системе координат, а также вспомогательную переменную a для удобства, связанных по формуле

$$k_\rho = k_{02} \sin \xi = k_{01} \sin \varphi, \quad (37)$$

представим эйконал в виде:

$$\Phi = k_{02}\rho \sin \xi - k_{02}x \cos \xi + k_{01}x_0 \cos \varphi. \quad (38)$$

Заметим, что выражение (37) представляет закон Снеллиуса геометрической оптики как отношение синусов. Здесь φ соответствует углу падения луча (рис. 4), а ξ – углу преломления луча во второй среде. Продифференцировав (37), легко можно найти отношение косинусов, которое показывает относительное изменение углового размера узкого луча (рис.5) при переходе его из одной среды в другую:

$$\frac{\cos \xi}{\cos \varphi} = \frac{k_{01}}{k_{02}} \frac{d\varphi}{d\xi}. \quad (39)$$

Введя обозначение для производной

$$K(\xi) = \frac{d\varphi}{d\xi}, \quad (40)$$

из соотношения (39) получим полезное соотношение (рис. 5)

$$K(\xi) = \frac{\sqrt{k_{02}^2 - k_{01}^2 \sin^2 \varphi}}{k_{01} \cos \varphi} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \xi}. \quad (41)$$

Точка перевала θ_r при интегрировании методом перевала определяется из условия экстремума фазы Φ :

$$\Phi'_\xi = k_{02}(\rho \cos \xi + x \sin \xi - x_0 \cos \xi \operatorname{tg} \varphi) = 0. \quad (42)$$

Точное решение трансцендентного уравнения (42) легко найти с помощью параметра φ

$$\theta_r = \arcsin \left(\frac{k_{01}}{k_{02}} \sin \varphi \right), \quad (43)$$

при значении координаты ρ , зависящей от параметра φ :

$$\rho = (x_0 - x/K(\theta_r)) \operatorname{tg} \varphi.$$

Теперь, воспользовавшись (42), (37) и (41), вычислим вторую производную

$$\Phi''_\xi = -k_{02}((\rho - \rho_0) \sin \xi - x \cos \xi + l), \quad (44)$$

где (на рис. 5) обозначены

$$\rho_0 = x_0 \operatorname{tg} \varphi, \quad l = \frac{x_0}{\cos \varphi} \frac{k_{01}}{k_{02}} K^2. \quad (45)$$

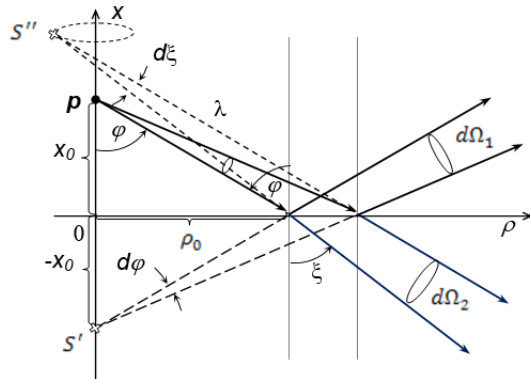


Рисунок 5 – Отражение и преломление луча при $k_{01} < |k_{02}|$

Полученное выражение можно разделить на две части, где первое слагаемое соответствует оптическому ходу луча в первой среде, а второе – во второй среде:

$$\Phi''_\xi = -(k_{02} \sqrt{(\rho - \rho_0)^2 + x^2} + k_{01} \sqrt{\rho_0^2 + x_0^2} K^2).$$

С помощью координат мнимого источника S'' в цилиндрической системе (ρ_s, x_s) (рис. 4):

$$\rho_s = x_0 \frac{k_{02} \sin \theta}{\sqrt{k_{01}^2 - k_{02}^2 \sin^2 \theta}} - l \sin \theta, \quad x_s = l \cos \theta \quad (46)$$

выражение (44) можно записать в компактном виде

$$\Phi''_\xi = -k_{02} R, \quad (47)$$

где R – расстояние мнимого источника S'' до точки наблюдения:

$$R = \sqrt{(\rho - \rho_s)^2 + (x - x_s)^2}. \quad (48)$$

Здесь l – расстояние, как и в (45), от мнимого источника до точки пересечения с плоскостью

$$l = x_0 \frac{k_{02} k_{01}^2 \cos^2 \theta}{(k_{01}^2 - k_{02}^2 \sin^2 \theta)^{3/2}}.$$

Отметим, что ρ_s, x_s в (46) в общем случае являются комплексными числами и они имеют смысл координат источника только тогда, когда они являются вещественными, т.е. если k_{01}, k_{02} вещественны. Заметим, значение ρ_s принимает отрицательное значение, когда $k_{01} < k_{02}$ или луч от элемента дуги мнимого кольцевого изображения S'' пересекает ось x (рис. 5). Это означает, что азимутальный угол преломленного луча и угловая цилиндрическая координата элемента мнимого источника являются противоположными, в итоге содержание формулы (48) не изменится.

Для того чтобы воспользоваться эталонным интегралом X при интегрировании методом перевала, функцию Φ достаточно заменить аппроксимирующей функцией, которая совпадает с ней с точностью до четвертой производной в окрестности точки перевала θ_r :

$$\phi(\xi) \cong \Phi(\theta_r) - k_{02} R + k_{02} R \cos(\xi - \theta_r).$$

Запишем выражение (16) в виде (21), учитывая при этом (8), (19),

$$E^T = \frac{i p k_{02}^3}{8 \pi \varepsilon_0 \varepsilon_1} \sqrt{\frac{-2l}{\pi k_{02} \rho}} e^{i(\Phi(\theta_r) - k_{02} R)} \int_{S''} (e_\rho \cos \xi + e_x |\sin \xi|) \sin^2 \xi \frac{\cos \xi}{\cos \varphi} T_{||} e^{i k_{02} R \cos(\xi - \theta_r)} d\xi, \quad (49)$$

$$T_{||}(\xi) = \frac{2 k_{02} \varepsilon_1 \cos \varphi}{k_{02} \varepsilon_1 \cos \xi + k_{01} \varepsilon_2 \cos \varphi} = \frac{2 W_2 \cos \varphi}{W_2 \cos \xi + W_1 \cos \varphi}. \quad (50)$$

Отметим, что мы преднамеренно записали интеграл в виде (21), поскольку в общем случае, особенно для скользких углов, интегрирование должно производиться методом перевала с применением эталонного интеграла.

Подинтегральная функция $T_{||}$, которая соответствует коэффициенту отражения Френеля, имеет полюс в точке ξ_p , где

$$\cos \xi_p = \frac{\varepsilon_2}{k_{02}} \sqrt{\frac{k_{01}^2 - k_{02}^2}{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}}, \quad \cos \varphi_p = -\frac{\varepsilon_1}{k_{01}} \sqrt{\frac{k_{01}^2 - k_{02}^2}{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}}. \quad (51)$$

С учетом проводимости в (23) легко найти приближенное значение корня знаменателя в (50):

$$\xi_p \cong \sqrt{\frac{\varepsilon_1(\varepsilon_1\mu_2 - \varepsilon_2\mu_1)}{\mu_2(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)}}, \varphi_p \cong \frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{\varepsilon_1(\varepsilon_1\mu_1 - \varepsilon_2\mu_2)}{\mu_1(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)}} \quad (52)$$

или в более упрощенном виде с помощью малого параметра δ (33)

$$\xi_p \sim \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \delta(1 - i), \varphi_p \sim \frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \frac{\pi}{2} + \delta(1 - i). \quad (53)$$

Справедливость выражений в (53) можно проверить непосредственно, подставив их в знаменатель (50) и учитывая следующие приближения

$$\cos \varphi_p \cong -\sin \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \cong \frac{W_2}{W_1}, \cos \xi_p = \sqrt{1 - (k_{01} \sin \varphi_p)^2 / k_{02}^2} \rightarrow 1 \text{ при } |k_{02}| \gg 1.$$

Заметим, что контур S_z не пересекает полюса ξ_p при деформировании его до контура S (рис.2). Следовательно, вычет подинтегральной функции не вносит свой вклад в поверхностную волну в случае проводящей среды.

С помощью эталонного интеграла (25), аналогично E^R в (28), из (43) получим асимптотическую формулу в коротковолновом приближении

$$E^T = e_\theta \frac{pk_{02}^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_1} \sqrt{\frac{-2i}{\pi k_{02} \rho}} e^{i(\neq(\theta_r) - k_{02}R(1 - \cos(\xi_p - \theta_r)))} \sin^2 \theta_r \frac{\cos \theta_r}{\cos \alpha} T_{||}(\xi) \sin \frac{\xi_p - \theta_r}{2} X(k_{02}R, \theta_r - \xi_p). \quad (53)$$

Используя асимптотику в (26), полученное выражение можно привести к виду при $\sqrt{|k_{02}R|} \sin(\theta_r - \xi_p)/2 \gg 1$

$$E^T = -e_\theta \frac{pk_{02}^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 R} e^{i\neq(\xi_p)} \sin \xi_p T_{||}(\xi_p) \frac{d\Omega_1}{d\Omega_2}. \quad (54)$$

если воспользоваться приближением в волновой зоне $\rho \sim R \sin \xi_p$. Здесь $d\Omega_1/d\Omega_2$ показывает относительное изменение телесного угла луча при преломлении и, согласно (41), определяется как

$$\frac{d\Omega_1}{d\Omega_2} = \frac{k_{02}}{k_{01}} K. \quad (55)$$

Здесь элементарные телесные углы определяются в сферической системе координат

$$d\Omega_1 = \sin \varphi d\varphi d\alpha, d\Omega_2 = \sin \xi d\xi d\alpha,$$

где $d\alpha$ определяет угловой размер элемента дуги кольца S'' (рис.4), которое является мнимым изображением точечного источника ρ для проходящей волны.

Следует заметить, что выражение (54) в волновой зоне имеет равномерную точность по всем углам преломления, поскольку точка перевала и полюс подинтегрального выражения находятся всегда далеко друг от друга. Излучение во вторую среду проникает лишь на толщину скин-слоя

$$\Delta = \sqrt{2/(\mu_0 \omega \sigma)},$$

которая следует из $i\Phi(\xi_p)$ в (48). Действительно, выражение (38) в виде

$$i\Phi = ik_{01}(\rho \sin \varphi + x_0 \cos \varphi) - ik_{02}x \cos \xi_p$$

содержит действительное значение лишь в последнем слагаемом

$$-ixk_{02} \cos \xi_p = -ix\sqrt{k_{02}^2 - k_{01}^2 \sin^2 \varphi} \approx -ixk_{02} = -x\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \sigma}{2}} (-1 + i).$$

Следовательно, амплитуда поля проходящей волны во второй проводящей среде уменьшится в e раз на расстоянии $x = \Delta$ от поверхности раздела сред, из-за экспоненты в (54). Отметим, что поверхностная волна во второй проводящей среде отсутствует.

Для магнитного поля также справедливо соотношение:

$$H^T = -e_\alpha W_2^{-1} E^T. \quad (56)$$

ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим полученные решения на выполнение баланса энергии в случае, когда k_{01} и k_{02} являются вещественными. Для этого выберем достаточно узкий конус, центр которого совмещен с точечным диполем, чтобы лучи излучателя не могли пересекать его боковую поверхность. Поток энергии $d\Phi$ внутри конуса с телесным углом $d\Omega$ будем определять как произведение среднего значения по времени модуля вектора Пойнтинга на поперечное сечение конуса:

$$d\Phi = \frac{1}{2} E_\theta H_\alpha^* r^2 d\Omega, \quad (57)$$

где символ «*» означает комплексное сопряжение.

Учитывая поле диполя (9) и (57), запишем поток энергии, падающий на плоскую границу внутри телесного угла $d\Omega_1$

$$d\Phi_0 = \frac{1}{2} A^2 \sin^2 \varphi W_1^{-1} d\Omega_1, A = \frac{pk_{02}^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1}. \quad (58)$$

Аналогично определяются потоки энергии для отраженных $d\Phi_1$ и проходящих волн $d\Phi_2$ для телесных углов $d\Omega_1$ и $d\Omega_2$, согласно (29) и (54):

$$d\Phi_1 = \frac{1}{2} A^2 \sin^2 \varphi R_{||}^2 W_1^{-1} d\Omega_1, d\Phi_2 = \frac{1}{2} A^2 \sin^2 \theta T_{||}^2 W_2^{-1} \left(\frac{d\Omega_1}{d\Omega_2}\right)^2 d\Omega_2, \quad (59)$$

где

$$R_{||} = \frac{W_1 \cos \varphi - W_2 \cos \theta}{W_1 \cos \varphi + W_2 \cos \theta}. \quad (60)$$

Здесь φ и θ – углы отражения и преломления узкого пучка, а также учтено, что выбранный телесный угол $d\Omega_1$ от точечного излучателя не изменится при отражении волн от плоской границы согласно закону геометрической оптики.

Произведя несложные выкладки, можно убедиться, что выполняется баланс энергии для узкого конуса излучения при падении его на плоскую границу:

$$d\Phi_0 = d\Phi_1 + d\Phi_2. \quad (61)$$

Действительно, если подставить выражения (58), (59) в (61), учитывая (55), (60) и (50), получим тождество

$$1 - R_{||}^2 = T_{||}^2 \frac{W_1 \cos\theta}{W_2 \cos\varphi}. \quad (62)$$

Интересно, что формулы (50), (60) и (62) оказались формулами Френеля, хотя рассматривалась задача для точечного источника. Такое совпадение объясняется тем, что фронт волны, распространяющейся внутри острого телесного угла, можно считать локально плоской. Следовательно, решение данной задачи для точечного источника свелось к более простому решению для плоской волны.

Таким образом, выявили проявление геометрической оптики, начиная с закона Снеллиуса. Так, выражение $-\Phi'_\xi$ в (47) соответствует оптическому пути луча. Хотя, следуя по ходу луча (рис. 5), согласно геометрической оптике, оптический путь должен был быть равен значению Φ (38), взятого в точке перевала. Такое кажущееся противоречие объясняется тем, что мы вместо одного луча рассматриваем излучение в остром телесном угле, который во второй среде меняет свое значение из-за преломления волн. Следовательно, в силу закона сохранения, изменение телесного угла приводит к изменению средней интенсивности внутри конуса излучения, когда как в геометрической оптике интенсивность в лучевой трубке постоянна. В первой среде, в случае отражении волн точечного излучателя от плоской границы, определение оптического пути совпадает с точки зрения геометрической оптики

$$\Phi = -\Phi'_\xi = k_{01}r_+,$$

поскольку средняя интенсивность внутри телесного угла остается постоянной, как и в лучевой трубке.

ВЫВОДЫ

С помощью новой методики, в отличие от Зоммерфельда без применения потенциала Герца, получены асимптотические решения задачи Зоммерфельда в волновой зоне для отраженных и преломленных волн. Сходимость решений при всех значениях углов наблюдения достигается с помощью специальной функции, которая служит эталонным интегралом при интегрировании методом перевала, а также позволяет анализировать решение при углах скольжения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 **Jeon T. I., Grischkowsky, D.** THz Zenneck surface wave (THz surface plasmon) propagation on a metal sheet. // *Appl. Phys. Lett.* – 2006. – 88: 061113-1–061113-3.
- 2 **Novotny, L.** Allowed and forbidden light in near-field optics. I. A single dipolar light source. // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1997. – 14: 91–104.
- 3 **Maier, S. A., Atwater, H. A.** Plasmonics: localization and guiding of electromagnetic energy in metal/dielectric structures. // *J. Appl. Phys.* – 2005. – 98: 011101-1–011101-10.
- 4 **Gordon, R.** Surface plasmon nanophotonics: a tutorial. // *IEEE Nanotechnol Mag.* – 2008. – 13–18.
- 5 **Sommerfeld, A.** Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie [On the propagation of waves in wireless telegraphy]. // *Ann. Phys.* – 1909. – 28: 665–736.
- 6 **Sommerfeld, A.** Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie [On the propagation of waves in wireless telegraphy]. // *Ann. Phys.* – 1926. – 81: 1135–1153.
- 7 **Sommerfeld, A.** Drahtlose Telegraphie [Wireless telegraphy]. // In: Frank P., von Mises R., editors. *Die Differential- and Integralgleichungen der Mechanik und Physik, part II* [Differential and Integral Equations of Mechanics and Physics]. 2nd ed. Chapter 23. – New York (NY) : Rosenberg, 1943. – P. 918–977.
- 8 **Sommerfeld, A.** Partial differential equations in physics. – Vol. VI. – *Lectures on theoretical physics.* – New York (NY) : Academic Press, 1949.
- 9 **Noether, F.** Ausbreitung elektrischer Wellen über der Erde [Propagation of electrical waves over earth]. // In: Rothe R., Ollendorff F, Pohlhausen K., editors. *Chapter E, Funktionentheorie und ihre anwendung in der technik* [Function theory and its application in technology]. – Berlin : Springer, 1931. – P. 154–170.
- 10 **Zenneck, J.** Über die Fortpflanzung ebener elektromagnetischer Wellen längs einer ebenen Leiterfläche und ihre Beziehung zur drahtlosen Telegraphie [On the propagation of plane electromagnetic waves along a flat surface and its relationship to wireless telegraphy]. // *Ann. Physik.* – 1907. – 23. – 846–866.
- 11 **Maclean, T. S. M., Wu, Z.** Radiowave propagation over ground [Propagation of electromagnetic waves over a flat conductor]. – London : Chapman & Hall, 1993.
- 12 **Weyl, H.** Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einem ebenem Leiter [Propagation of electromagnetic waves over a flat conductor]. // *Ann. Physik.* – 1919. – 365. – 481–500.

13 **Kockel, B.** Die Sommerfeldsche Bodenwelle [The groundwave of Sommerfeld]. // Ann. Physik., 7 Folge. 1958; 1: 146–156.

14 **Wait, J. R.** The ancient and modern history of EM ground-wave propagation. IEEE Antennas Propag. Mag. – 1998. – 40. – 7–24.

15 **Collin, R. E.** Hertzian dipole radiating over a lossy earth or sea: Some early and late 20th-century controversies. IEEE Antennas Propag. Mag. – 2004. – 46. – 64–79.

16 **Janaswamy, R.** Comments on ‘A physics-based Green’s function for analysis of vertical electric dipole radiation over an imperfect ground plane’. IEEE Trans. Antennas Propag. – 2014. – 62. – 4907–4910.

17 **Dyab, W. M., Sarkar, T. K., Salazar-Palma M.** Reply to: Comments on ‘A physics-based Green’s function for analysis of vertical electric dipole radiation over an imperfect ground plane’. // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2014. – 62. – 4910–4913.

18 **Norton, K. A.** The propagation of radio waves over the surface of the earth and in the upper atmosphere-part II: The propagation from vertical, horizontal, and loop antennas over a plane earth of finite conductivity. // Proc. IRE. – 1937. – 25. – 1203–1237.

19 **van der Pol, B., Niessen, K. F.** Über die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über eine ebene Erde [On the propagation of electromagnetic waves over flat earth]. Ann. Phys., 5 Folge. – 1930. – 6. – 585–596.

20 **van der Pol, B.** Theory of the reflection of the light from a point source by a finitely conducting flat mirror, with an application to radiotelegraphy. Physica. – 1935. – 2. – 843–853.

21 **Chang, D. C., Fisher, R. J.** A unified theory on radiation of a vertical electric dipole above a dissipative earth. // Radio Sci. – 1974. – 9. – 1129–1138.

22 **Milsom, J. D.** Surface waves, and sky waves below 2 MHz. // Hall M. P. M., Barclay L. W., Hewitt M. T., editors. Chapter 15, Propagation of radiowaves. – London : The Institution of Electrical Engineers, 1996. – P. 307–334.

23 **Wait, J. R.** Excitation of surface waves on conducting, stratified, dielectric-clad, and corrugated surfaces. // J. Res. Nat. Bureau Stand. – 1957. – 59. – 365–377.

24 **King, R. J.** Electromagnetic wave propagation over a constant impedance plane. // Radio Sci. – 1969. – 4. – 225–268.

25 **Green, H.** Derivation of the Norton surface wave using the compensation theorem. IEEE Antennas Propag. Mag. – 2007. – 49. – 47–57.

26 **King, R. W. P.** Electromagnetic field of a vertical dipole over an imperfectly conducting half-space. // Radio Sci. – 1990. – 25. – 149–160.

27 **Christakis, Ch., Ioannidi, K., Frangos, P., Sautbekov, S. S. and Atanov, S. K.** The Radiation Problem from a Vertical Short Dipole Antenna above Flat and

Lossy Ground : Novel Formulation in the Spectral Domain with Closed – Form Analytical Solution in the High Frequency Regime. Electronics and Electrical Engineering Journal. – Vol. 20. – Issue: 9. – P. 35–38. – 2014, November.

28 **Weinstein, L. A.** The Theory of Diffraction and the Factorization Method Boulder, Colorado : Golem Press, 1969.

Материал поступил в редакцию 08.09.17.

C. C. Саутбеков

Зоммерфельдтің міндеттері

Л. Н. Гумилев атындағы
Еуразия ұлттық университеті, Астана қ.
Материал баспаға 08.09.17 түсті.

S. S. Sautbekov

The task of Sommerfeld

L. N. Gumilyov Eurasian National University, Astana.
Material received on 08.09.17.

Классикалық Зоммерфельд есебінің проблемасын шешуге арналған жаңа әдіс тік сәулелену жазықтықта үстінен орналасқан екі орта арасындағы диполь сәулесі Херц потенциалын пайдаланбай ұсынылды. Шағылысқан және берілетін толқындардың асимптотикалық шешімдері, соның ішінде жылжымалы көру бұрыштары үшін алынады. Есепті толығымен талдау, сондай-ақ бетінің толқындарының пайда болу шарты көрсетіледі.

A new method for solving the classical Sommerfeld problem on the radiation of a vertical dipole without the use of the Hertz potential located above the plane interface between the two media is proposed. Asymptotic solutions of the fields of reflected and transmitted waves are obtained, including for sliding viewing angles. A complete analysis of the solution is given, as well as the condition for the appearance of surface waves.

УДК 514.855

Н. В. Астапенко¹, К. Т. Кошекков², А. Н. Колесников³¹докторант, ²д.т.н., зав. кафедрой «Энергетика и радиоэлектроника», Северо-Казахстанский государственный университет имени М. Козыбаева, г. Петропавловск, Казахстан;³PhD, разработчик алгоритмов, компания «Arbonaut», г. Йозенсуу, Финляндия
e-mail: ¹astankin@mail.ru, ²kkoshekov@mail.ru, ³alkoles54@gmail.com**МЕТОДИКА РАСЧЕТА ВМЕСТИМОСТИ
ЗЕРНОХРАНИЛИЩА АМБАРНОГО ТИПА
С АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЗАГРУЗКОЙ**

В статье представлен алгоритм расчета вместимости зернохранилища амбарного типа с автоматизированной загрузкой, учитывающий различные сценарии заполнения, в зависимости от характеристик зерна и размеров зернохранилища. Полученные формулы и алгоритм могут быть включены в правила ведения количественно-качественного учета зерна, установленные в Республике Казахстан.

Ключевые слова: зернохранилище, измерения, вместимость, автоматизированная загрузка, угол естественного откоса.

ВВЕДЕНИЕ

Длительный опыт показал, что для надежной сохранности зерна в стране необходимы зернохранилища, общая вместимость которых превышает среднегодовой валовой сбор в полтора раза. Это позволяет компенсировать годичные колебания урожая, учесть объемную массу зерна различных культур, раздельно вести обработку и хранение разнокачественных партий зерна, иметь переходящий остаток зерна в объеме до 20 % потреблений [1, 2].

Зернохранилища строят с учетом особенностей зерновой массы как объекта приемки, обработки и хранения. Зерно оказывает давление на пол и стены хранилища. Следовательно, зернохранилища надо рассчитывать на действующие нагрузки, оно должно быть надежным и долговечным при эксплуатации. При приемке, обработке и хранении обязателен точный весовой учет зерна.

В связи с вышесказанным актуальной является задача определения вместимости зернохранилищ или смежная задача проектирование размеров зернохранилищ в зависимости от требуемой вместимости. В Казахстане установлены Правила ведения количественно-качественного учета зерна [3], в которых приведены формулы расчета емкости зернохранилищ некоторых типов. В данной статье мы предлагаем методику расчета вместимости зернохранилищ в виде амбара с автоматизированной загрузкой, которая является дополнением к разработанным правилам, так как описана для нового типа зернохранилищ.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ**Обоснование необходимости разработки методики**

В Правилах ведения количественно-качественного учета зерна, утвержденных Приказом Министра сельского хозяйства Республики Казахстан от 19 июня 2015 года № 4-1/546, установлен порядок определения количества зерна, хранящегося в зернохранилищах. В указанном документе приведены формулы расчета емкости зернохранилищ следующих типов: круглый силос, силос-звездочка, квадратный силос, немеханизированный склад. Схемы перечисленных типов приведены на рисунке 1.

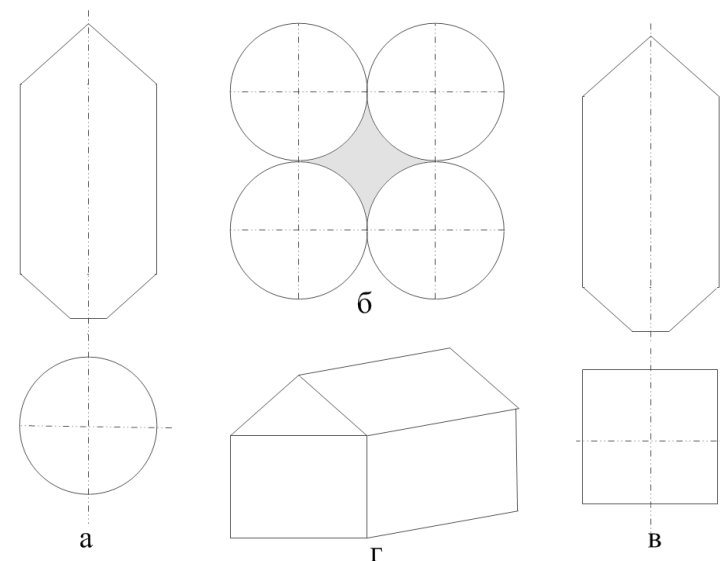


Рисунок 1 – Схемы зернохранилищ: а – круглый силос; б – силос-звездочка; в – квадратный силос; г – немеханизированный склад

Надежное и длительное хранение миллионов тонн зерна – дело затратное и трудоемкое. Правильно подобранный тип хранилища в зависимости от вида культуры, способа ее хранения и влажности зерна поможет минимизировать естественные потери урожая. Наиболее распространены в данный момент металлические и бетонные силосы типов (а), (б) и (в) рисунка 1, так как данные виды зерноскладов проще поддаются автоматизации. Однако их использование выявило ряд недостатков [4]:

Металлический силос не защищает зерно от воздействия внешней среды, особенно в пристеночных слоях насыпи. Поэтому его лучше использовать в качестве оперативной емкости или для концентрации и временного хранения зерна.

В бетонном силосе сложное обслуживание и контролирование качества зерна.

При загрузке силосов обоих типов происходит дробление зерна.

Несмотря на относительную примитивность конструкции, склад напольного типа (тип (г) рисунка 1) имеет ряд технологических преимуществ: обеспечивает стабильный режим хранения и минимальное дробление зерна, его лучше использовать для хранения семенного зерна и кукурузы, особенно при большой высоте загрузки.

В связи с вышесказанным становится понятна современная тенденция автоматизации зерноскладов напольного типа и их вариаций с наклонными полами. Основное отличие механизированных складов от немеханизированных заключается в том, что форма насыпи в них зависит от расположения загрузочных щелей. В данной статье мы предлагаем формулы расчета вместимости прямоугольных зернохранилищ с автоматизированной загрузкой, как наиболее перспективных в использовании.

2 Постановка задачи

Автоматизированная загрузка зернохранилищ осуществляется с помощью верхних транспортеров, в которых предусмотрены загрузочные щели. При такой загрузке под каждой загрузочной щелью образуется конусообразная насыпь. На рисунке 2 показана схема заполнения зернохранилища с одним верхним транспортером и двумя загрузочными щелями.

Форма насыпи, полученная при автоматизированной загрузке, зависит от физических характеристик хранимого зерна. Каждый вид зерна характеризуется следующими параметрами: угол естественного откоса (λ), насыпная плотность (ρ), возможная высота насыпи (h). Угол естественного откоса определяет форму конуса под загрузочной щелью, насыпная плотность позволяет рассчитать массу хранимого зерна по объему образованной

поверхности, а возможная высота насыпи задает максимальную высоту для каждого вида зерна.

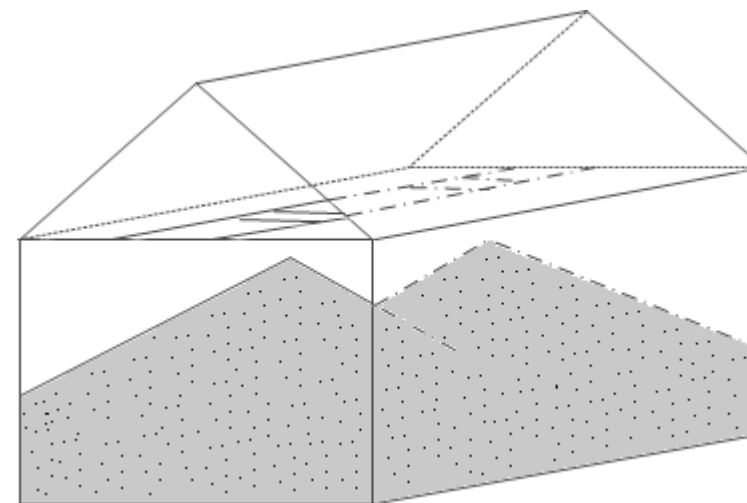


Рисунок 2 – Схема автоматизированного заполнения зернохранилища амбарного типа посредством одного верхнего транспортера с двумя загрузочными щелями

Рассмотрим порядок расчета вместимости механизированных зернохранилищ с учетом описанных характеристик зерна.

На первом этапе расчета выполняем условное деление зернохранилища на прямоугольные секции, в каждой из которых расположена одна загрузочная щель. Далее рассчитывается общая вместимость зернохранилища путем суммирования значений, вычисленных для каждой секции.

3 Сценарии заполнения секции зернохранилища, в зависимости от характеристик зерна

Определим параметры секции: A – ширина, B – длина, C – высота. В результате заполнения секции, возможно образование конусов различных типов, как это показано на рисунке 3.

Рассмотрим расчетные формулы для возможных сценариев заполнения зернохранилища, в зависимости от его размеров и параметров зерна.

Сценарий 1. Возможная высота насыпи больше высоты зернохранилища ($h > C$), т.е. максимальная высота насыпи под загрузочной щелью может быть C .

Радиус конуса определяем исходя из его высоты C , учитывая угол естественного откоса:

$$R = \frac{C}{\operatorname{tg}\lambda}, \quad (1)$$

где λ – угол естественного откоса зерна,
 C – высота секции зернохранилища.

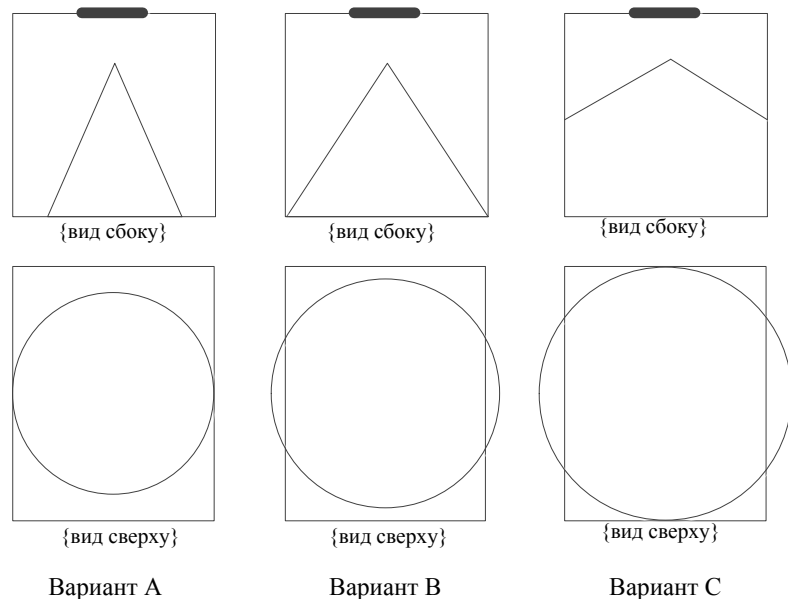


Рисунок 3 – Варианты образования конусов в секции зернохранилища с автоматизированной загрузкой

В данном случае возможны три сценария заполнения, представленные на схемах рисунка 3.

Сценарий 1А. В зернохранилище образуется насыпь, радиус которой полностью вписан в основание зернохранилища $A \times B$ ($R < A/2$, вариант А на рисунке 3). В этом случае объем насыпи определяется объемом представленного конуса, вместо радиуса которого подставляем формулу (1):

$$V_{\text{насыпи}} = V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{C}{\operatorname{tg}\lambda} \right)^2 C = \frac{\pi C^3}{3 \operatorname{tg}^2 \lambda} \quad (2)$$

Сценарий 1В. В зернохранилище образуется насыпь, радиус которой выходит за пределы $A/2$, но не превышает $B/2$ (вариант В на рисунке 3). В этом случае объем насыпи определяется объемом представленного конуса за исключением двух образовавшихся конусных копыт.

Конусное копыто – это меньшая часть прямого кругового конуса, отсеченная вертикальной плоскостью [5]. Схема конусного копыта приведена на рисунке 4.

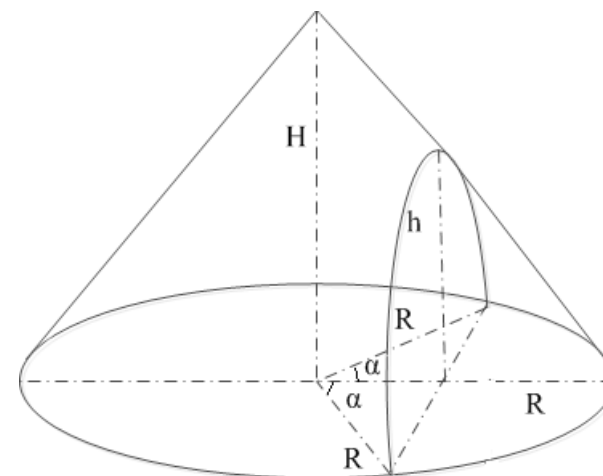


Рисунок 4 – Схема конусного копыта

Объем конусного копыта определяется по следующей формуле:

$$V_{\text{кон.коп}} = \frac{R^2 (1 - \cos \alpha)}{H} \left(\frac{1 + \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{3} H^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha \right)$$

где $R = \frac{C}{\operatorname{tg}\lambda}$, $H=C$.

Для формулы (3) косинус и синус угла между радиусом основания, соединяющим центр основания конуса и край линии сечения, и горизонтальной осью (половину сечения определяем по теореме Пифагора):

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 + \left(\frac{C}{\operatorname{tg}\lambda}\right)^2}}{\frac{C}{\operatorname{tg}\lambda}} = \frac{\sqrt{A^2 \operatorname{tg}^2 \lambda + 4C^2}}{2C \operatorname{tg}\lambda}, \quad \sin \alpha = \frac{\frac{A}{2}}{\frac{C}{\operatorname{tg}\lambda}} = \frac{A \operatorname{tg}\lambda}{2C}$$

$$\alpha = \arccos \left(\frac{\sqrt{A^2 \operatorname{tg}^2 \lambda + 4C^2}}{2C \operatorname{tg}\lambda} \right)$$

Таким образом, формула (3) приобретает следующий вид:

$$V_{\text{кон.коп}} = \frac{(2C \cdot \text{tg}\lambda - \sqrt{A^2 \text{tg}^2\lambda + 4C^2})}{8 \cdot \text{tg}^4\lambda} \cdot \left(\frac{4C^2 \cdot \text{tg}^2\lambda + 2C \cdot \text{tg}\lambda \sqrt{A^2 \text{tg}^2\lambda + 4C^2} + A^2 \text{tg}^2\lambda + 4C^2}{3 \cdot \text{tg}\lambda} \cdot \arccos\left(\frac{\sqrt{A^2 \text{tg}^2\lambda + 4C^2}}{2C \text{tg}\lambda}\right) - \frac{A \cdot \text{tg}\lambda \cdot \sqrt{A^2 \text{tg}^2\lambda + 4C^2}}{C^2} \right) \quad (4)$$

где А – ширина секции зернохранилища,
С – высота зернохранилища,
λ – угол естественного откоса зерна.

В целом объем заполнения секции для сценария 1В можно определить по формуле:

$$V_{\text{насыпи}} = V_{\text{конуса}} - 2V_{\text{кон.коп}} = \frac{\pi C^3}{3 \text{tg}^2\lambda} - 2V_{\text{кон.коп}}, \quad (5)$$

где С – высота зернохранилища,
λ – угол естественного откоса зерна,
V_{кон.коп} – определяется по формуле (4).

Сценарий 1С. В зернохранилище образуется конус, радиус которого совпадает с В/2, а высота меньше С (вариант С на рисунке 3). В этом случае объем насыпи определяется суммой объемов конуса с радиусом В/2 и высотой $\frac{B}{2} \cdot \text{tg}\lambda$ за исключением двух образовавшихся конусных копыт по стороне В и прямоугольного параллелепипеда с размерами АхВх $\left(C - \frac{B}{2} \cdot \text{tg}\lambda\right)$.

Формулы для расчета объема конусного копыта:

$$R = \frac{B}{2}, H = \frac{B}{2} \cdot \text{tg}\lambda, \\ \cos \alpha = \frac{A}{2} : \frac{B}{2} = \frac{A}{B}, \sin \alpha = \frac{\sqrt{B^2 - A^2}}{2} : \frac{B}{2} = \frac{\sqrt{B^2 - A^2}}{B}, \\ \alpha = \arccos\left(\frac{A}{B}\right)$$

Подставляя эти формулы в формулу (3) получаем объем одного конусного копыта для сценария 1С:

$$V_{\text{кон.коп}} = \frac{(B-A)}{2 \cdot \text{tg}\lambda} \left(\frac{B^2 + AB + A^2}{3 \cdot 4} \text{tg}^2\lambda \cdot \arccos\left(\frac{A}{B}\right) - \frac{A \sqrt{B^2 - A^2}}{B^2} \right) \quad (6)$$

где А – ширина секции зернохранилища,
В – длина секции зернохранилища,
λ – угол естественного откоса зерна.

Тогда объем насыпи для сценария 1С определим по формуле:

$$V_{\text{насыпи}} = V_{\text{конуса}} - 2V_{\text{кон.коп}} + V_{\text{прямоуг.параллелеп}} = \frac{\pi B^3 \text{tg}\lambda}{3 \cdot 2^3} - 2V_{\text{кон.коп}} + A \cdot B \cdot \left(C - \frac{B}{2} \cdot \text{tg}\lambda \right) \quad (7)$$

где А – ширина секции зернохранилища,
В – длина секции зернохранилища,
С – высота зернохранилища,
λ – угол естественного откоса зерна,
V_{кон.коп} – определяется по формуле (6).

Сценарий 2. Возможная высота насыпи гораздо меньше высоты зернохранилища (h<C). В данном случае возможны те же сценарии заполнения, которые представлены в сценарии 1 по схемам рисунка 3, но расчетные формулы будут отличаться.

Сценарий 2А. В зернохранилище образуется насыпь, радиус которой полностью вписан в основание зернохранилища АхВ (R<A/2, вариант А на рисунке 3), а высота равна h. В этом случае объем насыпи определяется объемом представленного конуса:

$$V_{\text{насыпи}} = V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{h}{\text{tg}\lambda} \right)^2 h = \frac{\pi h^3}{3 \text{tg}^2\lambda}$$

Сценарий 2В. В зернохранилище образуется насыпь, радиус которой выходит за пределы А/2 по не превышает В/2 (вариант В на рисунке 3). В этом случае объем насыпи определяется объемом представленного конуса за исключением двух образовавшихся конусных копыт.

Формулы для расчета объема конусного копыта:

$$R = \frac{h}{\text{tg}\lambda}, H=h, \cos \alpha = \frac{\sqrt{A^2 \text{tg}^2\lambda + 4h^2}}{2h \text{tg}\lambda}, \sin \alpha = \frac{A \text{tg}\lambda}{2h}, \\ \alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{A^2 \text{tg}^2\lambda + 4h^2}}{2h \text{tg}\lambda}\right).$$

$$V_{\text{кон.коп}} = \frac{(2h \cdot \text{tg}\lambda - \sqrt{A^2 \text{tg}^2\lambda + 4h^2})}{8 \cdot \text{tg}^4\lambda} \cdot \left(\frac{4h^2 \cdot \text{tg}^2\lambda + 2h \cdot \text{tg}\lambda \sqrt{A^2 \text{tg}^2\lambda + 4h^2} + A^2 \text{tg}^2\lambda + 4h^2}{3 \cdot \text{tg}\lambda} \right) \quad (9)$$

$$\cdot \arccos\left(\frac{\sqrt{A^2 \operatorname{tg}^2 \lambda + 4h^2}}{2htg\lambda}\right) - \frac{A \cdot \operatorname{tg} \lambda \cdot \sqrt{A^2 \operatorname{tg}^2 \lambda + 4h^2}}{h^2}$$

где A – ширина секции зернохранилища,
 h – возможная высота насыпи для вида зерна,
 λ – угол естественного откоса зерна.
 Общий объем насыпи будет определен:

$$V_{\text{насыпи}} = V_{\text{конуса}} - 2V_{\text{кон.коп}} = \frac{\pi h^3}{3 \operatorname{tg}^2 \lambda} - 2V_{\text{кон.коп}} \quad (10)$$

где h – возможная высота насыпи для вида зерна,
 λ – угол естественного откоса зерна,
 $V_{\text{кон.коп}}$ – определяется по формуле (9).

Сценарий 2С. В зернохранилище образуется конус, радиус которого совпадает с $B/2$, а высота конуса $\frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg} \lambda < h$ (вариант С на рисунке 3). В этом случае объем насыпи определяется суммой объемов конуса с радиусом $B/2$ и высотой $\frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg} \lambda$ за исключением двух образовавшихся конусных копыт по стороне B и прямоугольного параллелепипеда с размерами $A \times B \times \left(h - \frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg} \lambda\right)$.

Формулы для расчета объема конусного копыта те же, что используются для сценария 1С. Объем насыпи для сценария 2С:

$$V_{\text{насыпи}} = V_{\text{конуса}} - 2V_{\text{кон.коп}} + V_{\text{прямоуг. параллелеп}} = \frac{\pi B^3 \operatorname{tg} \lambda}{3 \cdot 2^3} - 2V_{\text{кон.коп}} + A \cdot B \cdot \left(h - \frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg} \lambda\right), \quad (10)$$

где A – ширина секции зернохранилища,
 B – длина секции зернохранилища,
 h – возможная высота насыпи для вида зерна,
 λ – угол естественного откоса зерна,
 $V_{\text{кон.коп}}$ – определяется по формуле (6).

Алгоритм расчета вместимости одной секции зернохранилища, учитывающий все описанные сценарии

Систематизированное рассмотрение различных сценариев заполнения привело к созданию алгоритма расчета вместимости одной секции зернохранилища. Для оптимизации алгоритма, описывающего все рассмотренные сценарии, введем обозначение H' – максимальная высота насыпи, образованной в заданной секции зернохранилища.

Сам алгоритм представляет собой следующую последовательность шагов:

Шаг 1. Получаем входные параметры: параметры секции (A – ширина, B – длина, C – высота) и параметры хранимого зерна (λ – угол естественного откоса хранимого сыпучего, ρ – насыпная плотность, h – возможная высота насыпи).

Шаг 2. Устанавливаем начальные значения $V_{\text{кон.коп}} = 0$ и $V_{\text{пш}} = 0$.

Шаг 3. Если $h \geq C$, то $H' = C$, иначе $H' = h$.

Шаг 4. Определяем радиус конуса, получаемого в данной секции по формуле (1): $R = \frac{H'}{\operatorname{tg} \lambda}$.

Шаг 5. Если $R > B/2$, то устанавливаем новые значения $R = \frac{B}{2}$, $H = \frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg} \lambda$ (высота конуса), определяем объем прямоугольного параллелепипеда $V_{\text{прям. параллелеп}} = A \cdot B \cdot \left(H' - \frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg} \lambda\right)$, который выводится из фрагментов формул (7) и (10).

Шаг 6. Если $A/2 < R \leq B/2$, то $H = H'$.

Шаг 7. Рассчитываем объем конусного копыта по формуле (3), где $\cos \alpha = \frac{H}{\sqrt{R^2 + H^2}}$, $\sin \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + H^2}}$, $\alpha = \arccos\left(\frac{H}{\sqrt{R^2 + H^2}}\right)$

Шаг 8. Рассчитываем объем насыпи:

$$V_{\text{насыпи}} = \frac{\pi R^2 H}{3} - 2V_{\text{кон.коп}} + V_{\text{пш}}$$

Шаг 9. Определяем максимально возможную массу зерна при автоматическом заполнении секции $\rho \cdot V_{\text{насыпи}}$.

Данный алгоритм применим также для автоматизированных зернохранилищ с наклонными полами. В этом случае на шаге 5 высчитывается не объем параллелепипеда, а объем формы образованной наклонными полами (пирамида или призма с треугольным основанием).

ВЫВОДЫ

Зернохранилища являются связующим звеном между сельскохозяйственными товаропроизводителями и зерноперерабатывающими отраслями. Без четко функционирующей сети современных зернохранилищ необходимой вместимости и мощности невозможно надежное обеспечение страны зерном.

Вместимость зернохранилищ в Казахстане рассчитывается в соответствии с установленными министерством сельского хозяйства Правилами ведения количественно-качественного учета зерна. Однако

в указанных правилах не представлены формулы расчета вместимости амбарного типа с автоматизированной загрузкой. В статье предлагается методика расчета вместимости подобных зернохранилищ, учитывающая характеристики зерна. Данная методика может быть предложена в качестве дополнения к установленным правилам ведения количественно-качественного учета зерна.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Материалы агрохолдинга СОЮЗ [Электронный ресурс]. – http://agrogold.ru/zernohranilische_tipy_harakterist.

2 **Шепелев, М. А.** Технология хранения зерна. учебно-методическое пособие по технологии хранения и переработке растениеводческой продукции для студентов специальности 5В080100 – Агрономия. – Костанай, 2013. – 62 с.

3 Правила ведения количественно-качественного учета зерна, утверждены Приказом Министра сельского хозяйства Республики Казахстан от 19 июня 2015 года № 4-1/546. [Электронный ресурс]. – <http://adilet.zan.kz/rus/docs/V050003545>.

4 **Кирпа, Н.** Хранение без потерь и ухудшения качества // Журнал «Зерно». № 6 – Киев, 2011. – С. 67–71

5 Объем конусного копыта [Электронный ресурс]. – <http://cyclowiki.org/wiki>.

Материал поступил в редакцию 08.09.17.

N. V. Astapenko¹, K. T. Koshekov¹, A. N. Kolesnikov³

Автоматтандырылған жүктеумен қойма түрдес астық қоймасының сыйымдылығын есептеу әдістемесі

¹М.Қозыбаев атындағы Солтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Петропавл қ., Қазақстан;

²Arbonaut компаниясы, Йоэнсуу қ., Финляндия.

Материал баспаға 08.09.17 түсті.

N. V. Astapenko¹, K. T. Koshekov¹, A. N. Kolesnikov²

Method for calculating the capacity of barns granary with automated loading

¹M. Kozybaev North Kazakhstan State University, Petropavlovsk, Kazakhstan;

³Oy Arbonaut Ltd, Joensuu, Finland.

Material received on 08.09.17.

Мақалада астық қоймасының көлемі мен астық сипатына қарай, толтыру сценарийінің түрлілігіне қарай автоматтандырылған жүктеумен қойма түрдес астық қоймасының сыйымдылығын есептеу алгоритмі берілген. Алынған формулалар мен алгоритмдер Қазақстан Республикасында бекітілген сандық-сапалық есеп жүргізу ережелеріне енгізілуі мүмкін.

The article presents an algorithm for calculating the capacity of barns granary with automated loading, taking into account the various filling scenarios, depending on grain characteristics and grain sizes. The resulting formulas and algorithm can be included in the rules for conducting quantitative and qualitative accounting of grain, established in the Republic of Kazakhstan.

УДК 316:314.3

А. В. Замятин¹, А. Ж. Саринова²

¹д. тех. н., профессор, кафедра прикладной информатики, НИ Томский государственный университет, г. Томск, Россия; ²ст. преподаватель, магистр информатики Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар, Казахстан

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ В ОБРАБОТКЕ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В настоящей статье авторы рассматривают основные положения теории преобразований метода главных компонент (Карунена-Лоэва) и их свойства в обработке спутниковых гиперспектральных данных.

Ключевые слова: метод главных компонент, Карунена-Лоэва, гиперспектральные изображения, сжатие, преобразование.

ВВЕДЕНИЕ

Метод главных компонент применяется к данным, записанным в виде нескольких матриц $I [m, n, k]$ – прямоугольной таблицы чисел размерностью n строк, m столбцов и k – количество матриц (каналов АИ).

Цель исследования метода главных компонент (Карунена-Лоэва) – извлечение из этих гиперспектральных данных нужной информации.

Данные могут содержать нужную пользователю информацию, они могут быть избыточными, а также в некоторых случаях, информации в данных может и не быть совсем. Данные всегда (или почти всегда) содержат в себе нежелательную составляющую, называемую шумом. Свойства этого шума могут иметь различную структуру, но, во многих случаях, шум – это та часть данных, которая не содержит искомой информации [1–3]. Что считается шумом, а что – информацией, всегда решается с учетом поставленных целей и методов, используемых для ее достижения.

В настоящее время особенное внимание исследователями уделяется обработке спутниковых изображений, а именно гиперспектральных аэрокосмических изображений. Задача упаковки (сжатия) спутниковых данных возникает в связи с тем, что достаточно большой размер изображений, хранящихся в несжатом виде, вызывает неудобства при обработке информации. В данной статье рассматриваются наиболее распространенные алгоритмы упаковки на примере преобразования Карунена-Лоэва [1].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Преобразование Карунена-Лоэва было предложено независимо финским математиком Каруненом (Kari Karhunen) в 1946 и французским математиком Лоэвом (Michel Loève) в 1955. Метод известен под различными названиями, такими как «разложение Карунена-Лоэва», «преобразование Хотеллинга» (дискретный вариант преобразования Карунена-Лоэва), «квазигармонические моды», «собственное ортогональное разложение», «эмпирическое разложение на собственные функции». С формально-математической точки зрения преобразование Карунена-Лоэва (КЛ) представляет собой разложение сигнала $X(t)$ по базису ортогональных функций, каждая из которых является собственной функцией интегрального «характеристического» уравнения с симметричным непрерывным ядром [2]:

$$\int_0^T K(t,s)\phi_j(s)ds = \lambda_j\phi_j(t)$$

$$\text{и } X(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_n} a_n \phi_n(t), 0 \leq t \leq T, E\{a_n a_m\} = \begin{cases} 1 & n=m \\ 0 & n \neq m \end{cases}$$

Основная идея заключается именно в существовании и использовании некоего ядра, связанного со свойствами сигнала $X(t)$. При заданном виде ядра приведенное интегральное уравнение определяет ортогональный базис разложения по его собственным функциям, что упрощает разложение и минимизирует квадрат ошибки.

Преобразование Карунена-Лоэва (его еще называют преобразованием Хотеллинга) имеет наилучшую эффективность в смысле концентрации энергии изображения, но по указанным выше причинам, оно имеет скорее теоретическое, нежели практическое значение [3–4].

Спутниковое изображение, представляющее собой несколько каналов (от 1 до 1000) разделено на k блоков по n пикселей в каждом, число k зависит от размера изображения. Рассматриваются векторы блоков, которые обозначаются $b^{(i)}$, при $i = 1, 2, \dots, k$. Усредненный вектор равен $\bar{b} = \frac{\sum_i b^i}{k}$. Вводится новое семейство векторов $v^i = b^i - \bar{b}$, для которого усредненный вектор $(\sum_i v^i)/k$ равен нулю. Матрицу преобразования (КЛ) размера $n \times n$, которую мы будем строить, обозначим через A . Результатом преобразования вектора $v^{(i)}$ будет весовой вектор $w^{(i)} = Av^{(i)}$. Усреднение вектора $w^{(i)}$ также равно нулю. Построим матрицу V , столбцами которой будут служить векторы. Рассмотрим также матрицу W со столбцами $w^{(i)}$:

$$V = (v^{(1)}, v^{(2)}, \dots, v^{(k)}), W = (w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(k)})$$

Матрицы V и W имеют n строк и k столбцов. Из определения векторов $w^{(i)}$ заключаем, что.

Все n векторов коэффициентов $c^{(j)}$ преобразования КЛ определяются равенствами:

$$c^{(j)} = (w_j^{(1)}, w_j^{(2)}, \dots, w_j^{(k)}), j = 1, 2, \dots, n$$

Таким образом, вектор $c^{(j)}$ состоит из j -ых элементов весовых векторов $w^{(i)}$ при $i = 1, 2, \dots, k$.

Рассмотрим матрицу-произведения $W \cdot W^T$. Элемент строки a и b столбца этой матрицы равен сумме произведений:

$$(W \cdot W^T)_{ab} = \sum_{i=1}^k w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^k c_i^{(a)} c_i^{(b)} = c^{(a)} \cdot c^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n] \quad (1)$$

Тот факт, что среднее каждого вектора $w^{(i)}$ равно нулю означает, что каждый диагональный элемент $(W \cdot W^T)_{jj}$ матрицы-произведения является дисперсией (с множителем k) j -го элемента (или j -ой координаты) вектора $w^{(i)}$. В самом деле, из (1) находим, что:

$$(W \cdot W^T)_{jj} = \sum_{i=1}^k w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^k (w_j^{(i)} - 0)^2 = \sum_{i=1}^k (c_j^{(i)} - 0)^2 = k \cdot \text{var}(c^{(j)})$$

Внедиагональные элементы матрицы $(W \cdot W^T)$ являются ковариациями векторов $w^{(i)}$, то есть, элемент $(W \cdot W^T)_{ab}$ равен ковариации координат

a и b векторов $w^{(i)}$. Из уравнения (1) также видно, что эти величины равны скалярным произведениям $c^{(a)} c^{(b)}$ векторов $c^{(a)}$ и $c^{(b)}$. Одной из основных задач преобразования изображения является приведение его к декоррелированной форме координат векторов.

Теория вероятности говорит о том, что две координаты являются декоррелированными, если их ковариация равна нулю (другая цель - это концентрация энергии, но эти две задачи тесно связаны). Значит, необходимо найти матрицу A , такую, что произведение $W \cdot W^T$ будет диагональной матрицей. Из определения матрицы W находим, что

$$W \cdot W^T = (AV) \cdot (AV)^T = A(V \cdot V^T)A^T$$

Матрица $V \cdot V^T$ является симметрической, ее элементами служат ковариации координат векторов $v^{(i)}$, то есть:

$$(V \cdot V^T)_{ab} = \sum_{i=1}^k v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{ при } a, b \in [1, n]$$

Если матрица $V \cdot V^T$ – симметрическая, то ее собственные векторы ортогональны. Нормализуем их (то есть, сделаем их ортонормальными) и выберем их в качестве строк матрицы A . Получим следующий результат:

$$W \cdot W^T = A(V \cdot V^T)A^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}$$

При таком выборе матрицы A матрица $(W \cdot W^T)$ будет диагональной, причем элементы диагонали являются собственными числами матрицы $(V \cdot V^T)$. Матрица A служит матрицей преобразования КЛ; ее строки являются базисными векторами КЛ, а энергией (дисперсией) преобразованных векторов служат собственные числа матрицы $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. Базисные векторы для КЛ вычисляются с помощью пикселей исходного изображения, то есть, они зависят от исходных данных.

Метод главных компонент

Шум и избыточность в данных проявляют себя через корреляционные связи между переменными. Погрешности в данных могут привести к появлению не систематических, а случайных связей между переменными. Каждой строке исходной матрицы соответствует точка на плоскости с соответствующими координатами, рис. 1. Проведем через них прямую,

так, чтобы вдоль нее происходило максимальное изменение данных. Затем спроецируем все исходные точки на эту ось.

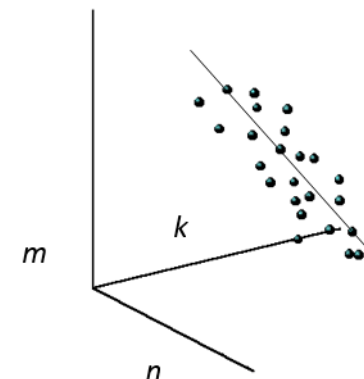


Рисунок 1 – Преобразование метода главных компонент

Теперь можно предположить, что на самом деле все экспериментальные точки и должны были лежать на этой новой оси. Все отклонения от новой оси можно считать шумом, т.е. ненужной пользователю информацией. Проверить шум ли это, или все еще важная часть данных, необходимо найти в них ось максимальных изменений.

В общем случае, процесс выделения главных компонент состоит из следующих этапов:

Нахождение центра облака данных, в него переносится новое начало координат – это нулевая главная компонента (PC0)

Выбирается направление максимального изменения данных – это первая главная компонента (PC1)

Если данные описаны не полностью (шум велик), то выбирается еще одно направление (PC2) – перпендикулярное к первому, так чтобы описать оставшееся изменение в данных и т.д.

В результате данных этапов, содержимое матрицы может меняться от большого количества переменных к новому представлению, размерность которого значительно меньше. В практике часто удается упростить данные на порядки: от 1000 переменных перейти всего к двум, при этом ничего не выбрасывается – все переменные учитываются. В то же время несущественная для решения задачи часть данных отделяется, превращается в шум. Найденные главные компоненты и дают нам искомые скрытые переменные, управляющие устройством исходных данных.

Суть метода главных компонент – это существенное понижение размерности данных. Исходная матрица $I [m,n,k]$ заменяется двумя новыми матрицами I' и I'' , размерность которых, V , меньше, чем число переменных (столбцов) n у исходной матрицы I . Вторая размерность – число образцов (строк) I сохраняется. Если декомпозиция выполнена правильно – размерность V выбрана верно, то матрица I' несет в себе столько же информации, сколько ее было в начале, в матрице I . При этом матрица I' меньше, и проще, чем I .

Важным свойством PCA является ортогональность (независимость) главных компонент. Поэтому матрица счетов I' не перестраивается при увеличении числа компонент, а к ней добавляется еще один столбец – соответствующий новому направлению. То же происходит и с матрицей нагрузок I'' .

Преимущества и недостатки PCA

В основе метода главных компонент лежат следующие недостатки: размерность данных может быть эффективно понижена путем линейного преобразования; больше всего информации несут те направления, в которых дисперсия входных данных максимальна. Можно легко видеть, что эти условия далеко не всегда выполняются. Например, если точки входного множества располагаются на поверхности гипеспектральных данных, то никакое линейное преобразование не сможет понизить размерность (но с этим легко справится нелинейное преобразование, опирающееся на расстояние от точки до центра сферы). Это недостаток в равной мере свойственен всем линейным алгоритмам и может быть преодолен за счет использования дополнительных фиктивных переменных, являющихся нелинейными функциями от элементов набора входных данных.

Второй недостаток метода главных компонент состоит в том, что направления, максимизирующие дисперсию, далеко не всегда максимизируют информативность. На странице подпрограммы линейного дискриминантного анализа приведен пример такой задачи - переменная с максимальной дисперсией не несет почти никакой информации, в то время как переменная с минимальной дисперсией позволяет полностью разделить классы. Метод главных компонент в данном случае отдаст предпочтение первой (менее информативной) переменной. Этот недостаток тесно связан с тем, что метод главных компонент не осуществляет линейное разделение классов, линейную регрессию или иные подобные операции - он всего лишь позволяет оптимальным образом восстановить входной вектор на основе неполной информации о нем. Вся дополнительная информация, связанная с вектором (например, принадлежность образа к одному из классов), игнорируется.

Практическое применение в компрессии АИ

Для уменьшения пространственной избыточности пикселей при кодировании изображений возможно использование линейного преобразования блоков пикселей. Последующие квантования полученных коэффициентов и кодирование без потерь позволяют получить значительные коэффициенты сжатия. При этом предполагается, что в первых компонентах содержится основная полезная информация, оставшиеся же компоненты содержат ненужный шум. Применив обратное преобразование после редукции базиса главных компонент, можно получить изображение без шума.

Тогда можно отметить, что с помощью преобразования КЛ имеется возможность обработать спутниковые данные, при этом сконцентрировав энергию матрицы по вышеописанному процессу для решения задачи их сжатия. Основные достоинства КЛ-преобразования:

- концентрация мощности (дисперсии) в минимально возможном числе признаков;
- минимальная среднеквадратичная погрешность восстановления исходного изображения при заданном числе признаков;
- некоррелированность, а в случае нормального распределения яркости исходного изображения и независимость, рассчитываемых признаков.

ВЫВОДЫ

В данной статье было исследовано КЛ преобразование для дальнейшей реализации благодаря техническому прогрессу в области разработки и создания программных систем обработки сигналов или (спутниковых снимков), которые могут быть реализованы на ЭВМ.

Данное исследование проведено в целях дальнейшего практического применения в обработке АИ, которое позволит понять суть работы механизмов обработки информации, а также применять метод главных компонент в составлении собственного алгоритма сжатия, либо восстановления АИ.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Уэлстид, С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии. – М. : Издательство Триумф, 2003. – 320 с. : ил.
- 2 Salomon, D. Сжатие данных изображений и звука. М. : Техносфера, 2004. – 368 с.
- 3 Ватолин, Д., Ратушняк, А., Смирнов, М., Юкин, В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. – М. : Диалог-МИФИ, 2003. – 384 с.

Гиперспектральды аэроғарыштық бейнелерді өңдеудегі негізгі компоненттер әдісін зерттеу¹ҰЗ Томбы мемлекеттік университеті, Томбы қ., Ресей;²С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ., Қазақстан.
Материал баспаға 08.09.17 түсті.A. V. Zamyatin¹, A. Zh. Sarinova²**Investigation of the method of principal components in the processing of hyperspectral aerospace images**¹NR Tomsk State University, Tomsk, Russia;²S. Toraihyrov Pavlodar State University, Pavlodar, Kazakhstan.

Material received on 08.09.17.

Бұл мақалада авторлар басты компонент (Karhunen-Loève) қайта әдісі теориясының негізгі ережелерін және спутниктік гиперспектральды деректерді өңдеудегі қасиеттерін талқылады.

In this article, the authors consider the basic principles of the theory of transformations of the method of principal components (Karhunen-Loève) and their properties in the processing of satellite hyperspectral data.

УДК 378

**Р. С. Куанышева¹, О. Г. Потапенко¹, А. А. Асаинова¹,
М. И. Рагулина², М. П. Лапчик²**¹Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова г. Павлодар, Казахстан; ²Омский государственный педагогический университет, г. Омск, Россия**ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ ИКТ-КОМПЕТЕНТНОСТИ
БУДУЩИХ БАКАЛАВРОВ ТЕХНИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
В УСЛОВИЯХ ПОЛИЯЗЫЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

В статье обосновывается актуальность исследования проблемы формирования компетентности бакалавров техники и технологий в условиях полиязычия.

Ключевые слова: полиязычие, бакалавр техники и технологии, профессиональная компетентность, базовая компетентность, специальная компетентность.

ВВЕДЕНИЕ

Республика Казахстан осуществляет кардинальную модернизацию системы образования, одним из направлений которой является построение образовательного процесса на основе полиязычия, которое приходит на смену билингвизма.

Полиязычие – «употребление нескольких языков в пределах определенной социальной общности (прежде всего государства); употребление индивидуумом (группой людей) нескольких языков, каждый из которых выбирается в соответствии с конкретной коммуникативной ситуацией» [1].

В целях обеспечения конкурентоспособности страны и ее граждан в Послании Президента Республики Казахстан «Новый Казахстан в новом мире» предложена поэтапная реализация культурного проекта «Триединство языков», согласно которому предполагается совместное развитие трех языков: казахского – как государственного языка, русского – как языка межнационального общения и английского – как языка успешной интеграции в глобальную экономику [8].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Профессиональная деятельность усложняется, требования к подготовке бакалавров возрастают, растет число студентов, выезжающих по

академической мобильности в зарубежные вузы, – все эти факторы являются признаками того, что данная проблема актуальна и требует незамедлительного решения, особенно в отношении групп с казахским языком обучения.

Программа полиязычного обучения предусматривает создание новой модели образования, способствующей формированию конкурентоспособного в условиях глобализации поколения, владеющего языковой культурой. Знание казахского, английского и русского языков даст молодежи ключ к мировым рынкам, науке и новым технологиям, создаст условия для формирования мировоззренческой установки на конструктивное сотрудничество на основе приобщения к этнической, казахстанской и мировой культурам. Делаются первые шаги к внедрению новой модели в вузах: реформируются стандарты образования, в вузах открыты спецотделения, где преподавание ведется на трех языках. Следует отметить, что программа полиязычного образования, внедряемая в Казахстане, является уникальной и подразумевает, в отличие от западных аналогов, параллельное и одновременное обучение на трех языках [7].

В настоящее время разработана концепция *полиязычного* образования в Павлодарском государственном университете им. С. Торайгырова на 2014–2020 годы. В ней поставлена цель – реализация полиязычного образования, направленного на подготовку конкурентоспособных специалистов, путем внедрения в учебный процесс инновационных технологий обучения на трех языках. Одной из основных задач концепции является: создать условия для развития профессиональных компетенции обучающихся посредством реализации полиязычного образования [3].

Знание иностранного языка необходимо для специалистов в технической области, т.к. почти каждый третий прибор, эксплуатируемый в Казахстане, изготовлен за рубежом или на совместном предприятии и большая часть нормативных документов по техническому обслуживанию, ремонту и эксплуатации написана на иностранном языке.

В настоящее время в Казахстане идет становление новой системы образования, ориентированной на вхождение в мировое образовательное пространство. Современные научные исследования посвящены вопросу формирования различных компетентностей (компетенций) у обучающихся в вузе по различным направлениям подготовки [4, 5, 6].

В переводе с латинского *competentia* (competentia) означает круг вопросов, в которых человек хорошо осведомлен, обладает познаниями и опытом. Компетентный в определенной области человек обладает соответствующими знаниями и способностями, позволяющими ему обоснованно судить об этой области и эффективно действовать в ней. Следует

различать синонимически используемые часто понятия «компетенция» и «компетентность» [2].

Соотношение двух категорий дается в работах А. В. Хуторского. По его мнению, «компетентность – владение, обладание человеком соответствующей компетенцией, включающей его личностное отношение к ней и предмету деятельности. Компетенция – включает совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов, и необходимых для качественной продуктивной деятельности по отношению к ним» [9].

Давая определение ИКТ–компетентности, М. П. Лапчик выделяет три составные части профессиональной компетентности: ключевую, базовую и специальную компетентности. Все три вида компетентностей взаимосвязаны [6].

Понятие компетентность, т.е. готовность выпускника к профессиональной деятельности, становится центральным в теории и практике высшей школы. Отметим, что новая концепция образовательных стандартов строится на компетентностной основе. В то же время существующие стандарты весьма ограниченно определяют задачи выпускника «на выходе» и еще меньше его компетенции, а также способы их замера.

Современное понимание понятия «компетентность» подразумевает и результаты обучения, и систему ценностных ориентаций и понимается как как интегративная личностная характеристика, отражающая готовность и способность личности осуществлять деятельность (в т.ч. профессиональную) в соответствии с принятыми в обществе в настоящее время нормами и стандартами.

В соответствии с логикой исследования, рассматривая содержание понятия «профессиональная компетентность» как видового, естественно понимать совокупность профессиональных знаний и умений, а так же способов профессионально деятельности. Представители РГПУ имени А. И. Герцена (В. А. Козырев, Н. Ф. Радионова, А. П. Тряпицына) представляют профессиональную компетентность как интегральную характеристику личности, определяющую способность (умение) специалиста решать профессиональные проблемы и типичные профессиональные задачи, возникающие в реальных ситуациях профессиональной деятельности, с использованием знаний, профессионального и жизненного опыта, ценностей и наклонностей.

Авторы данных представлений о профессиональной компетентности выделяют в ее составе ключевые, базовые и специальные компетентности. В структуре профессиональной деятельности ключевые компетентности представляют собой компетентности, необходимы любому человеку

для успешной личной и профессиональной деятельности; базовые компетентности отражают специфику определенной профессиональной деятельности; специальные компетентности предназначены для выполнения конкретной профессиональной задачи [6].

Исследования в области методики обучения бакалавров проходят одновременно с процессом модернизации высшего образования, что, несомненно, вызывает трудности в подготовке высококвалифицированных и конкурентоспособных бакалавров техники и технологии.

Вместе с тем, несмотря на неоспоримую значимость выполненных исследований, проблема формирования компетентности будущих бакалавров техники и технологии в условиях полиязычия к настоящему времени раскрыта недостаточно и требует полноценного анализа для нахождения конкретных путей ее решения. Анализ проведенных научно-педагогических исследований и сложившейся ситуации в практике формирования компетентности будущих бакалавров техники и технологии позволяет констатировать ряд существующих противоречий:

– на научно-педагогическом уровне: между необходимостью формирования компетентности бакалавров техники и технологии в процессе обучения в вузе и недостаточной разработанностью психолого-педагогических и теоретических основ, учитывающих особенности учебного процесса;

– на научно-методическом уровне: между необходимостью формирования компетентности бакалавров техники и технологии в условиях полиязычия и отсутствием соответствующей методики и учебно-методического обеспечения.

Указанные выше противоречия свидетельствуют об актуальности данного исследования, а также определяют его проблему, состоящую в необходимости разработки методики формирования компетентности будущих бакалавров техники и технологии в условиях полиязычия. В рамках решения проблемы была определена тема нашего исследования «Методика формирования компетентности будущих бакалавров техники и технологии в условиях полиязычия». Целью является теоретическое обоснование и разработка методики, направленная на формирования компетентности будущих бакалавров техники и технологии в условиях полиязычия.

Эффективность и результативность этой деятельности напрямую зависит от степени сформированности компетентности будущих бакалавров в условиях полиязычия.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Большая советская энциклопедия: Языкознание, 1998.

2 **Калитина, В. В.** Формирование программно-алгоритмической компетентности бакалавров информационных направлений при обучении программированию: дис... канд. пед. наук: 13.00.02/ В. В. Калитина, 2015 – 24 с.

3 Концепция полиязычного образования в Павлодарском государственном университете им. С. Торайгырова на 2014–2020 годы. [Электронный ресурс]. – http://psu.kz/images/october2014/koncept_poliyazich.pdf.

4 **Лапчик, М. П.** О формировании ИКТ-компетентности бакалавров педагогического направления / Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 1

5 **Лапчик, М. П.** ИКТ-компетентность магистров образования / Информатика и образование. – 2012. – № 5. – С. 24-30.

6 **Лапчик, М. П.** Подготовка педагогических кадров в условиях информатизации образования: учебное пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013.

7 О Государственной программе развития и функционирования языков в Республике Казахстан на 2011–2020 годы. Указ Президента Республики Казахстан от 29.06.2011 № 110.

8 Послание президента Республики Казахстан народу Казахстана. Новый Казахстан в новом мире. – Астана, 2007.

9 **Хуторской, А. В.** Определение общепредметного содержания и ключевых компетенций как характеристика нового подхода к конструированию образовательных стандартов // Интернет-журнал «Эйдос» – 2002. [Электронный ресурс]. – <http://www.eidos.ru/journal/2002/0423.htm>

Материал поступил в редакцию 08.09.17.

Р. С. Куаньшиева¹, О. Г. Потапенко¹, А. А. Асаинова¹,

М. И. Рагулина², М. П. Лапчик²

Көптілді білім беру жағдайында болашақ техника мен технология бакалаврларының АКТ-құзыреттілігін қалыптастыру мәселесі

¹С. Торайгыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ., Қазақстан;

²Омбы мемлекеттік педагогикалық университеті, Омск қ., Ресей.

Материал баспаға 08.09.17 түсті.

The problem of forming ICT-competence of future bachelors of engineering and technologies in conditions of polylingual education¹S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar, Kazakhstan;²Omsk State Pedagogical University, Omsk, Russia.

Material received on 08.09.17.

Мақалада көптілділік білім беру жағдайында техника және технология бакалаврларының құзыреттілігін қалыптастыру мәселелерін зерттеу өзектілігі талқыланады.

The research substantiates the problem of forming the competence of bachelors in engineering and technologies in the conditions of polylingual education.

ПРАВИЛА ДЛІА АВТОРОВ**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ ПГУ ИМЕНИ С. ТОРАЙГЫРОВА****«ВЕСТНИК ПГУ. Серия физико-математическая»**

Редакционная коллегия просит авторов при подготовке статей для опубликования в журнале руководствоваться следующими правилами.

Научные статьи, представляемые в редакцию журнала, должны быть оформлены согласно базовым издательским стандартам по оформлению статей в соответствии с ГОСТ 7.5-98 «Журналы, сборники, информационные издания. Издательское оформление публикуемых материалов», пристатейных библиографических списков в соответствии с ГОСТ 7.1-2003 «Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления».

Статьи должны быть поданы для опубликования в строгом соответствии со следующими правилами:

1. ПО СТРУКТУРЕ САМОЙ СТАТЬИ:

В журнал принимаются статьи набранные на компьютере, напечатанные на одной стороне листа с межстрочным интервалом 1,5, с полями 30 мм со всех сторон листа, электронный носитель со всеми материалами в текстовом редакторе «Microsoft Office Word (97, 2000, 2007, 2010) для WINDOWS».

Статья должна содержать:

– **УДК** по таблицам универсальной десятичной классификации (шрифт 14 кегль, не жирными заглавными буквами)

Сведения об авторах статьи должны содержать И. О. Фамилия

– на следующей строке ученую степень, ученое звание, место работы (учебы), город (страна для зарубежных авторов)

– на следующей строке e-mail:

– (ФИО прописными буквами жирным шрифтом, абзац 1см по левому краю, шрифт 14 кегль; остальное не жирным шрифтом)

Заголовок статьи должен отражать содержание статьи, тематику и результаты проведенного научного исследования. В заголовок статьи необходимо вложить информативность, привлекательность и уникальность научного творчества автора (не более 12 слов, заглавными буквами, жирным шрифтом, абзац 1 см по центру, шрифт 14 кегль, на трех языках: русский, казахский, английский)

Аннотация – краткая характеристика назначения, содержания, вида, формы и других особенностей статьи. Должна отражать основные и ценные, по мнению автора, этапы, объекты, их признаки и выводы проведенного исследования. (рекомендуемый объем аннотации – 30-60 слов, прописными буквами, нежирным шрифтом 12 кегль, абзацный отступ слева и справа 1 см, на трех языках: русский, казахский, английский)

Ключевые слова – набор слов, отражающих содержание текста в терминах объекта, научной отрасли и методов исследования. (Рекомендуемое количество ключевых слов – 5-7, количество слов внутри ключевой фразы – не более 3, оформляется как аннотация, на одном языке – языке статьи).

Основной текст статьи излагается в определенной последовательности его частей, включает в себя:

– слово ВВЕДЕНИЕ / КІРІСПЕ / INTRODUCTION (нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре)

Необходимо отразить результаты предшествующих работ уче-ных, что им удалось, что требует дальнейшего изучения, какие есть альтернативы (если нет предшествующих работ – указать приоритеты или смежные исследования). Освещение библиографии позволит отгородиться от признаков заимствования и присвоения чужих трудов. Любое научное изыскание опирается на предыдущие (смежные) открытия ученых, поэтому обязательно ссылаться на источники, из которых берется информация. Также можно описать методы исследования, процедуры, оборудование, параметры измерения, и т.д. (нежирными прописными буквами, шрифт 14 кегль, не более 1 страницы)

– слова ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ / НЕГІЗГІ БӨЛІМ / MAIN PART (нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре)

Это отражение процесса исследования или последовательность рассуждений, в результате которых получены теоретические выводы. В научно-практической статье описываются стадии и этапы экспериментов или опытов, промежуточные результаты и обоснование общего вывода в виде математического, физического или статистического объяснения.

При необходимости можно изложить данные об опытах с отрицательным результатом. Затраченные усилия исключают проведение аналогичных испытаний в дальнейшем и сокращают путь для следующих ученых. Следует описать все виды и количество отрицательных результатов, условия их получения и методы его устранения при необходимости.

Проводимые исследования предоставляются в наглядной форме, не только экспериментальные, но и теоретические. Это могут быть таблицы,

схемы, графические модели, графики, диаграммы и т.п. Формулы, уравнения, рисунки, фотографии и таблицы должны иметь подписи или заголовки. (нежирными прописными буквами, шрифт 14 кегль, не более 3-8 страниц, формулы следует набирать в Microsoft Equation Editor; иллюстрации, перечень рисунков представляются в формате TIF или JPG с разрешением не менее 300 dpi.)

– слово ВЫВОДЫ / ҚОРЫТЫНДЫ / CONCLUSION (нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре)

Собираются тезисы основных достижений проведенного исследования. Они могут быть представлены как в письменной форме, так и в виде таблиц, графиков, чисел и статистических показателей, характеризующих основные выявленные закономерности. Выводы должны быть представлены без интерпретации авторами, что дает другим ученым возможность оценить качество самих данных и позволит дать свою интерпретацию результатов (нежирными прописными буквами, шрифт 14 кегль, не более 1 страницы).

– слова СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ / ПАЙДАЛАНҒАН ДЕРЕКТЕР ТІЗІМІ / REFERENCES (Нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре, не более 5-20 ссылок: книг, статей, интернет-сайтов используемых в статье. Очередность источников определяется следующим образом: сначала последовательные ссылки, т.е. источники на которые вы ссылаетесь по очередности в самой статье, затем дополнительные источники, на которых нет ссылок – т.е. источники, которые не имели место в статье, но рекомендованы вами для кругозора читателям, как смежные работы, проводимые параллельно.)

2. ПО СЕКЦИЯМ:

СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИКА» – принимаются статьи теоретического и прикладного характера узкой направленности. К ним, например, относятся статьи следующего характера: доказательства полученных новых утверждений или новые способы доказательств известных утверждений, обобщение результатов, их сравнение и анализ; получение новых решений известных задач математики или формулировка (постановка) новых задач и способов их решения; приложение известных теоретических и практических математических исследований в смежных отраслях как физика, информатика, биология, химия и т.д.

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА» – принимаются статьи теоретического и при-кладного характера. К ним, например, относятся статьи следующего характера: построение математической и компьютерной модели физических процессов, новых методов решения; обобщение известных результатов, их

сравнение и анализ; физическое описание или сравнение явлений природы, встречающихся в астрономии, биологии, химии, инженерии и т.д.

СЕКЦИЯ «ИНФОРМАТИКА». К ним, например, относятся статьи следующего характера: компьютерная реализация математических задач, физических, экономических, химических, биологических и т.п. процессов; составление программных продуктов для реализации социальных, экологических, демографических и других прсектов.

СЕКЦИЯ «НАУЧНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОТРАСЛЯМ» (не путать с методикой преподавания). К ним относятся статьи следующего характера: отслеживание, анализ, сравнение теоретических и прикладных исследований в области ма-тематики, физики, информатики; обзор и разработка программных средств, форм организации обучения для развития и стимулирования научной деятельности в образовательных учреждениях и т.п.

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ

Все статьи должны сопровождаться двумя рецензиями доктора или кандидата наук.

Редакция не занимается литературной и стилистической обработкой статьи. При необходимости статья возвращается автору на доработку. За содержание статьи несет ответственность Автор. Статьи, оформленные с нарушением требований, к публикации не принимаются. Датой поступления статьи считается дата получения редакцией ее окончательного варианта.

Статьи публикуются по мере поступления.

Периодичность издания журналов – четыре раза в год (ежеквартально).

Статью (бумажная, электронная версии, оригинал квитанции об оплате) следует направлять по адресу: 140008, Казахстан, г. Павлодар, ул. Ломова, 64, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, Издательство «Кереку», каб. 137.

Тел. 8 (7182) 67-36-69, (внутр. 1147), факс: 8 (7182) 67-37-05.

E-mail: kereku@psu.kz

Оплата за публикацию в научном журнале составляет 5000 (Пять тысяч) тенге.

Наши реквизиты:

РГП на ПХВ Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова РНН 451800030073 БИН 990140004654	РГП на ПХВ Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова РНН 451800030073 БИН 990140004654
АО «Цеснабанк» ИИК KZ57998FTB00 00003310 БИК TSESKZK A Кбе 16 Код 16 КНП 861	АО «Народный Банк Казахстана» ИИК KZ156010241000003308 БИК HSBKZZKX Кбе 16 Код 16 КНП 861

ОБРАЗЦЫ ОФОРМЛЕНИЯ БИБЛИОГРАФИИ

ОПИСАНИЕ КНИГ

К-во авторов	Примеры
1	1 Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариацион-ные исчисление: [учебник]. – М. : Наука, 1965. – 424 с. 2 Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: [учебник]. В 3-х томах. Т. 1. – 7-е изд. стер. – М. : Наука, 1970. – 607 с.
2 и более	1 Луговая, Г. Д. Функциональный анализ. Специальные кур-сы:[учебное пособие] / Г. Д. Луговая, А. Н. Шерстнев. – М. : ЛКИ, 2008. – 255 с. 2 Канторович, Л. В. Функциональный анализ: [учебник] / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука, 1977. – 741 с. 3 Виленкин, Н. Я. Дифференциальные уравнения: [учебное пособие] / Н. Я. Виленкин, М. А. Доброхотова, А. Н. Сафонов. – М. : Просвещение, 1984. – 176 с.

ОПИСАНИЕ СТАТЬИ ИЗ НАУЧНОГО ЖУРНАЛА

К-во авторов	Примеры
1	1 Рахимжанова, А. К. О политике безопасности компьютерных сетей в корпоративных инфраструктурах // Вестник ПГУ. Серия физико-математическая. – 2013. – №2. – С. 98–103.
2 и более	1 Зацепин, П. М. Комплексная безопасность потребителей эксплуатационных характеристик строений / П. М. Зацепин, Н. Н. Теодорович, А. И. Мохов // Промышленное и гражданское строительство. – 2009. – № 3. – С. 42.

ОПИСАНИЕ СТАТЬИ ИЗ
СБОРНИКА НАУЧНЫХ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИЙ

К-во авторов	Примеры
1	1 Тургумбаев, М. Ж. О коэффициентах двойных рядов Фурье по мультипликативным системам // Материалы III Республиканской научной конференции по теории приближения и вложения функциональных пространств. – Караганда, 1998. – С. 140–144.
2 и более	1 Данилова, Н. Е. Моделирование процессов в следящем приводе с исполнительным двигателем постоянного тока при независимом возбуждении / Н. Е. Данилова, С. Н. Ниссенбаум // Инновации в образовательном процессе: сб. тр. науч.-практич. конф. – Чебоксары: ЧПИ (ф) МГОУ, 2013. – Вып. 11. – С. 158–160.

Теруге 11.09.2017 ж. жіберілді. Басуға 15.09.2017 ж. қол қойылды.
 Форматы 70x100 1/16. Кітап-журнал қағазы.
 Көлемі шартты 5,9 б.т. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
 Компьютерде беттеген М. А. Шрейдер
 Корректор: А. Р. Омарова
 Тапсырыс № 3114

Сдано в набор 11.09.2017 г. Подписано в печать 15.09.2017 г.
 Формат 70x100 1/16. Бумага книжно-журнальная.
 Объем 5,9 ч.-изд. л. Тираж 300 экз. Цена договорная.
 Компьютерная верстка М. А. Шрейдер
 Корректор: А. Р. Омарова
 Заказ № 3114

«Кереку баспасынан басылып шығарылған
 С. Торайғыров атындағы
 Павлодар мемлекеттік университеті
 140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«КЕРЕКУ» баспасы
 С. Торайғыров атындағы
 Павлодар мемлекеттік университеті
 140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.
 67-36-69
 e-mail: kereku@psu.kz