С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университетінің ғылыми журналы

Научный журнал Павлодарского государственного университета им. С. Торайгырова

1997 жылы құрылған

Основан в 1997 г.

Ï Ì Ó
ÕÀÁÀÐ Ø ÛÑÛ

ÂÅÑÒ Í ÈÊ Ï ÃÓ

ФИЗИКО - МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

2 2010

Научный журнал Павлодарского государственного университета
им. С. Торайгырова

СВИДЕТЕЛЬСТВО
о постановке на учет средства массовой информации
№ 4533-Ж
выдано Министерством культуры, информации и общественного согласия
Республики Казахстан
31декабря 2003 года

МАЗМҰНЫ

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENT

УДК 65.017

ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРАХ ПРЕДПРИЯТИЙ

А.К. Турсунбаева
Карагандинский государственный технический университет, г.Караганда

Введение. Несмотря на то, что проблема оптимального размера предприятия освещается в той или иной мере во многих научных разработках прошлого и настоящего времени, количество комплексных специализированных исследований остается ограниченным. Кроме того, решение данной проблемы выдвигает требование междисциплинарного взаимодополнения различных отраслей экономического и естественнонаучного знания, конструктивного взаимодействия фундаментальных и прикладных наук.

Проблеме оптимизации размеров предприятия за рубежом было посвящено достаточно большое количество исследований, среди них особо выделяются работы Р.Акоффа, И.Ансоффа, Дж.Гэлбрейта, П.Друкера, Т.Коно, М.Маритани, У.Оучи, Г.Минцберга, К.Менара, Д.Морриса, Г.Саймона, Л.Тевено, Г.Форда, Д.Хэя и др.

Из рассмотренной эволюции взглядов зарубежных экономистов на проблему оптимальности размера предприятия можно выделить три основные направления развития исследованных концепций: технологическое, институциональное и стратегическое на основе теории игр.

Особенностью советской экономики было преобладание крупных предприятий при явно заниженной по сравнению с развитыми рыночными экономиками доле мелких и средних, т.к. советские ученые видели преимущества только крупного производства и считали его оптимальным из-за реализации эффекта масштаба и удобства централизованного управления.

В современных условиях с переходом на рыночные отношения оптимальный размер предприятия рассматривается в связи с реструктуризацией функционирующих предприятий. В работах И.В. Ивкина, М.Я. Краковской, А.А. Ноздрина, Ф. Репке указывается, что одной из основных задач аналитического обеспечения реструктуризации является определение рациональных границ предприятия и исследование факторов, влияющих на положение этих границ.

При разукрупнении предприятий или их интеграции необходимо учитывать следующие факторы, которые могут снизить стратегический потенциал реструктурируемого предприятия: экономическая эффективность, восприимчивость к рыночным сигналам, управляемость предприятия, его целенаправленность, научно-технический уровень производства, концентрация информации и производственного опыта.

На наш взгляд, в основе определения оптимального размера предприятия должна быть многокритериальная система, учитывающая влияние внутренних факторов производства (технологическая концепция), внешних факторов (институциональный подход) и стратегических факторов роста предприятия, т.к. оптимальность – это не абстрактное понятие: нельзя говорить об оптимальности вообще, вне условий и без точно определенных критериев оптимальности. Решение наилучшее в одних условиях и с точки зрения одного критерия может оказаться далеко не лучшим в других условиях и по другому критерию.

Метод аналогий. Можно привести множество примеров, которые говорят о том, что существуют чрезвычайно простые и универсальные законы функционирования и развития физического мира, применимые практически ко всем объектам. Выявление именно таких простейших законов, лежащих в самом основании всего мироустройства, позволит создать метод для действительного осуществления интеграции науки. Этот метод назван методом аналогий [1-4].

В таблице сведены аналогии между экономическими и термодинамическими системами и характеризующими их переменными [5].

Аналогом законов сохранения материи и энергии в микроэкономике являются законы сохранения ресурсов. Здесь мы следуем экономической аналогии второго закона термодинамики.

Воспользуемся термодинамическим подходом, развитым в работах [6,7], и таблице. В результате для вероятности диссипативных процессов мы получили выражение:

$$P = 2\sigma\ \exp\left\{-\frac{E - M/N}{U}\right\},$$

где σ – диссипация капитала, E – прибыльность предприятия, M – базисный ресурс, N – количество экономических звеньев (размер предприятия), U – полный капитал (U=M+F, см. таблицу).

Таблица

Аналогии между термодинамическими и микроэкономическими системами и характеризующими их переменными

Термодинамическая система		Микроэкономическая система	
Название	Обозначение	Название	Обозначение

Резервуар (обратимый теплообмен)	T-	Экономический резервуар	p-
Резервуар (необратимый теплообмен)	q = α(T-T-)	Монопольный рынок	n = α(c-p-)
Количество вещества	N	Запас ресурса	N
Химический потенциал	H(N)	ЭА, оценка ресурса	p(N)
Тепловая машина, температура	T(t)	Фирма-посредник, цена	c(t)
Свободная энергия, работа	A	Базисный ресурс	M
Работоспособность системы	E	Прибыльность системы	E
Энтропия системы	S	Связанный капитал	F
Производство энтропии	σ	Диссипация капитала	σ
Внутренняя энергия	U	Полный капитал	U=M+F

Обозначения, принятые в таблице: T- и T - температуры резервуара и контактирующей с ним системы, p- - оценка ресурса на рынке, c - цена курса, назначаемая фирмой, N - запас ресурса, U - внутренняя энергия системы и полный капитал, q и n - потоки теплоты и ресурса, M и F - базисный ресурс и связанный капитал.

Максимальное значение P=1, для оценки прибыльности предприятия имеем:

$$E = U\ln\sigma + \frac{M}{N},$$

а для размера предприятия:

$$N = \frac{M}{E - U\ln\sigma}.$$

Итак, размер предприятия в нашей модели определяется четырьмя параметрами: σ – диссипацией капитала, E – прибыльностью предприятия, M – базисным ресурсом, U – полным капиталом.

Чем больше базисный ресурс – тем больше размер предприятия, чем меньше потери капитала - тем больше размер предприятия, чем больше прибыль предприятия - тем меньше размер предприятия.

Заключение.

Предложенная модель позволяет не только оценить верхнюю границу размера предприятий, но и проанализировать ограничения, накладываемые на размер предприятия независимо от его природы и спецификации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивкин И.В., Краковская М.Я. Определение оптимального размера предприятия в процессе реорганизации // Проблемы теории и практики управления российскими предприятиями: Сборник научных трудов. – Новосибирск: НГАЭиУ, 2001. – С. 63 – 73.

2. Реформирование и реструктуризация предприятий. Методика и опыт. – М.: «Издательство ПРИОР», 1998. – 264 с.

3. Стратегии бизнеса: аналитический справочник. Под общей ред. Г.Б. Клейнера. М.: КОНСЭКО, 1998. – 562 с.

4. Гапоненкова Н. Б. Влияние организационных условий на размер предприятия // Вестник МГТУ: труды МГТУ. – Том 9. - № 4. – Мурманск: МГТУ, 2006. – С.45-49.

5. Цирлин А.М. Математические модели и оптимальные процессы в макросистемах. М.: Наука, 2006. – 500 с.

6. Портнов В.С. Термодинамический подход к задачам геофизического опробования железорудных месторождений. Караганда, 2003. – 178 с.

7. Яворский В.В., Юров В.М. Прикладные задачи термодинамического анализа неравновесных систем. М.: Энергоатомиздат, 2008. – 336 с.

Түйіндеме

Келтірілген улгі арқылы тек кәсіпорынның устінгі шегінің өлшемін бағалау ғана емес, сонымен қатар кәсіпорынның пайда болған табиғатына қарамай, шектерге анализ жасауға да мүмкіншілігін көрсетеді.

Resume

Presented a model that allows not only to assess the upper limit of the enterprises size, but also to analyze the limitations on the size of the enterprises, regardless of its nature.

ӘӨЖ

БАҒДАРЛАМАЛАУДЫ ИНТЕРАКТИВТІ ОҚЫТУ ҮШІН БЕЙІМДІ ЖҮЙЕСІНІҢ АҚПАРАТТЫҚ МОДЕЛІ

К.М. Байгушева, Ж.Т. Аубакирова
С. Торайғыров ат. Павлодар мемлекеттік университеті

Негізгі әлеуметтік құндылық рөлі ақпарат және білім болған ақпараттық қоғамға көшу білім беру жүйесінде күрделі өзгерістерді білдіреді. Қазіргі заманда білім беру жүйесінің талабы студенттерге білімді үлкен көлемінде беру емес, оларды сол білімдерді табу және де үлкен ақпараттық кеңістігінде бағдар алуға үйрету болып табылады. Қоғамдағы ақпарат көлемінің артуы қазіргі заманда ақпаратпен жұмыс жасаудың жоғары деңгейде болу мәселесін қояды [1]. Бұл мәселені шешу оқыту үдерісін индивидуализациялау, жекеленген білім алу траекторияларын құру, бейімді оқыту жүйелермен инновациялық оқыту курстарын қолдануын болжайды. Мәселені шешетін жүйелердің моделін жасау және жүзеге асыру қазіргі кездің ақпараттану мәселерінің бірі болып тұр.

Ақпараттық модельді ақпарат ретінде берілген объект, объекттің мәнді параметрлері мен айнымалы өлшемдерін, олардың арасындағы байланысын, объекттің кіріс және шығыс өлшемдерін сипаттайтын, модульге кіретін өлшемдері туралы ақпаратты жіберу арқылы объекттің мүмкін жағдайларын модульдеуге мүмкіндік беретін ақпарат ретінде берілген объект моделін түсінеміз [2]. Сонымен бірге жүйелерде компонеттерді шығарып салғанда берік қасиеттерін жоғалтуы мүмкін, ал компонентті қосқан кезде жаңа сапалық қаситеттерін қосатын жүйелерді күрделі жүйелер деп атайды.

Сонымен, интерактивті оқытудың бейімді жүйесінің моделін көрсету үшін, біз оны күрделі жүйе ретінде қарастырып, параметрлерін, айнымалы өлшемдерін, кірістегі және шығыстағы мүмкін болатын күйін анықтап ақпараттық моделін жобалаймыз.

Әдетте ақпараттық модельдер, формальды математикалық модельдер мен эксперттік жүйелерге қарағанда, шығаратын нәтижелерді «түсіндіру» деңгейі бойынша жеңіліс табады, бірақ модельдеу жүйелер үшін күрделенуіне шектердің жоғы, олардың практикалық маңыздылығының белгісі.

Модельдейтін жүйеге күрделілікті оның бейімделу қаситеттері мен интерактивтілік сапасын қосады.

Бейімделудің мәселелері ішінен үш аймақты мәселелерді оқшаулауға болады:

бағдарламалардың өзіндік қасиеттерге бейімделуі;

модельді құрастыру;

жағдайды бағалау.

Бірінші топтағы – бейімделу мәселелерін шешуге білім алушының моделін құрастыру қажет, яғни 2 мәселені шешу, ал ол өз тарапынан білім алушы туралы объективті мәліметтерді талап етеді – ондай мәліметтерді алу әдістері 3 топтағы мәселені құрайды.

Осылайша күрделі жүйені блоктарға бөліп, модельдеу үдерісін жеңілдетеміз. Интерактивті оқытудың бейімді жүйесінің білім алушының моделінде, оқыту курсында және оқыту үдерісінде бейімделудің өзінде негізделетінін біліп, біз модельді негізгі блоктарға бөлеміз (Сурет 1):

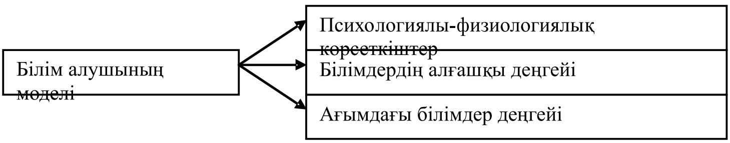
білім алушының моделі;

курстың моделі;

бейімді оқытудың моделі (оқыту алгоритмі мен оның барлық кірістегі және шығыстағы параметрлері).

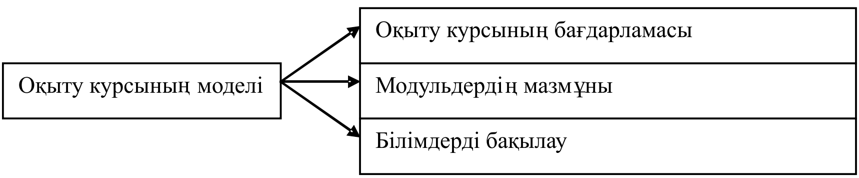
Сурет 1 – Интерактивті оқытудың бейімді жүйедегі негізгі блоктары

Оқыту жүйесін жүзеге асыруда білім алушының психологиялы-физиологиялық қаситтеріне және оның алғашқы білімдері мен олардың өзгерісі жөніндегі бейімделуін жүзеге асыру үшін, білім алушының психолигиялық-физиолгиялық ерекшеліктеріне, алғашқы білім деңгейі мен ағымдағы білім деңгейлеріне есеп жүргізу қажет (Сурет 2).



Сурет 2 – Білім алушының моделіндегі құрылымы

Оқыту курсы бойынша модельдің мазмұны сурет 3 көрсетілген.



Сурет 3 – Оқыту курсының құрылымы

Оқыту курсының бағдарламасы деп оқыту курсының блокты модульді мазмұнын, оның оқыту курсы бойынша тақырыптары бар бөлімдері мен материалдарды ұғамыз.

Оқыту курсының модульдері бойынша білім деңгейін және оқыту үдерісінің бағытталуын анықтау мақсатында білімдердің бақылауы өткізіледі.

Оқыту жүйелерінде білім алушының бейімделуі екі түрлі болады:

- Бастапқы бейімделу;
- Ағымдағы бейімделу.

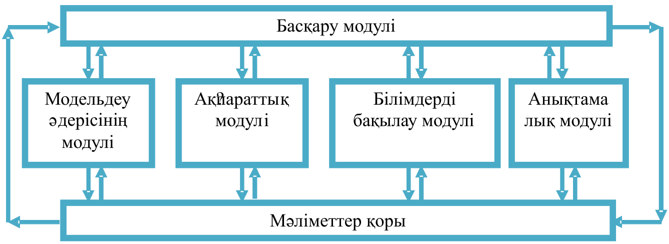
Бағдарламалауды үйретуде білім алушының моделін құрастырудың негізгі талаптары:

- бейімделудің бастапқы деңгейінде:
- информатика бойынша алғашқы білімдер;
- математика аймағындағы білімдер (математикалық логика, дискретті математика);
- бағдарламалау бойынша жалпы білімдер.

ағымдағы бақылауда:

- оқу рейтингі;
- өту уақыты;
- еске сақтау немесе ұмыту дәрежесі;
- игеру коэфиценті;
- білімдерді бақылау.

Интерактивті оқытудың бейімді жүйенің моделі күрделі жүйенің моделі болғандықтан жүйені келесі модульдерге бөлген жөн (Сурет 4). 1-ші кестеде әрбір модульдің сипатталуы берілген.



Сурет 4 – Интерактивті оқытудың бейімді жүйесінің модульдері

Кесте 1 – Интерактивті оқытудың бейімді жүйенің модульдерінің сипаттамасы

Модульдің аты	Сипаттамасы
Ақпараттық модулі	Ақпараттық блок оқыту курсы бойынша оқыту мәліметтерінен тұрады. Білім алушының моделі бойынша оқыту материалдың оқу траекториясы жоспарланады, олар курстың оқыту алгоритімін жасаған кезінде қолданылады

Анықтамалық модулі	Бұл блоктың ақпараты білім алушының сұранысы бойынша шығарылады. Анықтамалық блокты қолданған кезде келесілер үшін ақпараттардың түрлі массивтерін ұйымдастыру қажет: - анықтамалар, - кестелер, - түсіндірмелі мәтіндер мен суреттер, - сөздіктер (терминдер, шетел өздерінің және т.б.), - шартты белгілер, - библиографиялық тізімдер және т.б.
Модельдеу модулі	Курс бойынша оқыту алгоритмін анықтауда білім алушылар мен оқыту үдерісінің модельдеу модулі.
Білімдерді бақылау модулі	Білімдерді бақылау модулі немесе тапсырмаларды таңдау блогы. Білімдерді жан-жақты және бейімді түрде бақылауға, әр түрлі тапсырмалардан тұратын бақылауды автоматтандыруға, генерациялауға мүмкіндік береді
Басқару модулі	Оқыту алгоритмі

Орталық мәліметтер қорына оқу курсының материалдары және білім алушының персоналды мәліметтері бойынша, модульдің әр-біреуінің басым рұқсаты бар.

Бейімді жүйеде оқыту үдерісін жалпы түрде сұлба жайында көрсетуге болады (Сурет 5).

<table>
<tr><td>I</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td colspan="3">6</td></tr>
<tr><td rowspan="4">II</td><td rowspan="4">Курстың моделі</td><td>Курстың бағдарламасы (блокты-модульдік)</td><td rowspan="4">Білім алушының моделі</td><td>психологиялы-физиологиялық көрсеткіштер</td><td></td><td rowspan="4">Курстың моделі</td><td rowspan="4">Оқыту үдерісі</td><td rowspan="4">Оқыту курстың моделі 1…m</td><td>дәріс 1….n</td></tr>
<tr><td>Модулдердің мазмұны</td><td rowspan="3">Бастапқы білімдер деңгейі</td><td>төмен</td><td>Зертханалық жұмыстар</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Білімдерді бақылау</td><td>орта</td><td>Машықтану тапсырмалары</td></tr>
<tr><td>жоғары</td><td>Ағымдағы білімдерді бақылау 1…n, нәтижелі бақылау 1…m</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Модельдеу модулі</td><td colspan="2">Тестілеу модулі</td><td colspan="2">Модульдеу үдерісінің модулі</td><td colspan="3">Оқыту үдерісі</td></tr>
<tr><td colspan="10">I – интерактивті оқыту жүйеде бейімделу үдерісінде қадамдар реті,
II – интерактивті оқытудың бейімді жүйенің ақпараттық моделінің мазмұны,
III – интерактивті оқытудың бейімді жүйенің ақпараттық моделінің құрылымының әрекет ететін модульдері.</td></tr>
</table>

Сурет 5 – Интерактивті оқытудың бейімді жүйеде оқыту үдерісінің қадамдар сұлбасы

Бұл сұлба білім алушының үстінде басқару блогын және мағыналық компоненттері мен модульдерінің бағдарламалауды үйретуді интерактивті жүйесінде жұмыс жасаудың қадамдық қарым-қатынасты көрсетеді.

Оқытудың бейімді жүйесінің ақпараттық моделінің мазмұнында 6-шы қадам оқыту үдерісі, оның құрамдас бөліктері дәрістерден, зертханалық жұмыстардан, машықтану жұмыстардан, білімдерді бақылаудан тұрады. Бағдарламалауды интерактивті оқытудың бейімді жүйесін әзірлеу үшін осы құрамдас бөліктерде білімдерді беру түрлері анықталды (Кесте 2).

Білім алушының моделін анықтау үшін бағдарламалаушылардың талап етілетін қасиеттері мен өзіндік ерекшеліктерін анықтау кажет, бас кезінде бұл параметрлер оқыту курсын анықтау үшін кажет, кейін олар білім алушылардың даму критериялары ретінде қолданылады.

Оқытудың кез-келген объектісінің сапалары тұлғалы психологиялы-физиологиялық қасиеттері мен нақты білімдер ауданында маман ретінде талап етілетін қасиеттері 2-ге ажыратылады.

Кесте 2 – Оқыту үдерісінің құрамдас бөліктері

Сабақ түрі	Материалдардың мазмұны	Құрастырушылар
Дәріс	мәтін	толық
		тірек конспекті
	графикалық объектілер	суреттер
		сұлбалар, диаграммалар
		кестелер
	анықтама	флеш-роликтер
		терминологиялық сөздіктер
		қосымша сілтемелер
Зертханалық жұмыс	мәтін	қадам бойынша нұсқаулар
	графикалық объектілер	суреттер
		диаграммалар
		кестелер
	анықтама	флеш-роликтер
		терминологиялық сөздіктер
Машықтану тапсырмасы	мәтін	сұрақтар
		есептер
Білімдерді бақылау	ағымдағы	тестілік тапсырмалар
	қорытынды	

Бағдарламалаушыда психологиялы-физиологиялық қасиеттеріне табандылық, пассивтілік, интраверсия, экстраверсия және т.б. жатады. Мамандық бойынша қасиеттеріне – логикалық ойлау, есептерді шығаруда шығармашылық әдістерді қолдану, ойлаудың аналитикалық стилі, оқуға икемді болу және т.б. жатады.

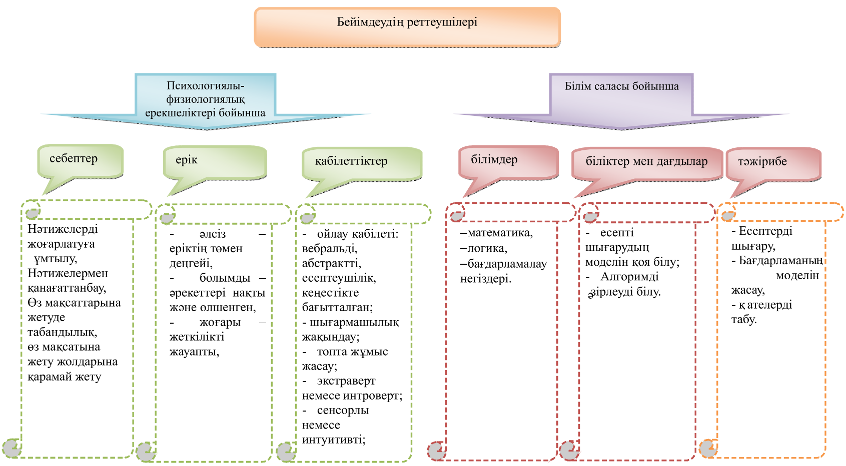
Бірінші тарауда айтылғандай, бейімдеудің негізгі реттеушілері болып дағдылар, іскерлік, тәжірибе, білім, еркіндік қабілеттері жатады. Білім алушының моделі тестілеу арқылы анықталғандықтан, тестілеу материалдарының мазмұны бейімдеудің негізгі регуляторларын көрсету мазмұнымен құрастырылған болады (Сурет 6).

Білімдерді бақылау модулі – мәліметтер қорынан (оған білімдерді бақылау үшін қолданылатын материалдар кестесі, тұлғаның жетістіктерін есептеу кестесі, білім алушының модель кестесі), білімдерді бақылаудан өту алгоритмінен тұрады. Білімдерді бақылау модулі 2 деңгейде жұмыс жасайды: ағымдағы бақылау және білімдерді қорытынды бақылау. Білімдерді бақылау модуліндегі күйін ажырату келесілерге бөлінеді: ағымдағы бақылау кезінде тестілеу материалдарының тренажер формасында беріледі. Бұл білім алушының білімдерін бекіту мен тексеру үшін қолданылады. Өзін-өзі бақылау, бұл жағдайда фасеттер көмегімен тапсырмалар конструкцияларын және жауаптар нұскаларын тандаған кезде дистракттарда қолдану жолмен шығарылады [3].

Бұл алынған білімдердің деңгейін растау және бақылау үшін қолданылады. Қорытынды білімдерді бақылаудың мұндай түрі келесі мүмкіндіктерді береді:

– білім берушімен алған білімдерді объективті бағалау;
– курсты әрі-қарай өту бойынша насихат беру;
– білім алушының деңгейін анықтау.

Білімдерді бақылау үдерісі курстың теориялық материалын өткеннен кейін қосылады, тест қорынан тестілік материал таңдалып білім алушыға көрсетіледі, ол тестілік тапсырмаларға жүйе берген нұсқалардан жауап іздейді.



Сурет 6 – Бағдарламалауды интерактивті оқытатын бейімді жүйеде білім алушының қажетті білімдері мен өзгешеліктері

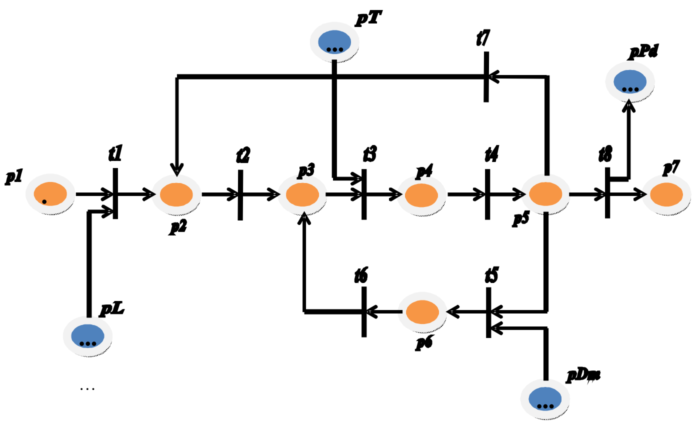
Білімдерді бақылау барысында дұрыс жауаптар мөлшері 75% және де одан да көп болса, онда білім алушыға курстан келесі модульді оқуға ұсыныс беріледі, егер де дұрыс жауаптар мөлшері 50%-74% болса, онда білім алушыға қосымша материал (анықтамалы-түсіндірушілік) ұсынылады, одан да төмен нәтиже білім алушының оқыту курсы бойынша кеңірек және ашық материалды қолдану мен білім алудың басына қайтарады.

Білімді бақылау модулі Петри торында бір ресурсты моделді Доррек [4] істеген жағдайлар арқылы байқауға болады.

- сан алуан позициялар,
- сан алуан өтулер.

Білімді бақылау моделінің логикасы мынандай- егер p1 позицияда бір фишкасы болса, онда t1 өтулері әрекет жасауы мүмкін (Сурет 7).

Áåé³ì äåëó ä³? áàñòàï ?û äå?ãåé³	À?ûì äà?û áåé³ì äåëó	Æ?éåí ³? èí òåðàêòèâò³ á?ë³ì ³			À?ûì äà?û áåé³ì äåëó
Áàñû	*Î ?ó*	*Òåñò ³ ò à?äàó*	*Òåñò ³ëåó*	*Áà?àëàó*	*Êåëåñ³ ì î äóëüãå ê?ø ó*



Сурет 7 – Петри торларында ұсынған білімдерді бақылау моделінің логикасы

- объект бойынша бейімдеу – бұл білім алушының моделін жасау және оған сәйкес келетін оқыту курсы бойынша материалды беру;

- оқыту мақсаттары бойынша бейімдеу – бұл оқыту үдерісінде білім алушының мақсаттары мен талаптары бойынша бейімдеу.

Кесте 3 – Жүйеде болып жатқан шарттар мен жағдайлардың мәндері

Түрі	Белгі	Мағынасы
шарттар	p_1	Модульді оқуға бастау
	p_2	Оқыту материалы іріктелген
	p_3	Тесті таңдау мүмкіндігі
	p_4	Жауаптарды беру
	p_5	Жауапты бағалау
	p_6	Қосымша материал оқу
	p_7	Оқыту курсының келесі модуліне көшу мүмкіндіг і
	pL	Дәрістер қоры
	pT	Тестер қоры
	pDm	Қосымша материалдар базасы
	pPd	Дербес мәліметтер сақтау
Өтулер	t_1	Білім алуды бастау
	t_2	Білім алудың аяқтау
	t_3	Тестілеуді бастау
	t_4	Тестілеуді аяқтау
	t_5	Қосымша материалдар бойынша білім алуды баста у
	t_6	Қосымша материалдар бойынша білім алуды аяқтау
	t_7	Қайта білім алу
	t_8	Оқуды бақылау үдерісін аяқтау

Оқытудың мақсаттары бойынша бейімделу оқыту үдерісін бастамас бұрын тестілеу түрінде, немесе тандау түрінде анықтауға болады.

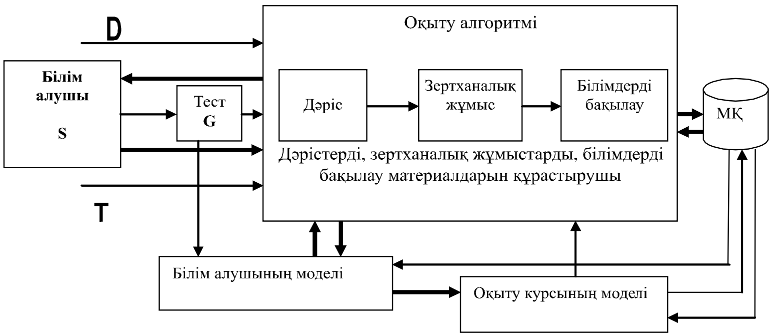
Бағдарламалауды интерактивті оқыту үшін бейімді жүйесінің жалпы моделі 8 суретте әзірленген. Мұндағы S – ол білім алушы.

S білім алушы жүйемен жұмыс жасай бастағанда оның D, T динамикалық параметрлері анықталуы қажет. Мұндағы:

D – сыртқы фактор (жүйенің жұмыс жасауға дайын болуы);

G – білім алушының күй-жағдайы, ол жүйеге кіргеннен кейін тестілеу арқылы анықталады;

T – уақыт, ол білім алушының G анықталып, уақытын бөлу, және де егер білім алушының жұмыс жасау тарихы бар болса, соңғы аяқтаған жұмыстың уақыт мерзіміне сәйкес уақыт бөлу.



Сурет 8 Бағдарламалауды интерактивті оқыту үшін бейімді жүйесінің моделі

Бұл молдельде білім алушының әрекеттері мен жүйенің жұмысы келесідей өтеді: білім алушы жүйеге тіркелгеннен кейін психолого-физиологиялық ерекшеліктеріне және білім саласына тест тапсырады, оның нәтижелері білім алушының моделіне және оқыту курсының моделіне жіберіледі. Білім алушының моделі және оқыту курсы жоспарлағаннан кейін оқыту үдерісі басталады, оқыту курсының моделі негізінде оқыту алгоритміне МҚ-дан ақпараттар алынады.

Сонымен бірге білім алушы оқыту алгоритмі мен дәрістерді, зертханалық жұмыстарды, білімдерді бақылау материалдарын құрастырушы аппаратымен жұмыс жасауға кірiскеннен бұрын, білім алушының моделін құрастыруға бағытталаған тест тапсыруы қажет, мұндағы G параметрі тек тіркелген және де оқутуды бастаған білім алушылар үшін анықталады, тестен кейін шығатын ақпарат ағымы білім алушының моделіне енгізіледі де, басқару оқыту алгоритмі мен дәрістерді, зертханалық жұмыстарды, білімдерді бақылау материалдарын құрастырушы аппаратына беріледі.

Интерактивті оқытудың бейімді жүйесінің ақпараттық моделі кемінде жоғарыда айтылған құрамдас модульдерден тұру және берілген параметрлері арқылы бейімделуі мен оның регуляторларының енуі қажет. Бұл модельге қосымша модульдерді қосуға да болады. Ал модульдері мен кіріс параметрлерінің санын қысқарту бейімделудің нәтижелілігін төмендеуіне әкеледі.

Әдебиеттер

1. Бидайбеков Е.Ы. Информатизация образования как деятельность (задачи и проблемы). Электронный альманах «Вопросы информатизации образования» // http://www.npstoik.ru/blog/entry.php?u=vio&e_id=528.

2. Межгосударственный стандарт ГОСТ 34.003-90 “Информационная технология. Комплекс стандартов на автоматизированные системы.

Автоматизированные системы. Термины и определения" (утв. постановлением Госстандарта СССР от 27 декабря 1990 г. N 3399).

3. Аванесов В.С. «Форма тестовых заданий». Учебное пособие для учителей школ, лицеев, преподавателей вузов и колледжей. 2изд., переработанное и расширенное. М.: «Центр тестирования», 2005.-156с.

4. Доррер, А.Г. Моделирование и разработка интерактивных обучающих систем с адаптацией: диссертация ... кандидата технических наук: 05.13.01, 61 06-5/972.

Резюме

В статье рассматривается информационная модель адаптивной системы для интерактивного обучения программирования, ее структура.

Resume

The article describes the information model of an adaptive system for interactive learning software.

UDK 004.7

WIRELESS TECHNOLOGY AND SECURITY

М. Балык

Университет им. Сулеймана Демиреля, г. Алматы

Overview

This chapter provides an overview of current wireless technologies and security schemes that are part of the IEEE 802.11 standard.

Because this research focuses on the potential effects of enhanced wireless security on network performance readers should be familiar with various topics including the physical layer of IEEE 802.11, how authentication and encryption work on a secured wireless network, and how to observe these processes on the network.

This chapter begins with an in-depth look at the IEEE 802.11 protocol in order to note differences between an unsecured wireless network versus one that is protected by various layers of encryption and authentication. The chapter then provides a brief overview of the IEEE 802.1 1b and 802.1 1g standards. Finally, the chapter finishes with a complete overview of various encryption and authentication methods that are present on secured wireless networks and how they play into the IEEE 802.1 1i standard.

The vast majority of the IEEE 802.11 background was drawn from [1] and the majority of all security background information was drawn from, and [2].

Together these texts provided virtually every piece of information presented in this chapter.

IEEE 802.11 Standard

IEEE 802.11 was the first widely-used wireless local area networking standard and was selected for use in 1997. The standard consists of a medium access control (MAC) sublayer, MAC management protocols and services, and three physical layers (PHYs). The three PHYs were an infrared PHY, a frequency hopping spread spectrum (FHSS) radio PHY, and a direct sequence spread spectrum (DSSS) radio PHY. These original PHYs provided data transfer rates of 1 Mbps and 2 Mbps [1].

The 1999 revision included two more PHYs, IEEE 802.1 1a and 802.1 1b, which would become standards in the industry with data transfer rates of 54 Mbps and 11 Mbps, respectively. The difference between the two new PHYs was that IEEE 802.1 1a operated with an orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) signal at Unlicensed National Information Infrastructure (U-NII) bands verses the DSSS signal used at 2.4 GHz for IEEE 802.1 1b. In 2002 the widely used IEEE 802.1 1g standard was developed as an extension of IEEE 802.1 1b, providing backwards compatibility [1].

MAC Layer

The MAC sublayer provides reliable data transmission for the IEEE 802.11 standard similar to a wired network. To this extent, the MAC sublayer provides three functions: a reliable method to transmit data for users, shared access to the medium among users, and the protection of transmitted data accomplished through encryption.

Because the transmission of IEEE 802.11 signals occurs wirelessly these functions must be conducted differently in the MAC sublayer because signals that are transmitted cannot simply be assumed to have been received on a wireless system.

Reliable Data Delivery

The first function, reliable delivery, is completed with a series of two frames, as shown in Figure 2.1. One is sent by the wireless client to the access point and the second is an acknowledgement frame sent from the access point to the client indicating that the frame was received. If there was no acknowledgement frame received at the client then that station can assume the access point did not receive the first frame and the client can retransmit it after a certain wait time.

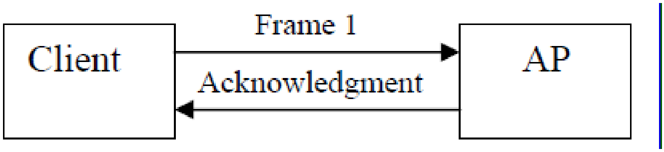


Figure 2-1. 802.11 Delivery

There is a conflict with this process that is often referred to as the “hidden node problem” [2]. The problem occurs when one client is not in a position where it can communicate direct with another client but both clients are in a position to communicate with a common station. One station may not know that another station is transmitting and, therefore, causes a collision by transmitting a frame of its own.

To address this problem the protocol provides an optional solution with two additional frames called the request-to-send (RTS) and the clear-to-send (CTS) frames. Before a client transmits it first sends a RTS indicating its intention to send a frame; however, it will not transmit information until it receives a CTS from the destination. Because the use of these two additional frames can reduce the data throughput rate of the network it is not enabled in all situations [2].

Shared Access

The second task of ensuring shared access to all clients is accomplished through two access mechanisms: the basic access mechanism which utilizes the distributed coordination function (DCF) and the centrally controlled access mechanism which utilizes the point coordination function (PCF).

The basic access mechanism of IEEE 802.11 utilizes carrier sense multiple access with collision avoidance (CSMA/CA) and binary exponential backoff. This access mechanism uses a “listen before you talk” approach and ensures that if the destination is already handling traffic another client will not attempt to transmit as well, avoiding a collision. If a client detects another transmission in progress it will wait a set amount of time, called the contention window (CW), before it attempts its own transmission. This value increases each time that a client detects a transmission in progress to increase the chance that the medium is available for the next transmission. This value is standard for each PHY [1].

The DCF, which is the functional unit of the basic access mechanism, operates by checking both the physical and virtual carrier sensing mechanisms. In the event both of these mechanisms indicate that there is no transmission for a set period, based on timing intervals, then the MAC may begin a transmission. These timing intervals provide a station with a set time to wait before beginning transmission in order to help prevent collisions [1].

The PHY determines two intervals: the short interframe space (SIFS) and the slot time. From these, three additional intervals are derived: the priority interframe space (PIFS), the distributed interframe space (DIFS), and the extended interframe space (EIFS). Each of these timing intervals changes depending on the number of times that a transmission is detected while a station is attempting to transmit [1]. Timing intervals are illustrated in Figure 2-2.

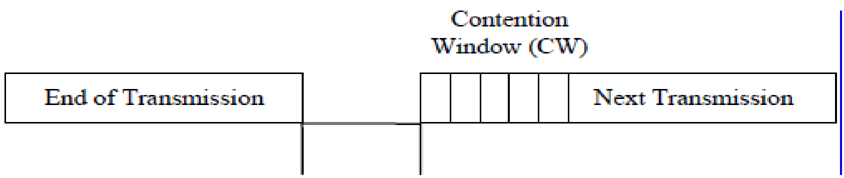


Figure 2-2. 802.11 Timing Intervals

The centrally controlled access mechanism, which utilizes the PCF, uses a poll and response protocol for the medium. This is an optional protocol that is housed within the access point and operates over the DCF, providing another method of preventing collisions . It operates by requiring stations to be added to a polling list within the access point providing traffic information to the stations [1].

REFERENCES (INTERNET)

1. O'Hara, Bob & Petrick, Al. *IEEE 802.11 Handbook: A Designer's Companion (2nd ed.)*. IEEE Press, New York, NY, 2005.

2. *CWNA – Certified Wireless Network Administrator (3rd ed.)*. McGraw-Hill/Osbourne, Emeryville, CA, 2005.

Түйіндеме

Қазіргі таңда WLAN корпоративтік жүйінде маңызды рөл атқарады. Ол үйдегі жүйеде қолданылатын белгілі бір топтама болды. WiFi-дың қолданылуының көбенгені сонша, хакер, ұрылар қауіпсіздк жүйесіне оңай зиян келтіре алады. Сондықтан қазіргі уақытта программистер қауіпсіздін жүйесін дамытуда.

Резюме

В настоящее время WLAN играет очень важную роль в корпоративных сетевых средах. Она стала очень известной для приложений домашней сети. Беспроводной доступ настолько возрос, что хакеры и воры могут легко злоупотреблять системой безопасности, поэтому методы более высоких уровеней безопасности, таких как продвинутые алгоритмы шифрования и аутентификации эффективных процессов решаются все больше и больше.

УДК 378.146.51

К ВОПРОСУ ПРОПЕДЕВТИКИ ДЕДУКТИВНЫХ СРЕДСТВ ЛОГИЧЕСКИХ ИСЧИСЛЕНИЙ В РАМКАХ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНЫМ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ I

Б.Н. Дроботун, Н.И. Мухамедзянова
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

1. Повсеместное использование компьютерных систем, внедрение информационных и коммуникационных технологий во все сферы жизнедеятельности человека оказало в минувшее десятилетие второй половины 20-го века столь мощное, не имеющее исторических аналогов, преобразующее воздействие на современное мироустройство, что с полным основанием можно говорить о грядущем становлении новой информационной цивилизации.

В соответствии с этим, проблема заблаговременного обеспечения адекватности системы высшего и среднего образования потенциально возможным ее реалиям и запросам представляется одной из наиболее актуальных и требующих своевременного оперативного разрешения проблем дидактики обучения и воспитания.

Введение в школьные программы нового предмета «Информатика», несомненно, стало одной из наиболее значимых вех на пути решения этой проблемы. Этот шаг явился не только ответом (хотя, в известной степени, и запоздалым) на запросы времени, но и наполнил особым смыслом процесс освоения математики, как теоретической основы построения математических моделей и разработки технологий их компьютерной реализации.

К глубокому сожалению обучение информатике в современной общеобразовательной школе осуществляется в практически полном отрыве от ее научно-теоретических основ: «Одним из негативных следствий этого является то, что, получив самые первичные пользовательские навыки, сотни и тысячи школьников становятся фанатами компьютерных игр, неспособных к созданию простейших математических моделей и их самостоятельной машинной реализации» [1], стр.31. Эта ситуация характерна и для Казахстана и для России. Президент РАО Никандров Н. Д., в частности, отмечает: «… если рассматривать образовательную ценность компьютера, то, к сожалению, она не используется в полном объеме, потому, что на две трети, а иногда и на три четверти детьми компьютер используется не столько для образовательных, сколько для игровых целей» [2], стр.5.

Идейно-методологические и научно-теоретические основы создания как ЭВМ первых поколений, так и современных компьютерных систем, были разработаны в рамках наук логико-алгебраической ориентации (алгебра, математическая логика, дискретная математика, теория алгоритмов и т.д.). Все эти науки могут быть отнесены к наукам, которым в преобладающей степени свойственны понятия конечности и дискретности, как антиподы бесконечности и непрерывности. Средствами именно этих наук были решены проблемы: формализации понятий алгоритма, доказательства, определимости и вычислимости; разработки формальных символических языков, явившихся прообразами современных языков программирования.

Тем не менее, адаптированные до соответствующего уровня, основы этих наук не нашли должного педагогического отражения в общем курсе школьной математики. В частности, в Государственный общеобязательный стандарт среднего общего образования, предусматривающего 12-летнее обучение, в инвариантную часть типового учебного плана по естественно-математическому направлению, не говоря уже о направлении социально-гуманитарном, не включены начала ни традиционной формальной, ни математической логики. Надежды на то, что логическая подготовка школьников может быть осуществлена за счет элективных курсов вариативной части этого плана, совершенно несостоятельны в связи с отсутствием должной логической грамотности подавляющей части учителей математики общеобразовательных школ. То, что это действительно так показали, в недалеком прошлом, (печально известные) итоги кардинальной реформы школьного математического образования, в рамках которой целенаправленно актуализировались логическая и теоретико-множественная составляющие школьного курса математики. Одной из действительно объективных причин необходимости проведения последующей контрреформы, которая проходила, образно говоря, под лозунгом: «Назад к Киселеву!», была логическая неграмотность значительной части действующих в тот период учителей математики. Следует подчеркнуть, что положение с тех пор мало изменилось. Хотя будущие учителя математики изучают в настоящее время и математическую логику и дискретную математику, но это изучение не носит профессионально ориентированного характера и осуществляется, преимущественно, в изоляции от освоения методологии и методики обучения математическим дисциплинам в средней школе.

Одной из первоочередных задач, связанных с решением проблемы соответствия школьного курса математики потребностям информационной эры развития современного общества является задача введения в этот курс, в качестве базовой составляющей, дисциплины «Логика», как органического единства традиционной (формальной) и математической логики.

На основе этой дисциплины и посредством целенаправленного привнесения средств ее технологического потенциала в другие школьные дисциплины может быть осуществлено научно-теоретическое и идейно-методологическое обеспечение процессов информатизации средней школы и, в частности, дисциплины «Информатика».

При внедрении логической компоненты в школьную математику уместно использовать позитивный опыт введения элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования общеобразовательной школы, накопленный как в республике Казахстан, так и в Российской федерации. В связи с этим, следует отметить, что до принятия официального решения о включении этого раздела в школьную математику (в России соответствующее решение было принято на основании инструктивного письма Министерства образования РФ от 23.09.2003 г.) материал теоретико-вероятностного и статистического характера в течении более 10 лет выносился на факультативные занятия и включался в школьные учебники алгебры для различных классов.

В этот период: накапливался и анализировался опыт преподавания нового раздела; осуществлялся отбор содержания, совершенствовалась его логическая и системная организация; отрабатывалась соответствующая школьному уровню математических знаний понятийно-терминологическая база и система символических обозначений; выявлялись оптимальные методические подходы к обучению. Вся эта деятельность находила отражение на страницах соответствующих научных изданий. В результате к настоящему времени подготовлен и опубликован ряд учебников и учебных пособий для школьников и методических пособий для учителей [3-5]. В частности, седьмой номер журнала «Математика в школе» за 2009 год полностью посвящен проблемам, связанным с преподаванием этого нового раздела.

2. В работах [1,6-9] нами ставились вопросы, связанные с выявлением и реализацией возможностей логической подготовки школьников, как в рамках предметного содержания школьных математических дисциплин, так и посредством проведения специальных курсов и факультативов, а также предлагались и обосновывались возможные подходы к решению этих вопросов. В качестве основных целевых установок этих работ можно отметить следующие установки:

- развитие логического мышления учащихся на основе изучения закономерностей в связях и развитии мыслей, законов и операций правильного мышления;

- формирование навыков использования учащимися выразительных возможностей математического языка и символических языков логических исчислений, как необходимого условия построения математических моделей объектов и явлений окружающей действительности и последующей их компьютерной реализации;

- привлечение педагогов-математиков к изучению в школах, в рамках спецкурсов, спецсеминаров и факультативов, тех разделов современной математики, которые способствуют: осознанию ее методологии; формируют абстрактное логико-алгебраическое мышление; обеспечивают (относительно) беспроблемную адаптацию к специфике дальнейшего изучения математики в условиях вузов;

- оказание возможного содействия учителям математики в разработке содержания элективных курсов по актуальным направлениям современной алгебры, логики и информатики и выборе методических подходов к их изучению.

Содержание данной работы также ориентировано на достижение этих целей. В ней выявляются возможности пропедевтики индуктивных методов определений и построений, а также пропедевтики дедуктивных средств логических исчислений, способствующих формированию современных представлений о доказательстве, алгоритме, определимости и вычислимости на основе построения и изучения логического исчисления рациональных выражений и даются методические рекомендации к реализации этих возможностей в процессе формирования логической грамотности учащихся.

3. Под выражением с переменными в школьной алгебре понимается выражение, составленное из натуральных чисел и переменных посредством применения действий сложения, вычитания и умножения. При получении целых выражений к этим действиям добавляется также деление на натуральное число, отличное от нуля, а дробных выражений – еще и деление на выражение с переменными. Целые и дробные выражения называются рациональными выражениями. Типичными примерами рациональных выражений являются:

$$3a-5b;\quad 7ab-\frac{x^2+y^2}{3a-b};\quad \frac{a}{3};\quad (a^2-b^2)(x^3-xy-y^3);\quad \frac{2r}{5}\ \text{и т.п.}$$

Прообразами правил выполнения действий сложения, умножения, вычитания и деления рациональных выражений являются соответствующие правила действий с рациональными числами. Но если при выполнении этих действий над рациональными числами учащиеся используют четко сформулированные предписания, определяющие соответствующие алгоритмы, то правила действий над рациональными выражениями демонстрируются преимущественно на конкретных примерах, представляющих возможные варианты легко распознаваемых ситуаций, и отрабатываются в основном репродуктивными методами. Это связано с тем, что непосредственный перенос алгоритмов нахождения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного целых чисел и некоторых других алгоритмов оперирования с целыми числами в область рациональных выражений сопряжен с непреодолимыми для школьной математики осложнениями.

Преобразование рациональных выражений осуществляется в основном посредством применения законов выполнения арифметических действий, основного свойства дроби и, так называемых, формул сокращенного умножения.

Если взять все эти законы, свойства и формулы сокращенного умножения в качестве аксиом (и ранее доказанных теорем), определить систему правил вывода, обосновывающих возможности перехода от одних равенств рациональных выражений к другим, то цепочки тождественных преобразований можно будет рассматривать, как доказательства тех или иных тождеств, что позволит рассматривать эти тождества в качестве теорем. На основе этих первичных представлений и аналогий можно, следуя общей схеме определения логического исчисления, построить исчисление рациональных выражений, как формализованную версию содержательных представлений об алгебре рациональных дробей.

История традиционной логики показывает, что построение всех систем, способствующих, в той или иной степени, формированию современных представлений о логическом исчислении, осуществлялось с использованием алгебраических методов, свойственных соответствующему периоду и уровню развития алгебры.

В частности, в рамках предлагаемого далее исчисления рациональных выражений будет предпринята попытка формального отражения 1-го и 2-го периодов развития алгебры (конец 15 века и начало 18-го века [10]). В течении этих периодов в алгебру были введены буквенные обозначения для предметных и постоянных величин, специальные знаки для обозначения словесных описаний операций, правил их выполнения и их свойств. Таким образом, в эти периоды под алгеброй понималась наука: «…о буквенных вычислениях – тождественных преобразованиях буквенных формул,…» [10], стр.114. Важно подчеркнуть, что этим периодам развития алгебры свойственно многое из того, что в современный период ее развития нашло отражение в таких понятиях и конструкциях, как алфавит, правила образования формул, формальный язык и правила дедукции. В связи с этим, в [11] отмечается, что в течение 8 -16 веков алгебра, как бы по совместительству выполняла роль (математической) логики и теории алгоритмов: «…алгебра, которая является одной из древнейших математических наук, на самом деле демонстрировала примеры точных, в том числе и формальных логических преобразований, но не на уровне самых точных логических утверждений, а на уровне тождеств. Можно сказать, кодифицировала работу с тождествами.» [11], стр.133. В соответствии с этим, логическое исчисление рациональных выражений представляет собой алгебру рациональных дробей с позиций современных представлений о методе формальных аксиоматических теорий.

4. Логическое исчисление, как основной объект изучения в математической логике, определяется следующими составляющими:

а) алфавит **А** и множество С(**А**) слов этого алфавита;

б) подмножество Т(**А**) множества С(**А**) – термов алфавита **А**;

в) подмножество L(**А**) множества С(**А**) – формул алфавита **А**;

г) подмножество А(**А**) множества L(**А**) – аксиом исчисления;

д) множество **F**=$\left\{ F_i^{n_i} \Big/ i = 1;2;...;t \right\}$ частичных операций, заданных на множестве L(**А**) – правил вывода исчисления.

Применительно к построению исчисления рациональных выражений эта схема реализуется следующим образом:

а) алфавит **А** содержит символы пяти видов:

а.1) 0; 1; 2; 3; …– символы для натуральных чисел;

а.2) $a;b;c;...;m;n;...;x;y;z;...u;v;...$;– символы для постоянных и переменных величин;

а.3) +; –; · ; : – символы для арифметических действий;

а.4) = – символ для отношения равенства;

а.5) (– левая скобка;) – правая скобка; **,** – запятая – вспомогательные символы.

Словом в алфавите **А** называется любая конечная упорядоченная последовательность символов. В частности, последовательности

$$)\,a+,xb-5;\;7(a+b)\cdot c-3;\;((x\cdot x)-3)\cdot((y\cdot y)\cdot z)+5$$

и т.п. являются словами алфавита **А**.

б) множества Т(**А**) термов алфавита **А** определяется индуктивно. Метод индуктивных определений является одним из наиболее широко применяемых в математике методов определения понятий, объектов или классов однотипных объектов. Делается это по следующей схеме:

б.1) непосредственным образом задаются некоторые исходные объекты (объекты шага 0);

б.2) указываются некоторые конкретные правила (правила образования), позволяющие из ранее определенных объектов, т.е. объектов шагов 0; 1; 2; …; t получать новые объекты (объекты шага $t+1$);

б.3) объектами определяемого класса считаются те и только те объекты которые можно построить, следуя пунктам б.1) и б.2).

Процедуру построения класса однотипных объектов предваряет непосредственное определение объекта, как произвольного представителя этого класса. Как правило, в подобных случаях также применяется метод индуктивных определений.

Индуктивное определение – это определение понятия $P(n)$, т.е. понятия некоторым образом связанного с натуральным числом n (параметром индуктивного определения), осуществляющееся по следующей схеме: понятие $P(0)$ определяется непосредственно далее на основе предположения о том. что для любого натурального числа $k \geq 0$, из того, что понятие $P(n)$ определено для всех $n \leq k$, формулируются правила, позволяющие определить понятие $P(k+1)$. Параллельно с определением объекта дается определение его подобъекта. Т.е. определение терма алфавита **A** и его подтермов осуществляется следующим образом:

I) *базис индукции* $(n=0)$ Всякий символ для постоянной или переменной величины является термом. Единственным подтермом такого терма является он сам. Эти термы обычно называются элементарными или атомными. Совокупность всех атомных термов образует множество термов шага 0;

II) *индукционное предположение* $(n=k)$ Предположим, что множество всех термов шага k уже определено и определены все подтермы любого терма этого шага;

III) *индукционный шаг* $(n=k+1)$ Пусть t_1 и t_2 – произвольные термы шага k. Тогда слова (t_1+t_2); (t_1-t_2); $(t_1 : t_2)$; $(t_1 \cdot t_2)$ также являются термами. Совокупность всех таких термов образует множество термов шага $k+1$. Подтермами термов этого шага являются все подтермы термов t_1 и t_2 и сами эти термы.

В дальнейшем запись $t = t(a;b;c;...;d;m;n;...;k)$ будет означать, что атомные подтермы терма t содержатся среди $a;b;c;...;d$ и $m;n;...k \in N$, а запись $t = t(t_1)$ – что t_1 некоторый (выделенный) подтерм. Во многих случаях для терма $(t_1 : t_2)$ будет использоваться традиционная запись $\frac{t_1}{t_2}$.

5. Пошаговый процесс образования класса всех термов алфавита **A** осуществляется далее следующим образом:

$\acute{a}_1'$) *шаг* 0. На этом шаге определяются все термы, полученные в соответствии с базисом индуктивного определения терма (термы шага 0);

$\acute{a}'_2$) *шаг* $k+1$. Пусть каждый из термов t_1 и t_2 являются термом, полученным на одном из шагов с номерами $0;1;2;...;k$. К термам шага $k+1$ относятся все термы шага k и термы, полученные посредством применения к некоторым из них не более чем одного из действий $+; -; \cdot; :$;

$\acute{a}'_3$) термами являются те и только те слова, которые можно получить следуя пунктам $\acute{a}'_1$) и $\acute{a}'_2$).

Заметим, что в соответствии с описанием этого пошагового процесса, если терм t является термом шага k, то он является и термом шага k', для любых $k' > k$.

Таким образом, в этом случае, в качестве исходных объектов берутся символы для постоянных и переменных величин, а роль правил образования играют формальные аналоги правил применения алгебраических действий $+; -; \cdot; :$ к рациональным выражениям.

Под сложностью терма естественно понимать структурную сложность его формального строения. В качестве количественной характеристики сложности терма t можно взять номер $s(t)$ шага, на котором этот терм впервые появляется в процессе осуществления вышеописанной пошаговой процедуры. Нетрудно проверить, что если $t=(t_1+t_2)$ ($t=(t_1-t_2)$; $t=(t_1:t_2)$; $t=(t_1\cdot t_2)$), то $s(t)=\max\{s(t_1);\ s(t_2)\}+1$.

Пример 1.Выпишем все подтермы терма $t=(\dfrac{(3\cdot a)+(7\cdot(a\cdot b))}{(5\cdot x)-(3\cdot y)})$ и найдем его сложность.

– подтермы шага 0: 3; 7; 5; $a; b; x; y$;

– подтермы шага 1: $(3\cdot a);\ (a\cdot b);\ (5\cdot x);\ (3\cdot y);$

– подтермы шага 2: $(7\cdot(a\cdot b));\ ((5\cdot x)-(3\cdot y));$

– подтермы шага 3: $((3\cdot a)+(7\cdot(a\cdot b)));$

– подтермы шага 4: $(\dfrac{(3\cdot a)+(7\cdot(a\cdot b))}{(5\cdot x)-(3\cdot y)})=t$

Так как терм t впервые появляется на шаге 4, то $s(t)=4$.

Таким образом, если $t\in \mathrm{T}(\mathbf{A})$ и $s(t)>1$, то для получения терма t нужно на предшествующих шагах предварительно построить все его подтермы, сложность которых строго меньше $s(t)$. И только затем, на последующем шаге, будет получен сам терм t. Эта процедура позволяет по любому слову алфавита **A** за конечное число шагов определить является это слово термом или нет. Таким образом понятие терма (а, следовательно, и подтерма) является эффективным. Действительно, для выяснения того, что данное слово t алфавита **A** является термом, выписываем все его атомные подтермы и, строго следуя пунктам I); II); III) индуктивного определения терма, пытаемся воссоздать это слово из выписанных элементарных подтермов.

Процесс воссоздания заключается в дальнейшем выписывании подтермов t' слова t сложностей $1; 2; \ldots$ и т.д. до тех пор, пока это возможно. Пусть k наибольшая из сложностей выписанных подтермов и слово t не имеет подтермов сложности $k+1$. Слово t является термом тогда и только тогда, когда среди выписанных подтермов этого слова, имеется только один подтерм t' сложности k и $t = t'$.

Пример 2. Проверим, является ли слово $t = (((3 \cdot a) - 5) : (b+3) - (2 \cdot a)$ термом. Атомными подтермами этого слова являются: 3; 5; 2; $a; b; x$.

Попытка воссоздания слова t из этих элементарных подтермов приводит к следующей ситуации:

подтермы шага 1: $(3 \cdot a)$; $(b+3)$; $(2 \cdot a)$; $(5 \cdot x)$;

подтермы шага 2: $((3 \cdot a) - 5)$.

Далее процесс выписывания подтермов обрывается. Максимальная сложность выписанных подтермов равна 2. Среди выписанных подтермов только один подтерм имеет сложность 2, но он не совпадает со словом t. Следовательно, слово t не является термом.

Процесс воссоздания слова t обрывается, не будучи доведенным до конца, в связи с тем, что при построении слова t нарушено правило образования термов, определяющее индукционный шаг, на котором предписывается результат каждого последующего применения действий $+; -; \cdot; :$ заключать в скобки. В частности слово t для обеспечения возможностей выполнения предписаний этого правила образования, может быть двумя способами преобразовано в терм:

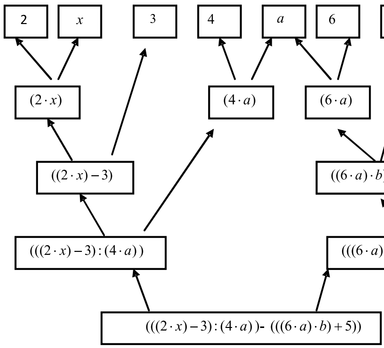
$$t_1 = ((((3 \cdot a) - 5) : (b+3)) - (2 \cdot a));$$

$$t_2 = (((3 \cdot a) - 5) : ((b+3) - (2 \cdot a))).$$

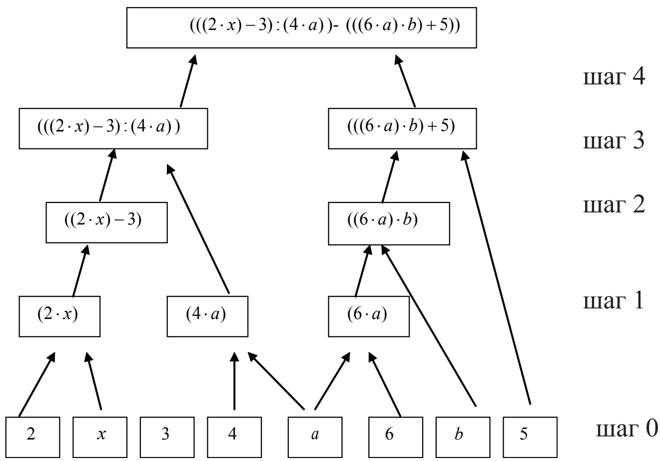
В частности, необходимым (но не достаточным) условием для данного слова «быть термом» является условие, заключающееся в том, что число открытых скобок должно быть равно числу закрытых.

Одним из наглядным представлений термов, отражающих индуктивную процедуру их построения, являются деревья.

На рисунке 1(а) приведено дерево терма $t = ((((2 \cdot x) - 3)$:.



а)



б)

Рисунок 1

Посредством этого дерева демонстрируется процесс анализа его строения, т.е. процесс выделения все менее и менее сложных его составляющих. Рисунок 1(б) представляет процесс синтеза этого терма, т.е. воссоздания его из все более и более сложных составляющих.

Далее, для любого натурального n, положим:

$$a^n = \begin{cases} 1, & \text{åñëè} \quad n = 0 \\ \underbrace{((...((a \cdot a) \cdot a) \cdot ... \cdot a)}_{n \quad \text{ðàç}}, & \text{åñëè} \quad n \geq 1 \end{cases} \qquad (1)$$

В дальнейшем, для упрощения записи термов символ «·»— действия умножения будем опускать. Кроме того, в пошаговом процессе образования термов будем, в соответствии с соглашениями о приоритетах выполнения арифметических действий, принятых в школьной математике, опускать некоторые из пар скобок (в частности, - внешние). Тем не менее, при определении сложности терма, целесообразно предварительно восстановить все скобки.

Определение формулы алфавита **A** даётся теперь следующим образом: если $t_1; t_2 \in \mathrm{T}(\mathbf{A})$, то слово $t_1 = t_2$ является формулой. Других формул нет. Формулы будем обозначать большими прописными буквами латинского алфавита: $A; B; ...; A_1; A_2; ...$. Если $A \in \mathrm{L}(\mathbf{A})$ и $A = (t_1 = t_2)$, то через L(A) будем обозначать терм t_1, а через R(A) терм t_2, т.е. L(A) – левая часть формулы A, а R(A) – ее правая часть.

ЛИТЕРАТУРА

1.Дроботун Б.Н., Джарасова Г.С. Из опыта изучения элементов дискретной математики в СШ. // Материалы научной конференции молодых ученых, студентов и школьников, II Сатпаевские чтения. – Павлодар, 2002., Т.2 – с.30-38.

2. Никандров Н.Д. Актуальные проблемы образования. // Математика в школе.- 2009.-№ 1., с.5.

3. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика. 5-9 классы. Пособие для общеобразовательных учреждений. – М. : Дрофа, 2002-2009.

4. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Теория вероятностей и статистика: Методическое пособие для учителя – М.: МЦНМО: МИОО, 2008.

5. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудинцын Ю.П., Ивлев Б.М., Шварцбурд С.И., Кабдыкаирулы (главы 3, 4), Кадешев А., Камзина Г.С. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы.- Алматы.:Просвещение – Казахстан, 2004.

6. Дроботун Б.Н., Джарасова Г.С. Программа факультатива «Элементы дискретной математики» в школе (9 кл.) // В книге: факультативы по школьным дисциплинам (информатика, математика, биология, физика, химия). Серия: Портфель молодого учителя. – Павлодар: НИЦ ПГУ, 2003. – с.19-22.

7. Дроботун Б.Н., Джарасова Г.С. Элементы дискретной математики в школе: методические рекомендации // Наука – школе. Серия: математика, информатика, математика, физика. Портфель молодого учителя. – Павлодар: НИЦ ПГУ, 2003. – с.12-36

8. Дроботун Б.Н., Джарасова Г.С. Элементарное введение в современную алгебру.// Золотая серия факультативных курсов для средних школ Республики Казахстан: сб.- Павлодар: НИЦ ПГУ, 2006. – с. 3-11.

9. Дроботун Б.Н., Джарасова Г.С. Элементы математической логики. // Золотая серия факультативных курсов для средних школ Республики Казахстан: сб.- Павлодар: НИЦ ПГУ, 2006. – с. 12-20.

10. Математическая энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия, 1977. – Т.1.

11. Ершов Ю.Л. Алгебра и логика: старые и новые связи.// Философия науки, 2004, № 4(23), с. 132-142.

Түйіндеме

Берілген жұмыста рационал өрнектердің логикалық есептемесін құрастыру және меңгеру кезінде дәлелдеу, алгоритм, есептеушілік және анықталғандық туралы қазіргі заман көзқарасын қалыптастыруына әсер ететін логикалық есептемелердің дедуктивті құралдарының пропедевтика мүмкіндіктері анықталады. Және де осы мүмкіндіктерді оқушылардың логикалық сауаттылыгын қалыптастыру процесінде іскі асырудың әдістемелік нұсқаулар беріледі.

Resume

The present work reveals the possibilities of propaedeutics of deductive means of logical calculus which promote the formation of modern concepts of proving, algorithm, computability and definability on the basis of construction and study of rational expressions logical calculus and gives methodological recommendations for the realization of these possibilities in the process of forming the logical competence of students.

УДК 378.146.51

К ВОПРОСУ ПРОПЕДЕВТИКИ ДЕДУКТИВНЫХСРЕДСТВ ЛОГИЧЕСКИХ ИСЧИСЛЕНИЙ В РАМКАХ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНЫМ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ II

Б. Н. Дроботун, Н. И. Мухамедзянова
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

Данная работа является непосредственным продолжением работы [1]. В работе [1] на основе построения языка исчисления рациональных выражений была предпринята пропедевтика синтаксической составляющей логических исчислений математической логики в рамках школьного курса математики (разделы 1-5). Продолжая нумерацию разделов и примеров этой работы, данную статью мы начнем с пункта 6, в котором определяются аксиомы предлагаемого исчисления.

6. Для определения множества аксиом введём, так называемые, метасимволы $u; v; w; r; s;\ldots$ для обозначения произвольных термов алфавита **A**. Аксиомы разобьём на три группы.

Группа 1. Аксиомы, отражающие правила выполнения арифметических действий над рациональными выражениями:

A_1. $\dfrac{u}{v}+\dfrac{r}{s}=\dfrac{us+rv}{vs}$; A_3. $\dfrac{u}{v}\cdot\dfrac{r}{s}=\dfrac{ur}{vs}$;

A_2. $\dfrac{u}{v}-\dfrac{r}{s}=\dfrac{us-rv}{vs}$; A_4. $\dfrac{u}{v}:\dfrac{r}{s}=\dfrac{us}{vr}$;

Группа 2. Аксиома, отражающая свойство отношения «=».

A_5. $u=u$

Группа 3. Аксиомы, отражающие свойства арифметических операций над рациональными выражениями:

A_6. $u+v=v+u$; A_{12}. $u\cdot 1=u$;

A_7. $u\cdot v=v\cdot u$; A_{13}. $u-v=u+(-v)$;

A_8. $(u+v)+w=u+(v+w)$; A_{14}. $u+(-u)=0$;

A_9. $(u \cdot v) \cdot w = u \cdot (v \cdot w);$ A_{15}. $(u+v) \cdot w = uw + vw;$

A_{10}. $\frac{uv}{v} = u;$ A_{16}. $(u-v) \cdot w = uw - vw;$

A_{11}. $a + 0 = a;$

Следует отметить, что вышеприведенные аксиомы являются на самом деле схемами аксиом. Каждая конкретная аксиома получается из некоторой такой схемы подстановками конкретных термов вместо входящих в неё метасимволов. С содержательной точки зрения эти конкретные аксиомы будут представлять собой тождества алгебры рациональных выражений.

Пример 3. Полагая в схеме аксиом A_4 : $u = a^2 - 3; v = \frac{xy}{3}; r = 5;$ s = (ab-b³), получим конкретную аксиому

$$\frac{a^2-3}{(\frac{xy}{3})} : \frac{5}{(ab-b)^3} = \frac{(a^2-3)(ab-b)^3}{(\frac{xy}{3}) \cdot 5}.$$

В нашем исчислении будет три правила вывода: правило *подстановки*, правило *симметричности* и правило *транзитивности*. Прежде чем сформулировать правило подстановки, введем понятие оператора *суперпозиции*.

Этот оператор будем представлять собой частичную функцию S из L(**A**)ЧТ(**A**) в L(**A**). Эта функция будет определена на тех и только тех упорядоченных парах $< A; t >$ ($A \in$ L(**A**); $t \in$ T(**A**)), для которых A есть формула $t_1 = t_2$ и $t = t(t_1)$, т.е. терм t содержит t_1 в качестве подтерма. В этом случае:

$$\mathrm{S}(A;t) = (t(t_1) = t(t_2)) \ .$$

Пример 4. Пусть, $A = ((a-3)(a+3) = a^2 - 9)$ и $t = (a-3)(a+3) + \frac{7a+b}{3xy}$

Полагая $t_1 = (a-3)(a+3)$, получаем, что

$$\mathrm{S}(A;t) = (((a-3)(a+3) + \frac{7a+b}{3xy}) = ((a^2-9) + \frac{7a+b}{3xy}))$$

Правило подстановки будет теперь формулироваться следующим образом: если формула $A = (t_1 = t_2)$ является теоремой и $t = t(t_1)$ произвольный терм , то формула $S(A;t) = (t(t_1) = t(t_2))$ также является теоремой. В этом случае будем говорить, что теорема $(t(t_1) = t(t_2)$ получена из терма $t = t(t_1)$ на основе теоремы $A = (t_1 = t_2)$.

Применение этого правила для получения формулы B из терма $t = t(t_1)$ на основе теоремы A показывает, что в качестве терма $t = t(t_1)$ берется правая часть некоторого ранее доказанного тождества $B^{'}$. В связи с этим, далее будет использоваться запись $B = \mathrm{S}(\mathrm{R}(B^{'}); A)$.

Правило симметричности формулируется следующим образом: если формула $A = (t_1 = t_2)$ является теоремой, то теоремой является и формула $B = (t_2 = t_1)$. В дальнейшем запись B=C(A) будет означать, что формула $B = (t_2 = t_1)$ получена из формулы $A = (t_1 = t_2)$ по правилу симметричности.

Третьим правилом является правило транзитивности, которое определяется так: если формулы $A = (t_1 = t_2)$ и $B = (t_2 = t_3)$ являются теоремами, то и формула $\tilde{N} = (t_1 = t_3)$ также является теоремой. Тот факт, что формула $\tilde{N}$ получается из формул A и B по правилу транзитивности будет записываться следующим образом: $\tilde{N}$=T($A; B$).

Нетрудно видеть, что правило C является унарной всюду определенной функцией на множестве A(**A**) – аксиом алфавита **A**, а правило T – бинарной частичной функцией на A(**A**). При этом, T($A; B$) определено на A(**A**) тогда и только тогда, когда R(A)=L(B) и при выполнении этого условия:

$$\mathrm{T}(A; B) = (\mathrm{L}(A) = \mathrm{R}(B))$$

Правила S, C, T, по аналогии с формой записи модусов категорического силлогизма Аристотеля [2], можно представить соответственно, в виде:

$$1.\ \frac{B; A}{\mathrm{S}(L(B); A)}; \qquad 2.\ \frac{A}{\mathrm{C}(A)}; \qquad 3.\ \frac{A; B}{\grave{O}(A; B)}.$$

Такая форма записи правил наиболее удобна при представлении выводов (доказательств) тождеств посредством деревьев (раздел 9).

Кроме того, в связи с тем, что конкретные аксиомы получаются из схем аксиом заменами метасимволов некоторыми термами, далее будут использоваться записи вида $\tilde{N}^{t_1;\ t_2;\ \dots;\ t_k}_{u;\ v;\ \dots;\ r}(A)$ и им подобные, отражающие процесс (одновременной) замены метасимволов $u;v;...;r$, входящих в аксиому A, на термы $t_1;t_2;...;t_k \in$ T(A).

Пример 5. $C^{3;\ \ x^2+a^2}_{u;\ \ \ \ v}(A_{10}) = (\dfrac{3(x^2+a^2)}{(x^2+a^2)} = 3)$.

Вместе с правилом T – транзитивности в дальнейшем будет использоваться обобщение T* этого правила. А именно, если имеются такие теоремы $B_1;B_2;...;B_k;B_{k+1}$, что R(B_1)=L(B_2); R(B_2)=L(B_3); …; R(B_k)=L(B_{k+1}), то формула L(B_1)=R(B_{k+1}) также является теоремой.

Нетрудно видеть, что это правило может быть получено k – кратным применением правила T к формулам $B_1;B_2;...;B_k;B_{k+1}$.

Символическим отражением этого факта является запись

$$\mathrm{T}^*(B_1;B_2;...;B_k;B_{k+1}) = (\ \mathrm{L}(B_1) = \mathrm{R}(B_{k+1}))$$

или запись $\dfrac{B_1;B_2;...;B_{k+1}}{\mathrm{T}^*(B_1;B_2;...;B_{k+1})}$.

Относительно этих правил необходимо отметить, что в них используется понятие теоремы, которое еще не определенно в исчислении. В связи с этим поясним, что дальнейшее определение класса теорем будет носить пошаговый характер, при этом, в соответствии с общей схемой построения логических исчислений, теоремами шага 0 будут считаться все (конкретные) аксиомы. Т.е. базис индуктивного построения класса теорем закладывается еще на стадии определения множества аксиом и не требует применения правил вывода.

7. В содержательном плане теоремами исчисления рациональных выражений, должны являться алгебраические тождества, т.е. (согласно школьной алгебре) равенства, верные при всех допустимых числовых значениях, входящих в них букв.

Тем не менее, важно подчеркнуть, что это традиционное понятие тождества, как равенство двух рациональных выражений, тяготеет к функциональным представлениям, т.е. основывается на идеях, более свойственных математическому анализу, чем алгебре. В связи с этим, в школьной алгебре на ряду с термином «равные» используется и термин «тождественно равные», что обеспечивает не только возможности реализации логико – алгебраического подхода в процессе построения школьной теории рациональных дробей, но и позволяет отразить в школьной математике идею формального алгебраического преобразования, как важнейшего элемента дедукции, генетические предпосылки которой восходят к алгебре 13-18 веков.

Доказательства тождеств в школьной алгебре осуществляется, в основном, по следующей схеме. Берется левая часть доказываемого тождества и, начиная с нее, строится посредством проведения тождественных преобразований цепочка равенств, последним звеном которой является правая часть доказываемого тождества. В соответствии с этим, формализация понятия доказательства в нашем логическом исчислении может быть реализована следующим образом: конечная последовательность

$B_1; B_2; ...; B_k$

формул называется доказательством (или выводом), если каждая из формул B_i является или аксиомой или одной из теорем $(i = 1; 2; ...; k)$ или получается по правилу подстановки из некоторого терма t на основе одной из предшествующих формул B_j $(j = 1; 2; ...; i-1)$.

Отметим, что данная формализация понятия доказательства вполне согласуется с интуитивными представлениями о доказательстве, как конечной цепочки умозаключений, которая начинается с очевидного или ранее доказанного утверждения и каждое последующее звено которой получается из предыдущих по некоторым правилам. Кроме того, оно вполне созвучно определению доказательства (квазивывода) в логических исчислениях математической логики.

Число k (т.е число формул в доказательстве) называется длиной вывода. Важно подчеркнуть, что непосредственно из определения вытекает, что любой начальный отрезок доказательства сам является доказательством.

Вновь отправляясь от интуитивных представлений о теореме, как утверждении, для которого существует доказательство, то есть такая логически обусловленная цепочка умозаключений, последнее звено которой совпадает с этим утверждением, приходим к следующему формальному определению теоремы нашего исчисления: формула $A \in \mathrm{L}(\mathbf{A})$ называется теоремой (доказуемой или выводимой формулой) исчисления рациональных выражений, если в нем существует такое доказательство, последней формулой которого является формула A.

Так как в определении правила подстановки использовалось понятие теоремы, т.е. выводимой формулы (и тем самым понятие вывода), а в определении вывода использовалось понятие правила вывода, то может возникнуть предположение о наличие порочного круга в этих определениях: определение правила вывода дается на основе понятия теоремы, а понятие теоремы — на основе понятия правила вывода. На самом деле — это не так, что становиться очевидным при детальном рассмотрении пошагового процесса построения класса $\mathrm{Th}(\mathbf{A})$ теорем исчисления:

шаг 0. Теоремами шага 0 являются (как отмечалось ранее) все конкретные аксиомы;

шаг $k+1$. Теоремами шага $k+1$ являются все теоремы шага k и теоремы, которые могут быть получены по правилу подстановки из некоторых термов

$t \in \mathrm{Th}(\mathbf{A})$ на основе не более чем одной из теорем шага k.

Обозначая через $\mathrm{Th}_k(\mathbf{A})$ множество теорем шага k. Получаем

$$\mathrm{Th}_0(\mathbf{A}) \subseteq \mathrm{Th}_1(\mathbf{A}) \subseteq \ldots \subseteq \mathrm{Th}_k(\mathbf{A}) \subseteq \mathrm{Th}_{k+1}(\mathbf{A}) \subseteq \ldots,$$

т.е. $\mathrm{Th}(\mathbf{A}) = \bigcup_{k=0}^{\infty} \mathrm{Th}_k(\mathbf{A})$.

Таким образом: при определении класса $\mathrm{Th}_0(\mathbf{A})$ – первичных теорем шага 0 правило подстановки не используется; при определении теорем класса $\mathrm{Th}_1(\mathbf{A})$, это правило используется только применительно к теоремам из класса $\mathrm{Th}_0(\mathbf{A})$, при определении теорем из класса $\mathrm{Th}_1(\mathbf{A})$ оно применяется только к теоремам из класса $\mathrm{Th}_1(\mathbf{A})$ и т.д.

Следует отметить, что построение исчисления рациональных выражений в предложенном виде, предпринято нами в первую очередь в связи с тем, чтобы на основе хорошо известного материала из школьной алгебры продемонстрировать технологию построения логических исчислений, следуя общей схеме, отработанной в рамках математической логики, и параллельно этому построению осуществить пропедевтику их дедуктивных средств и индуктивных технологий. В соответствии с этим, мы ограничились только теми схемами аксиом, которые задают правила выполнения действий над алгебраическими выражениями и определяют свойства этих действий, не вдаваясь в детали аксиоматического построения систем натуральных (целых, рациональных) чисел. Тем не менее, мы будем, при необходимости, использовать законы оперирования с числами указанных систем и применять правила действия со степенями с целыми показателями и их свойства без всякого дополнительного обоснования этих законов и свойств. Как показывает практика проведения подобной пропедевтики, именно такой подход обеспечивает наиболее эффективные возможности выявления формальных аналогов правил проведения тождественных преобразований и их конкретизацию.

Согласно общепринятым методикам школьной алгебры, техника проведения тождественных преобразований алгебраических выражений отрабатываются обычно с интуитивно – содержательных позиций на основе решения многочисленных примеров без выявления и использования общих подходов и формальных схем.

Авторы вполне отдают себе отчет в том, что в рамках школьной алгебры среднего звена другие подходы более чем проблематичны и не призывают к построению школьной теории рациональных дробей на аксиоматической основе. Как отмечалось в пункте 2 данной работы, речь идет о том, чтобы в рамках элективных курсов для 10-11 классов, ориентированных на формирование логической грамотности и навыков абстрактного мышления школьников, уже после прохождения разделов алгебры, связанных с рациональными выражениями, дробями и традиционными методами, продемонстрировать конкретизирующие и обобщающие возможности аксиоматического метода и осуществить пропедевтику его дедуктивных средств и индуктивных технологий на примере логического исчисления рациональных функций.

8. Как отмечалось ранее, применение правила подстановки позволяет получать новые теоремы на основе уже доказанных. В содержательном варианте проведения равносильных преобразований, роль таких, ранее доказанных теорем, выполняют (в основном) формулы сокращенного умножения.

Продемонстрируем на примере одной из таких формул процедуру построения ее вывода (доказательства) в нашем исчислении. А именно, докажем, что формула

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

является теоремой. В процессе этого построения, записав очередную формулу строящегося вывода, мы слева от нее будем приводить аргументы, на основании которых она включается в этот вывод.

$$B_1 = ((a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b)) = C_{u;\ v;\ w}^{a;\ b;\ a-b}(A_{15})$$

$$B_2 = (a(a-b) = (a-b)a) = C_{u;\ v}^{a;\ a-b}(A_7);$$

$$B_3 = (a(a-b) + b(a-b) = (a-b)a + b(a-b)) = \mathrm{S}(\mathrm{R}(B_1); B_2);$$

$$B_4 = (b(a-b) = (a-b)b) = C_{u;\ v}^{b;\ a-b}(A_7);$$

$$B_5 = ((a-b)a + b(a-b) = (a-b)a + (a-b)b) = \mathrm{S}(\mathrm{R}(B_3); B_4);$$

$$B_6 = ((a-b)a = a^2 - ba) = C_{u;\ v;\ w}^{a;\ b;\ a}(A_{16});$$

$$B_7 = ((a-b)a + (a-b)b = (a^2 - ab) + (ab - b^2)) = \mathrm{S}(\mathrm{R}(B_5); B_6);$$

$$B_8 = ((a-b)b = ab - b^2) = C_{u;\ v;\ w}^{a;\ b;\ b}(A_{16});$$

$$B_9 = ((a^2 - ba) + (a-b)b = (a^2 - ba) + (ab - b^2)) = \mathrm{S}(\mathrm{R}(B_7); B_8);$$

$B_{10}=((a^2-ba)=a^2+(-ba))=C_{u;\ v}^{a^2;\ ba}(A_{13});$

$B_{11}=((a^2-ba)+(ab-b^2)=(a^2+(-ba))+(ab-b^2))=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_9);B_{10});$

$B_{12}=((a^2+(-ba))+(ab-b^2)=a^2+((-ab)+(ab-b^2)))=C_{u;\ v;\ w}^{a^2;\ -ba;\ ab-b^2}(A_8);$

$B_{13}=((a^2+(-ba))+(ab-b^2)=a^2+((-ab)+(ab-b^2)))=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{11});B_{12});$

$B_{14}=(ab-b^2=ab+(-b^2))=C_{u;\ v}^{ab;\ b^2}(A_{13});$

$B_{15}=(a^2+((-ba)+(ab-b^2))=a^2+((-ba)+(ab+(-b^2))))=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{13});B_{14});$

$B_{16}=((-ba)+(ab+(-b^2))=(ab+(-b^2)+(-ba))=C_{u;\ v;\ w}^{-ba;\ ab;\ (-b^2)}(A_6);$

$B_{17}=(a^2+((-ba)+(ab+(-b^2)))=a^2+((ab+(-b^2))+(-ba)))=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{15});B_{16});$

$B_{18}=(ab+(-b^2)=(-b^2)+ab)=C_{u;\ v}^{ab;\ (-b^2)}(A_6);$

$B_{19}=(a^2+((ab+(-b^2))+(-ba))=a^2+(((-b^2)+ab)+(-ba)))=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{17});B_{18});$

$B_{20}=(((-b^2)+ab)+(-ba)=(-b^2)+(ab+(-ba)))=C_{u;\ v;\ w}^{(-b^2);\ ab;\ -ba}(A_8);$

$B_{21}=(a^2+(((-b^2)+ab)+(-ba))=a^2+((-b^2)+(ab+(-ba))))=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{19});B_{20});$

$B_{22}=(ab=ba)=C_{u;\ v}^{a;\ b}(A_7);$

$B_{23}=(a^2+((-b^2)+(ab+(-ba)))=a^2+((-b^2)+(ba+(-ba))))=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{21});B_{22});$

$B_{24}=((ba+(-ba))=0)=C_u^{ba}(A_{14});$

$B_{25}=(a^2+((-b^2)+(ba+(-ba)))=a^2+((-b^2)+0))=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{23});B_{24});$

$B_{26}=((-b^2)+0=(-b^2))=C_u^{(-b^2)}(A_{11});$

$B_{27}=(a^2+((-b^2)+0)=a^2+(-b^2))=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{25});B_{26});$

$B_{28}=(a^2-b^2=a^2+(-b^2))=C_{u;\ v}^{a^2;\ b^2}(A_{13});$

$B_{29}=(a^2+(-b^2)=a^2-b^2)=\mathrm{C}(B_{28});$

$B_{30}=((a+b)(a-b)=a^2-b^2)=\mathrm{T}^*(B_1;B_3;B_5;B_7;B_9;B_{11};B_{13};B_{15};B_{17};B_{19};B_{21};B_{23};$
$B_{25};B_{27};B_{29});$

$B_{31}=(a^2-b^2=(a+b)(a-b)=\mathrm{C}(B_{30});$

Заметим, что возможность получения формулы B_{30} из формул $B_1;B_3;B_5;B_7;B_9;B_{11};B_{13};B_{15};B_{17};B_{19};B_{21};B_{23};B_{25};B_{27};B_{29}$ по правилу T^* обеспечена за счет того, что $\mathrm{L}(B_1)=\mathrm{R}(B_1)$; $\mathrm{R}(B_1)=\mathrm{L}(B_3)$; $\mathrm{L}(B_3)=\mathrm{R}(B_5)$;

R(B_5)=L(B_5); L(B_5)=R(B_5); R(B_5)=L(B_7); L(B_7)=R(B_7); R(B_7)=L(B_9);

L(B_9)=R(B_9); R(B_9)=L(B_{11}); L(B_{11})=R(B_{11}); R(B_{11})=L(B_{13}); L(B_{13})=R(B_{13});

R(B_{13})=L(B_{15}); L(B_{15})=R(B_{15}); R(B_{15})=L(B_{17}); L(B_{17})=R(B_{17}); R(B_{17})=L(B_{19});

L(B_{19})=R(B_{21}); R(B_{21})=L(B_{23}); L(B_{23})=R; R(B_{23})=L(B_{25}); L(B_{25})=R(B_{25});

R(B_{25})=L(B_{27}); L(B_{27})=R(B_{27}); R(B_{27})=L(B_{29}); L(B_{29})=R(B_{29}).

Последовательность формул: $B_1; B_2; B_3; \ldots B_{30}; B_{31}$ является выводом формулы $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Практика построения подобных выводов, выделяющих «атомные» составляющие сложных мыслительных операций и процедур: позволяет во всей полноте ощутить «работу» свойств арифметических действий и их определяющую роль в процессе проведения тождественных преобразований рациональных выражений; способствует выработке таких качеств мышления, как строгость, четкость, гибкость, способность предвидения и правильной аргументации; представляет собой пропедевтический этап формирования навыков работы с конкретными символическими языками программирования.

Кроме того, наличие опыта таких построений, наполняет конкретным содержанием такие, часто употребляемые при переходе от одних утверждений к другим (в процессе проведения содержательных доказательств): словосочетания как: «по определенным логическим правилам», «по правилам формальной логики» и им подобные.

Понятно, что при изучении рациональных выражений в школьной алгебре 7-8 классов дать четкие формулировки правил формальной логики не представляется возможным. Тем не менее, уместно напомнить, что еще полвека назад А.А. Столяр отмечал: «Один из существенных дефектов установившейся практики преподавания математики в средней школе состоит в том, что логический язык математики не подчеркивается и не разъясняется в процессе обучения. Мы очень много рассуждаем о математических объектах, но совсем не рассуждаем об этих наших рассуждениях. На определенном этапе обучения целесообразно сделать предметом изучения сами эти рассуждения» [3] стр. 127.

Авторы полагают, что наиболее подходящим таким этапом является этап обучения математике в 10-11 классах в рамках проведения элективных курсов по обобщающе – логическому обоснованию школьного курса математики.

9.Аналогично построению вывода формулы $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ могут быть получены и выводы других формул сокращенного умножения.

С целью последующего использования этих формул, как (ранее доказанных) теорем, приведем их список:

$Ф_1 = (u^2 - v^2 = (u-v)(u+v))$;

$Ф_2 = ((u+v)^2 = u^2 + 2uv + v^2)$;

$Ф_3 = ((u-v)^2 = u^2 - 2uv + v^2)$;

$Ф_4 = ((u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3)$;

$Ф_5 = ((u-v)^3 = u^3 - 3u^2v + 3uv^2 - v^3)$;

$Ф_6 = (u^3 + v^3 = (u+v)(u^2 - uv + v^2))$;

$$Ф_7 = (u^3 - v^3 = (u-v)(u^2 + uv + v^2));$$

Отметим, что как и в случае со схемами аксиом, выражения $\hat{O}_1 - \hat{O}_7$ представляют собой схемы теорем. Т.е., если входящие в $\mathrm{L}(\hat{O}_i)$ и $\mathrm{R}(\hat{O}_i)$ символы $u; v$ заменить во всех местах их вхождения произвольными термами t_1 и t_2 соответственно, то вновь получившиеся формулы будут теоремами.

Построим с использованием схем теорем $\hat{O}_1 - \hat{O}_7$ вывод формулы

$$A = \left(\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2} \cdot \frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2} = x^2 - y^2\right)$$

$$B_1 = (x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)) = C_{u;\ v}^{x;\ y}(Ф_6)$$

$$B_2 = (x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)) = C_{u;\ v}^{x;\ y}(Ф_7);$$

$$B_3 = \left(\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2} = \frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2}\right) = C_{u}^{\frac{x^3+y^3}{x^2-xy+y^2}}(A_5);$$

$$B_4 = \left(\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2} = \frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}{x^2 - xy + y^2}\right) = \mathrm{S}(\mathrm{R}(B_3); B_1);$$

$$B_5 = \left(\frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}{x^2 - xy + y^2} = x + y\right) = C_{u;\ v}^{x+y;\ x^2-xy+y^2}(A_{10});$$

$$B_6 = \left(\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2} = x + y\right) = \mathrm{T}^*(B_3; B_4; B_5);$$

$$B_7 = \left(\frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2} = \frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2}\right) = C_{u}^{\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}}(A_5);$$

$$B_8 = (\frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2} = \frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{x^2 + xy + y^2}) = \mathrm{S}(\mathrm{R}(B_7); B_2);$$

$$B_9 = (\frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{x^2 + xy + y^2} = x - y) = C^{x-y;\ \ x^2+xy+y^2}_{u;\ \ \ v}(A_{10});$$

$$B_{10} = (\frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2} = x - y) = \mathrm{T}^*(B_7; B_8; B_9);$$

$$B_{11} = \frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2} \cdot \frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2} = \frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2} \cdot \frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2}) = C^{\frac{x^3+y^3}{x^2-xy+y^2} \cdot \frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}}_{u}(A_5)$$

$$B_{12} = (\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2} \cdot \frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2} = (x+y) \cdot \frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2}) = S(R(B_{11}); B_6);$$

$$B_{13} = (\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2} \cdot \frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2} = (x+y) \cdot (x-y)) = \mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{12}); B_{10});$$

$$B_{14} = (x^2 - y^2) = (x+y)(x-y)) = C^{x;\ \ y}_{u;\ \ v}(\Phi_1);$$

$$B_{15} = ((x+y)(x-y) = x^2 - y^2) = \mathrm{C}(B_{14});$$

$$B_{16} = (\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2} \cdot \frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2} = x^2 - y^2) = \mathrm{T}(B_{13}; B_{15});$$

Таким образом, последовательность формул B_1,B_2....B_{16} является выводом (доказательством) формулы A .

С целью наглядного представления вывода (доказательства), позволяющего выявить все его основные линии, используется метод наглядной интерпретации этого вывода посредством дерева.

Ниже (смотри рисунок 2) приводится дерево доказательства формулы A . Характер построения этого дерева определила специфика записи правил в форме силлогизмов Аристотеля. С целью сокращения записи в нем употребляются выражения вида $B_{14} = C(\Phi_2)$:$B_1 = C(A_5)$ и т. п. без конкретизации замен метасимволов термами. Поднимаясь по этому дереву снизу вверх, мы получаем возможность прослеживания особенностей получения нижележащих формул из формул, расположенных непосредственно над ними. Концевыми элементами этого дерева являются схемы аксиом и формул сокращенного умножения: A_5; A_{10}; Φ_1; Φ_6; Φ_7. Восхождение снизу вверх по дереву вывода от последней (доказываемой) формулы к схемам аксиом и ранее доказанным формулам представляет собой этап анализа этого вывода. Обратный процесс – процедуру синтеза.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{A_5}{B_{11}=C(A_5)};\quad \dfrac{\dfrac{A_5}{B_3=C(A_5)};\ \dfrac{\dfrac{A_5}{B_3=C(A_5)};\dfrac{\Phi_6}{B_1=\mathrm{C}(\Phi_6)}}{B_4=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_3);B_1)};\ \dfrac{A_{10}}{B_5=C(A_{10})}}{B_6=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{11});B_6)}}{B_{12}=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{11});B_6)};\quad \dfrac{\dfrac{A_5}{B_7=C(A_5)};\ \dfrac{\dfrac{A_5}{B_7=C(A_5)};\ \dfrac{\Phi_7}{B_2=C(\Phi_7)}}{B_8=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_7);B_2)};\ \dfrac{A_{10}}{B_9=C(A_{10})}}{B_{10}=\mathrm{T}^*(B_7;B_8;B_9)}}{B_{13}=\mathrm{S}(\mathrm{R}(B_{12});B_{10})};\quad \dfrac{\dfrac{\Phi_1}{B_{14}=C(\Phi_1)}}{B_{15}=\mathrm{C}(B_{14})}}{B_{16}=\mathrm{T}(B_{13};B_{15})}$$

Рисунок 2

С целью более наглядного отражения характера ветвления дерева вывода, удобно ограничиваться только фиксацией порядка получения одних его формул из других, без указания используемых при этом правил вывода (смотри рисунок 3).

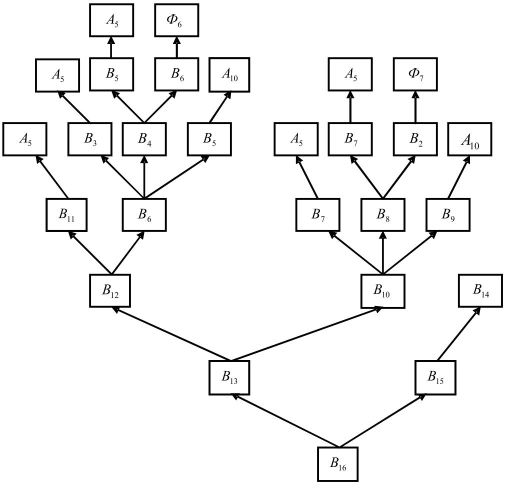


Рисунок 3

ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаров С.С., Дроботун Б.Н., Никитин А.А. Алгебраические и алгоритмические свойства логических исчислений : Монография. – Новосибирск: Издательство НГУ, 2008. – Ч.1. – 221 с.,2008. – Ч.2. – 376 с.

2. Столяр А.А. «Элементы математической логики в средней школе с математической специализацией». В книге: Обучение в математических школах. – М.: Просвещение, 1965, с.126-150.

3. Дроботун Б.Н., Мухамедзянова Н.И. К вопросу пропедевтики дедуктивных средств логических исчислений в рамках обучения школьным математическим дисциплинам. // Вестник ПГУ им. С. Торайгырова. Серия физико – математических наук. 2010.

Түйіндеме

Берілген жұмыста рационал өрнектердің логикалық есептемесін құрастыру және меңгеру кезінде дәлелдеу, алгоритм, есептеушілік және анықталғандық туралы қазіргі заман көзқарасын қалыптастыруына әсер ететін логикалық есептемелердің дедуктивті құралдарының пропедевтика мүмкіндіктері анықталады. Және де осы мүмкіндіктерді оқушылардың логикалық сауаттылығын қалыптастыру процесінде іскі асырудың әдістемелік нұсқаулар беріледі.

Resume

The present work reveals the possibilities of propaedeutics of deductive means of logical calculus which promote the formation of modern concepts of proving, algorithm, computability and definability on the basis of construction and study of rational expressions logical calculus and gives methodological recommendations for the realization of these possibilities in the process of forming the logical competence of students.

ӘӨЖ 004.42

ҚАШЫҚТЫҚТАН ОҚУ КУРСТАРЫН ЖОБАЛАУДЫ КОМПЬЮТЕРЛІК ІСКЕ АСЫРУ

Б.Ж. НҰРБЕКОВ, М.С. КАЗАНГАПОВА
С.Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті

Қашықтықтан оқыту курстарын жобалауда қатар оқытылатын курстарды реттеу үшін немесе бір курс ішінде оқытылатын тақырыптарды реттеу үшін топологиялық сұрыптау әдісінің идеяларын пайдаланамыз. Бұл үшін топологиялық сұрыптау алгоритмінің төмендегі модификацияланған түрін пайдаланамыз:

```
While Граф бос емес   do
begin
Ізашары жоқ төбелерді анықтау.
Осы төбелер тобын жақшаға алып шығару.
Графтар деректері және инциденттік доғаларды жою
end
```

Егер В курсы үшін А курсы бойынша материалды білу керек болса, онда A<B деп, белгілеиміз. Топологиялық сұрыптаудың мәні, бір-де бір курс, осы курсқа тірек болатын курстардан бұрын оқылмайды [1].

Тақырыптарды топологиялық әдіспен сұрыптау

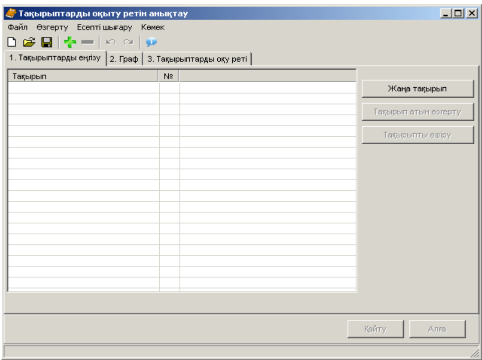
```
function TCourse.GetSortedList: Boolean;
var
a: array of Boolean;
  i, j: Integer;
function HasParent(Index: Integer): Boolean;
var
i: Integer;
begin
Result := False;
for i := 0 to Count - 1 do
if not a[i] then
if Matrix[i][Index] = 1 then begin
Result := True;
Break;
end;
end;
begin
Result := False;
if HasCycles then
Exit;
SetLength(a, Count);
SetLength(SortedList, Count);
for i := 0 to Count - 1 do begin
for j := 0 to Count - 1 do
if not a[j] then
if not HasParent(j) then begin
SortedList[i] := j;
a[j] := True;
Break;
end;
end;

Result := True;

end [2].
```

Ұсынылып тұрған CourseTopological жобасы келесі 14 модульден тұрады:

1. About.ddp
2. About.dfm

3. About.pas
4. CourseTopologicalApp.dpr
5. CourseTopologicalApp.dproj
6. CourseTopologicalApp.dproj.local
7. CourseTopologicalApp.exe
8. CourseTopologicalApp.identcache
9. CourseTopologicalApp.res
10. W2kMain.ddp
11. W2kMain.dfm
12. W2kMain.pas
13. W2kStrs.rc
14. W2kStrs.res

Бағдарламаның негізгі терезесі келесі суретте келтірілген.



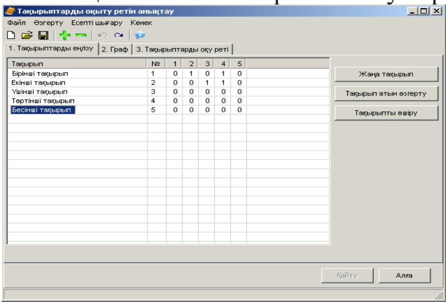
Сурет 1 - Бағдарламаның негізгі терезесі.

Негізгі әрекеттер бас менюге шығарылған:

- жана файл құру
- сақталған файлды ашу
- өзгерістерді файлға сақтау
- бағдарламадан шығу
- жаңа тақырып қосу
- тақырыптың атын өзгерту
- тақырыпты өшіру
- есепті шығарудың алдыңғы және келесі қадамдарына өту
- жоба туралы мәліметті көру.

Бағдарламамен жұмыс жасау үшін CourseTopologicalApp.exe файлды орындау керек.

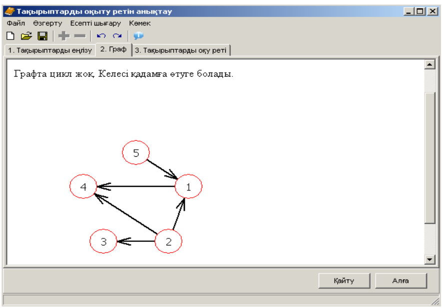
Бағдарламаға алдымен мәліметтерді еңгізу керек: тақырыптардың атауларын және байланыс матрицасын. Жаңа тақырып қосу үшін «Жаңа тақырып» батырмасын басу қажет. Тақырыптың атын өзгерту үшін оны таңдап сосын «Тақырыптың атын өзгерту» батырмасын басу керек, тақырыптың жаңа атын еңгізіп «Enter» пернесін басу керек.



Сурет 2 - тақырыптар атаулары, байланыс матрицасы.

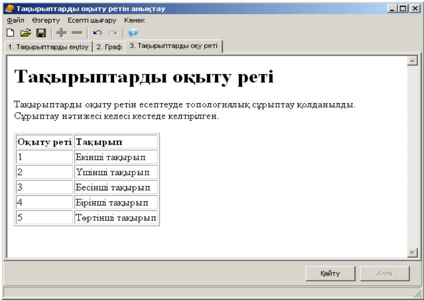
Терезедегі «Алға» батырмасын басқанда терезеде еңгізілген мәлімет бағытталған граф түрінде көрсетіледі. Онымен қоса Тереңге іздеу әдісімен графта циклдар бар немесе жоғы анықталып есептеу нәтижесі экранға жазылады:

- «Графта цикл жоқ. Келесі қадамға өтуге болады.»
- «Графта циклдар бар. Есептеуді жалғастыру мүмкін емес!» - бұл жағдайда есептің келесі қадамын есептеу мүмкін емес, сондықтан мәліметтерді еңгізу қадамына қайтып, байланыстар матрицасын өзгерту қажет.



Сурет 3 - Граф циклы

Терезедегі «Алға» батырмасын басқанда тақырыптарды оқытудың реті есептеледі. Топологиялық сұрыптау әдісі, еңгізілген тақырыптардың байланыстары туралы мәліметі ескеріп қолданылады. Нәтижесінде тақырыптарды оқыту реті кесте түрінде экранға беріледі.



Сурет 4 - тақырыптар оқыту реті.

Сонымен, қатар оқылатын курс бөлімдерін ажырата көрсетіп оқу курсының бағдарламасын оқу мазмұнына байланысты оңтайландыруды топологиялық сұрптаумен іске асыруға болады.

ӘДЕБИЕТТЕР

1. Толкачев Ф.В. Система упражнений по императивному программированию в фундаментальной подготовке будущих учителей информатики [Электронный ресурс]: дис. канд. пед. наук: 13.00.02. – М.: РГБ, (Из фондов Российской Государственной библиотеки), 2003;

2. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. Библиотека программиста. – СПб.: Невский Диалект, -2001, 235с.

Резюме

В этой статье рассматривается алгоритм топологической сортировки при проектировании дистанционного обучающего курса. В данной работе также различаются отдельные части курса, приспособление программы учебного курса в соответствии с учебным содержанием показано с помощью топологической сортировки.

Resume

The algorithm of topological sorting has been considered while making remote training course in this article. In the present work separate parts of a course, adaptations, and training course programs have been differed according to the educational maintenance, which is shown by means of topological sorting.

ӘӨЖ 378.147:004

ЖОҒАРЫ МЕКТЕПТЕ БІЛІМ БЕРУДІ АҚПАРАТТАНДЫРУ ЖАҒДАЙЫ, МӘСЕЛЕЛЕРІ ЖӘНЕ ПЕРСПЕКТИВАСЫ

Б.Ж. Нұрбеков, Ж.К. Нұрбекова
С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті

Білім беру үдерісінің сапасы мен тиімділігін жоғарлату, оның қоғам өмірінің барлық аймақтары бойынша қазіргі үрдістеріне сәйкестендірілу мақсаты білім беруді ақпараттандыру мәселелерімен тығыз байланыста болып табылады. Білім беруді ақпараттандыру республикамызда қабылданған бірқатар нормативті құжаттар шеңберінде (2002-2004жж ҚР білім беру жүйесін ақпараттандыру тұжырымдамасы (2001), Ақпараттнадыру туралы Заң (2007), 2015 жылға дейін ҚР білім беруді дамыту тұжырымдамасы және т.б.) жүзеге асырылады.

Бүгінгі күні ақпараттандыру бойынша атқарылатын маңызды міндеттерге

– ақпараттандыру платформасын таңдау және құру;

– ақпараттандырудың басты бағыттарын басқарудың корпоративтік жүйесімен біріктіру;

– жоғары мектеп қызметкерлеріне сыртқы және ішкі ақпараттық ресурстарға қол жеткізуді ұсыну;

– қашықтықтан оқыту технологиясын құру және дамыту;

– жоғары мектеп қызметкерлерінің біліктілігін ақпараттық технологиялармен жұмыс істеу аймағында жоғарлату;

– әлемдік ақпараттық кеңістіктегі жоғары оқу орынның ұстанымы үшін мемлекеттік және еуропалық тілдерде web-технологияларын дамыту;

– электрондық оқу құралдары мен оқулықтарын, кітапхана web-каталогын жобалау;

– бас отандық және шетел өндірістік компанияларымен, ақпараттық-телекоммуникациялық технология аймағындағы жүйелік интеграторлармен өзара пайдалы қызметтесуді қалыптастыру;

– білім берудің ақпараттық кеңістігін қорғаудың тиімді жүйесін жасау міндеттерін жатқызамыз.

Осы міндеттерге сәйкес ақпараттандырудың деңгейі жағдай индикаторлары – жоғары мектепте ақпараттандырудың жағдайы мен ереже параметрлері, көмектесу индикаторлары – білім беру үдерісін қолдайтын параметрлер (контекстті, үдерістің дамуы және оқыту деңгейі), тиімділік индикаторлары – бастапқы, орта мерзімді және ұзақ мерзімді жетістіктерге қатысты болатын параметрлер (қайтарым, нәтижелер, әсер ету және тиімділік) көрсеткіштерімен анықталады. [1]

Жоғары мектептің басты бағыттары бойынша ақпараттандыру платформасын таңдау және құрудың басты көрсеткіші – жоғары мектептің білім беру порталының жұмыс істеуі (жағдай индикаторы) болып табылады.

Білім беру порталы білім қызметтерін қолданушылары мен жеткізушілері үшін жаңа мүмкіндіктерді көрсету, сонымен қатар оқу орнының біртұтас ақпараттық-білім беруді құру арқылы білімді басқаруды жетілдіру мақсатында құрылады. Қойылған мақсат үшін білім беру порталы контенттің динамикалық қозғалысын, кеңейтілген іздеу механизмдері мен әр түрлі білім беру ресурстарына авторланған қатынауды қамтамасыз ететін, мультисервистік көптілдік сайт түрінде ұйымдастырылу қажет.

Білім беру порталы оқу орнының біртұтас білім беру ортасына ену нүктесі болып табылады. Порталдың корпоративтік қол жеткізу мен өзіндік интерфейсі арқылы деректердің біртұтас базасымен бірге негізгі ішкі жүйелерге қосылу мүмкіндігі болуы қажет. Мультисервистік білім беру ақпараттармен толықтырылуын және оның басқарылуын қамтамасыз ететін, on-line режимінде жұмыс істейтін «Оқу үдерісін жоспарлау», «Сабақ кестесі», «Абитуриент», «Контингент», «Деканат», «Тіркеуші» және т.б. жүйелерімен қамтамасыз етіледі. Автоматтандырылған жүйені өңдеудің модульдік қағидатын қолдану оқу орнының құрылымдық бөлімдерінің автоматтандыру міндетін декомпозиция және олардың әрқайсысының қызметтерінің бөлінуі есебінде жеңілдетеді.

Студенттің жеке кабинетінде электрондық оқу курстары мен оқулықтар орналастыру керек. Электрондық оқу курстарын ақпараттық-білім беру кеңістігіне қосу үшін электрондық оқу басылымдары бағдарламалау мен жобалаудың қазіргі технологиялары негізінде жоғары күрделілік деңгейінде мультимедиалық ортада орындалу қажет. Мысалы, қазірде Macromedia Flash 8, Macromedia Flash 9 ортасының Action Script 2.0, 3.0 бағдарламалаудың кірістірілген тілін немесе басқа скриптік тілдіқолдану, XML технологиясы мен үш өлшемді графикалық бағдарламалық өңдеуге арналған OpenGL, ActiveX құраушыларын қосумен бірге жүзеге асырылған орынды.

Порталда оқу материалдарынан басқа толық мәтінді электрондық кітапханада жұмыс істеу мүмкіндігі болу қажет. Сонымен қатар, студенттің өз-өзін бағалау мақсатында пәндер бойынша тестілеуден өтуге, оқу жетістіктерін ағымдағы семестрдегі және өткен академиялық кезеңдердегі үлгерімділіктерін қарау мүмкіндіктері бар.

[1] А.И. Тажигулова Жалпы орта білім беруді ақпараттандыру индикаторлары // ПМУ Вестник. Педагогикалық серия.-№2, 2009-265-275б.

Қашықтықтан білім беру технологиясын порталға кіріктіре отырып қашықтықтан оқытуды ұйымдастыру қажет. Қашықтықтан оқытуды ұйымдастыру бірқатар педагогикалық-психологиялық мәселелер мен шарттарға байланысты болады. Қашықтықтан оқытуды модельдеу желілік накты уақытта (On line), бетпе бет ұйымдастыру (Face to face), аралас (күндізгі-қашықтықтан оқыту) (Blending learning), кеңес берушінің жетекшілігімен өз бетімен оқу (Workshop) түрінде жүргізіледі. Қашықтықтан оқытуды желілік нақты уақытта ұйымдастыруда оқу материалын терең меңгертіп, сапалы бақылауды ұйымдастыру үшін web-камера мен жедел байланыс желісінің болуы шарт.

Көп компонентті ақпараттық білім беру ортасының жұмыс істеуінің көмектесу индикаторының бірі ретінде **о**қытушының студентпен сұхбатын қашықтықтан ұйымдастырудың инструменталдық жүйесінің жұмыс істеуі және оқытушының жеке кабинетіне қосу, яғни интерактивтік қашықтықтан оқытуды өңдеу интерфейсін қосуды айтуға болады. Инструменталдық жүйе көбінде техникалық және физика-математикалық профильдегі мамандарды дайындауда қолданылатын, түрлі символдарды және формулаларды, нысандарды сұхбат барысында пайдалануды ескереді. Қашықтықтан оқыту технологиясы бойынша тиімділік индикаторы қашықтықтан оқитындармен өзара байланыстарды ұйымдастыру тиімділігін жоғарлату, студенттердің бітіру жұмыстарын сапалы орындауға олардың мотивациясына әсер ету, студенттердің бітіру жұмыстар сапасын жоғарлату болып табылады.

Білім беру порталы ақпараттық қызметті көрсетіп қана коймайды, сонымен қоса портал қолданушылары – студенттер үшін сервистік білім беру порталын жүзеге асырады, бұл болашақ мамандарды дайындау сапасына жақсы әсер етеді.

Республикалық деңгейде жоғары оқу орындарының аралық электрондық кітапханасын цифрлық білім беру ресурстарымен, оқытудың интерактивтік құралдарымен толықтырылу мәселесін шешу қажет. Бұл цифрленген ресурстардың базасын құру және республикалық оқу-әдістемелік кеңестің электрондық оқу басылымдарын өңдеу бойынша жұмыстарды үйлестіруін қажет етді.

Оқу орнының қызметкерлеріне, профессор-оқытушылар құрамына сыртқы және ішкі ақпараттық ресурстарға қол жеткізуді ұсыну міндетінің жағдай индикаторы мультисервистік білім беру порталының, Республикалық жоғары оқу орын аралық кітапханада бірігумен жоғары оқу орын электрондық кітапханасының жұмыс істеуі болса, ал көмектесу индикаторы ретінде порталдың интерактивтілігінің, функционалдығының дамуы, үздік әлемдік электрондық ресурстарға интернетте кіру рұқсатын ұйымдастыруды атауға болады. Тиімділік индикаторы ретінде кітапханалық қорын сапаландыруды, оқу орын ғалымдары мен оқушыларымен өткізілетін ғылыми зерттеулер сапасы мен интенсивтілігін жоғарлауын, әлемдік ғылыми ресурстарды қолданумен дайындалған оқытылатын пәндер сапасын жоғарлауын айтуға болады.

Жоғары мектеп қызметкерлерінің біліктілігін ақпараттық технологиялармен жұмыс істеу аймағында жетілдіру ақпараттандырудың маңызды міндеті болып табылады. Қазіргі уақытта ақпараттық-телекоммуникациялық байланыс технологияларын қолдануда оқытушылардың біліктілігі маңызды болып табылады.

Әлемдік ақпараттық кеңістіктегі жоғары оқу орынның ролін жоғарлату үшін мемлекеттік және еуропалық тілдерде Web-технологияларын дамытуда жоғары интерактивтілігік, серпінділік, мультимедиалік және Web-ұстанымдылық белгілеріне ие болатын электрондық оқу басылымдарын жасап, Web-технологияларды жасау бойынша оқу орнының қызметкерлерінің ғылыми жобаларына қолдау көрсету сияқты көмектесу индикаторлары маңызды көрсеткіш болып табылады.

Бас отандық және шетел өндірістік компанияларымен, ақпараттық технология аймағындағы жүйелік интеграторларымен өзара пайдалы қызметтесуді қалыптастырудың жағдай индикаторына оқу орнының ақпараттық-байланыс технологиялары және теледидар мүмкіндіктерінің интеграциясы, дамыған Интернет-байланыс конференц-байланыс пен оқу теледидарының болуын айтамыз.

Ақпараттық-байланыс технологиялары мен теледидар мүмкіндіктерін біріктіру негізінде республикамыздың жоғары оқу орындары үшін оқу теледидар жүйесін ұйымдастыру қажет. Бұл тұрғыда оқу орынды аппарат-техинкалықпен қамтамасыз ету бойынша ұйымдастырылатын іс-шараларға телепортты таңдау мен жасау, оқу телехабар контентін, хабарлау торын жасау, Интернетте конференц-байланысқа шығу нүктелерін арттыру жұмыстарын жүргізу қажет. Аталған міндеттің тиімділік индикаторы ретінде интернет конференц-байланысы арқылы оқыту үдерісіне белгілі ғалымдар мен бас отандық және шетел IT-компанияларының өкілдерін тарту есебінде оқыту тиімділігін жоғарлату және алдыңғы қатарлы оқытуды қамтамасыз етуді атаймыз.

Компьютерлік техниканы қолдану тиімділігі анықтайық. Оқу сабақтарында интерактивтік жабдықтарды қолдану – интерактивтік жабдықты қолданумен бірге, интерактивтік режимінде оқу сабақтары өткізіледі: интерактивтік тақтасы бар дәрістік зал ұйымдастырылған, мобильдік үшін жылжымалы интерактивтік тақта қолданылады. Интерактивтік тақта мен дайындалған флип-чарттарды қолдану мақсатты түрде және дидактикалық негізделген түрде жүзеге асырылады.

Интерактивті тақта ақпаратты жіберу үрдісін басқаруға мүмкіндік береді, яғни презентациядан жекелеген объектілерді белгілеп көрсетіп және оларға түсініктер жасауға болады. Және өзгертулер мен түзетулер жасап және келесі өзгертулер мен қолдану мақсатында сабақ материалын сақтауға болады. Ол үшін электрондық қалам қолданылады. Интерактивті тақтаның программалық жабдығының мүмкіндігін іске асыру үшін кәдімгі бор тақтамен дәстүрлі жұмыс тәсілін және интерактивті мультимедиялық құралдар жиынының мүмкіндігін қолдануға болады.

Электрондық курстар оқу материалының Web-бағдарлығымен және виртуалдығымен, серпінділігімен, оқытудың қызметтік сипатын қамтамасыз ететін жоғары интерактивтілігімен айрықшалану қажет. Бағдарламалық құралдар негізінде деректердің иерархиялық құрылым түрінде ақпараттық біріктіру технологиясын қолдану орынды. Бағдарламалар аудитория жұмысы үшін де, ғылыми зерттеу жұмысын жүргізу үшін де қолданылу керек. Бағдарламалар негізінде гиперсілтемелер, мультимедиа элементтері, аудио, бейне файлдары, графиктер қамтылып, әр түрлі тесттер арқылы тестілеу түрінде білімдерді бақылау, бағдарламалармен бірге оқытатын өзара интерактивтік әрекеттесу мүмкіндігін электрондық курстарда жүзеге асыру қажет.

Республикалық деңгейдегі шешуді талап ететін мәселелерге қашықтықтан оқыту технологиясы бойынша студенттердің санының өсуімен байланысты кітапханалық қордағы қағаз түрінде сақтауға қарағанда, цифрлік білім беру ресурстарына үлкен қажеттілік туады. Материалдық және басқа активтерге қойылатын мемлекеттік стандарттардың нормативтік талаптарында келтірілген контингентке келетін техника саны, оқу аудандары мен басқа ресурстар, соның ішінде ақпараттық ресурстар бойынша параметрлері қайта қарауды қажет етеді.

Прожектор құралын пайдалануға болатыны, ол материалдың басты емес элементтерін қараңғылауға мүмкіндік береді және студенттердің назарын аудару үшін тақтадағы басты элементтерге жарық түсіру мүмкіндігі, ішкі-сыртық жазба құралының көмегімен оқытушы мен студенттің келесі жұмыста пайдалануға болатын, интерактивті тақтадан барлық әрекетті және оқытушының дауысын таспаға жазып алу мүмкіндіктері web-камера және интерактивті тақтаның Интернет арқылы нақты режимде бейнедәріс жүргізуді әдістемелік толық қамтамасыз етеді.

Қашықтықтан оқытудың педагогикалық жүйесін ұйымдастыруда қашықтықтан оқытудың дидактикасын қалыптастыру, ұғымдық-категориялық аппаратын анықтауды, қашықтықтан оқытудың, жалпы виртуалдық білім беру ортасында оқытудың теориялық негізін, қашықтықтан оқытуға оңтайлы және тиімді оқу-әдістемелік кешендердің құрамының анықтау, қашықтықтан оқытуға арналған оқу материалдарының құрылымы мен мазмұнын беру жолын анықтау, оқу материалын қашықтықтан оқыту жүйесінде берудің психологиялық-эргономикалық талаптарын анықтау, қашықтықтан оқыту жүйесінде оқытуды ұйымдастырудың, оқыту құралдарын дидактикалық орынды қолдануды көздейтін әдістемені жасау, жаңа ақпараттық технологияларға негізделген оқыту жүйесіндегі іс-әрекетке студенттер мен оқытушылар дайындықтарын қалыптастыру мәселелерін шешу қажет. Бұл мәселелер әр саланың мамандарын, педагог, психолог, инженер, ақпараттық технологиялар мамандарының біріккен жұмысын қажет етеді.

Мемлекеттік білім беру стандарттарына сай барлық пәндер бойынша қашықтықтан оқыту технологиясы бойынша білім беру үдерісін өткізуді қамтамасыз ететін, бағдарламалық қамтамасыз ету мен арнайы техникалық жабдықтар жинағымен құралдандыру қажет.

Қазақстан Республикасында оқу теледидарын құру мен дамыту тұжырымдамасына сай теледидарлық цифрлық оқу мультимедиа-индустриясын құру мен дамыту міндеті тұр. Ол мемлекеттік тілдің басым сипаттағы дамуын қамтамасыз етуге, өсіп келе жатқан буынды тәрбиелеудегі отбасы ролін күшейтуге көмектесуге, білім беру қызметтерінде халық қажеттіліктерін өңдеуге, студенттер мен оқушыларды оқыту сапасын жоғарлатудағы білім беруді ұйымдастырудың педагогикалық ұжымына ғылыми-әдістемелік көмек көрсетуге, студенттер мен оқушылардың өздік оқу-танымдық қызметінің персонификациясына, оқытушылардың кәсіби дайындығын жетілдіруге, полилингвистикалық білім берудің тәжірибелік бағыттылығы мен маңыздылығын жоғарлатуға бағытталған. Осыған байланысты ҚР жоғары оқу орындары үшін оқу теледидар жүйесін ұйымдастыруда қажеттілік туады.

Резюме

В данной статье рассматривются вопросы качества и повышения эффективности процесса обучения. Представлены результаты исследования состояния, проблем и перспектив информатизации образования в высшей школе.

Resume

This article considered the issues of quality and efficiency of the learning process. The results of the study states, problems and prospects of informatization of education in high school.

УДК 512.544.27

ЛОКАЛЬНО - КОНЕЧНЫЕ МИНИМАЛЬНЫЕ НЕ FC-ГРУППЫ И ПРОБЛЕМА МИНИМАЛЬНОСТИ В КЛАССЕ ЛОКАЛЬНО - КОНЕЧНЫХ ГРУПП ЧАСТЬ 1

И.И. Павлюк
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

В этой части помещены результаты, которые необходимы для решения проблемы минимальности в классе локально-конечных групп.

Под локально конечной группой будем понимать, как обычно, группу в которой каждое конечное множество элементов порождает конечную подгруппу. С.Н. Черников сформулировал проблему в 1940 году: будет ли бесконечная группа с условием минимальности (в частности, локально - конечная группа [1]), черниковской? Под черниковской группой мы понимаем конечное расширение абелевой группы с условием минимальности [2, 3]. Тесным образом с проблемой Черникова связана проблема Шмидта: каковы все бесконечные группы, собственные подгруппы которой конечны [4]? Развитию положительной теории в направлении решения этих проблем в классе локально - конечных групп посвящено много работ. Пальма первенства и ведущая методологическая роль в решении проблемы Шмидта в классе локально - конечных групп принадлежит М.И. Каргаполову [5], а в решении проблемы Черникова - В.П. Шункову [6]. Дальнейшие исследования в этом направлении связаны с ослаблением условия минимальности для подгрупп и наложением его на отдельные типы подгрупп. Так В.П. Шунков в классической работе [6] решает проблему минимальности Черникова в классе локально - конечных групп, а так же усиливает этот результат в классе локально - конечных групп с условием минимальности для абелевых подгрупп [7]. Тем самым была установлена равносильность условия минимальности для подгрупп и условия минимальности для абелевых подгрупп в классе локально - конечных групп. Эти работы послужили примером и одним из основных источников для дальнейших обобщений уже в классе периодических групп с некоторыми ограничениями. Использование локального метода, возникшего в глубине исследований конечных групп, и расширенного

В.П. Шунковым и другими авторами на класс локально - конечных групп, позволило получить ряд замечательных результатов о локально - конечных группах. Этот метод системно представлен в монографии О. Кегеля и Б. Верфрица [8]. Центральное место в монографии занимает проблема Черникова для локально - конечных групп, базирующаяся на исследовании В.П. Шункова и других авторов.

Изучение локально - конечных групп, все собственные подгруппы которых имеют не более чем конечное число сопряженных элементов в этих подгруппах (FC-подгруппы), рассматривается как обобщение ситуации, возникающей в направлении исследования проблемы Черникова. Действительно, условие минимальности для подгрупп позволяет вести индуктивные рассуждения, в силу которых, если существует подгруппа H, удовлетворяющая условию минимальности для подгрупп, но не являющаяся черниковской группой, то в H найдется такая нечерниковская подгруппа K, все собственные подгруппы которой будут уже черниковскими. Легко видеть (Лемма 3.2), что факторгруппа $K/Z(K)$, где $Z(K)$ - центр группы K, должна быть в этом случае простой группой. Таким образом, проблема минимальности в классе локально конечных групп сводится к вопросу: верно ли, что локально - конечная группа, все собственные подгруппы которой черниковские группы, будет не простой? Работы В.П.Шункова и других авторов показали, что это действительно так. Ответ на этот вопрос остается положительным, если требование быть черниковской группой, наложенное на все собственные подгруппы, заменить одним из:

1) все примарные подгруппы являются черниковскими;

2) все собственные подгруппы являются почти абелевыми.

Напомним, что *почти абелевой* группой называется группа, являющаяся конечным расширением абелевой группы [2]. Каждого в отдельности ограничения, отмеченного в 1) и 2), достаточно для положительного решения вопроса [11, 10, 12, 9, 13]. С точки зрения техники доказательства и развития метода целесообразно рассмотреть условие

3) все собственные подгруппы (почти) FC-группы.

В работе рассматриваются локально - конечные минимальные не (почти) FC-группы, т.е. локально - конечные не (почти) FC-группы, все собственные подгруппы которых являются (почти) FC-группами. Здесь уточняется и развивается понятие «сигма-эквивалентности», введенное В.В. Беляевым [14, 9]. Частные свойства соизмеримости двух подгрупп в некоторой группе неоднократно рассматривались в работах В.П.Шункова (в частности, в [15]). Общая ситуация и отношение индексной эквивалентности на элементах не локально конечной группы была опробована автором в [16, 17]. Там же было введено понятие модулятора элемента группы и необходимая символика.

§1. Определения и базовые леммы

1.1 Определение. *Элемент* b *сравним с элементом* a $(a :\equiv b)$ *в группе* G, *если индекс* $|C(a) : C(a) \cap C(b)| < \infty$ *(конечен), т.е. верна формула*

$$(a :\equiv b) \Leftrightarrow (C(a) :\equiv C(b)).$$

1.2 Определение. *Элементы* a *и* b *индексно эквивалентны* $(a_{\mathrm{i}} \equiv b)$ *в группе* G, *если их централизаторы в G соизмеримы, т.е. верна формула*

$$(a_{\mathrm{i}} \equiv b) \Leftrightarrow (C(a) \equiv C(b)).$$

Бинарное отношение $" :\equiv "$ заданное на элементах произвольной группы G обладает свойствами:

1.2.1) если $(a :\equiv b)$ и $(a :\equiv c)$, $a, b, c \in G$, то $a :\equiv b$;

1.2.2) если $(a :\equiv b)$, $a, b \in G$, то $\varphi(a) :\equiv \varphi(b)$, где φ - некоторый автоморфизм группы G.

Очевидно, из свойства (1.2.2) легко следует инвариантность сравнимости ($:\equiv$) элементов в группе G, а также индексной эквивалентности ($\equiv$) элементов, относительно действия автоморфизмов группы G.

1.3 Определение. *Модулятором элемента а группы* G *в группе* G *назовём множество* $M_G(a)$ *элементов группы* G *такое, что для любого элемента* $x \in M_G(a)$ *х сравнимо с* a $(a :\equiv x)$ *в группе* G, *т. е. верно равенство*

$$(M_G(a) = \{x / a :\equiv x,\ x \in G\} \cdot$$

Нетрудно видеть, что $M_G(a)$ – подгруппа группы G (свойство 1.2.1).

1.4 ЛЕММА. *Элементы а и b группы* G *тогда и только тогда индексно эквивалентны* $(a_{\mathrm{i}} \equiv b)$ *в группе* G, *когда их модуляторы равны* $(M(a) = M(b))$, *т.е. справедлива формула*

$$(a_i \equiv b) \Leftrightarrow (M(a) = M(b)),$$

где $\Leftrightarrow$ эквиваленция соответствующих высказываний.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. *Необходимость*. Если $(a_{\mathrm{i}} \equiv b)$, то $(a :\equiv b)$ и $(b :\equiv a)$. Отсюда следует, что $\forall x \in M(a)$, $x \equiv: a$, но $b :\equiv a :\equiv x$. Далее из транзитивности отношения $" \equiv: "$ следует, что $x \in M(b)$. Таким образом, $M(a) \leq M(b)$. Аналогично устанавливается, что $M(b) \leq M(a)$. Из этих соотношений следует $M(a) = M(b)$.

Достаточность. Пусть $M(a)=M(b)$. Отсюда следует, что $a \in M(b)$ $(b :\equiv a)$ и $b \in M(a)$, $(a :\equiv b)$. Из соотношений $(a :\equiv b)$ и $(b :\equiv a)$ следует $a {}_i\equiv b$.

Лемма доказана.

1.5 ЛЕММА. *Пусть G – бесконечная группа,* $x \in M(a) \setminus e$. *Если* $[a,x] \neq e$, *то* $(\forall g \in G)(a^g \in M(a)), a {}_i\equiv a^g$ è $M(a)=M(a^g)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Так как $a \in M(a)$ и $M(a)$ – подгруппа G, то $(\forall g \in G)(a^g \in M(a)), a_i \equiv a^g$ *и* $M(a)=M(a^g)$. Очевидно, $a^x \equiv: a$. Так как $(C(a))^x = C(a^x)$ [20. с.69] и $C(a) \cong C(a^x)$, то из соотношения $a^x \equiv: a(|C(a) : C(a) \cap C(a^x)| < \infty)$ следует, что подгруппа $Q = C(a) \cap C(a^x)$ имеет конечный индекс в $C(a^x)$. Отсюда, очевидно, следует $a \equiv: a^x$ и $a {}_i\equiv a^x$.

Так как $|a^G| = |G : C(a)|$ [2 (теорема 2.5.6)], то из $a^x {}_i\equiv a$ следует, что $|(a^x)^{C(a)}| < \infty$. Поскольку отношение „${}_i\equiv$” инвариантно относительно действия внутренних автоморфизмов группы G (свойство 1.2.2.), то верно сравнение $(\forall g \in G)(a^{xg} \equiv a^g)$. Отсюда следует, что $|C(a^{xg}) : C(a^{xg}) \cap C(a^g)| < \infty$ и $|C(a^g) : C(a^g) \cap C(a^{xg})| < \infty$. Теперь нетрудно заметить, что $|\{(a^{xg})^{C(a^g)}\}| < \infty$ и $|\{(a^g)^{C(a^{xg})}\}| < \infty$ для любого фиксированного $g \in G$.

Из последнего соотношения следует, что $|\{a^{C(a^x)g}\}| < \infty$. Далее рассмотрим разложение группы G на смежные классы $gC(a^x) = gC$ по подгруппе $C = C(a^a)$. Очевидно, произведение двух произвольных элементов, из которых первый взят со смежного класса aC, а второй – со смежного класса bC, принадлежит тому же классу, что и произведение ab. Элементы смежных классов aC и bC можно представить в виде ac и bs соответственно, где $c, s \in C$ а их произведение - $acbs$. Поскольку, $acbs \in abC$, то существует элемент $h \in C$ такой, что $acbs = abh$ и $csb = bh$, или $cb = bhs^{-1}$. Очевидно, $hs^{-1} = z \in C$ и $cb = bz$. Таким образом, каждый левый смежный класс $g_i C(a^x)$ группы G по подгруппе $C(a^x)$ содержится в некотором правом смежном классе $C(a^x)g_j$. Поскольку множество $\{a^{C(a^x)g}\}$ конечно, то, как легко видеть, множество $\{a^{gC(a^x)}\}$ так же конечно, где g фиксировано. Отсюда следует, что

$a^g \equiv: a^x$. Поскольку $C(a^g) \cong C(a^x)$, то $a^g{}_i \equiv a^x$. Отсюда и сравнения $a^x{}_i \equiv a$ следует, что $a^g{}_i \equiv a$. По Лемме 1.4 $M(a) = M(a^g)$.

Лемма доказана.

§2. Известные результаты, вспомогательные леммы и предложения

Мы используем в своих исследованиях ряд классических результатов В. П. Шункова, полученных им для описания локально - конечных и периодических групп [22]. Мы опираемся также на известную теорему Томпсона-Фейта [19] о разрешимости конечной группы нечетного порядка. Предложение 2.3 дает нам критерий, при каком условии почти FC-группа будет FC-группой. Для этого достаточно, чтобы в ней все неединичные элементы были индексно эквивалентны. Лемма 2.4 и Предложение 2.7 дают информацию о простой минимальной не почти FC-группе с индексно - эквивалентными неединичными элементами. Оказывается, в такой группе бесконечные собственные подгруппы соизмеримы и финитно-аппроксимируемы. В Предложении 2.5 продолжается изучение простой минимальной не почти FC-группы, с индексно - эквивалентными неединичными элементами и с бесконечным централизатором некоторого неединичного элемента. В такой группе любые две собственные бесконечные подгруппы порождают собственную подгруппу. В Лемме 2.20 продолжается изучение почти FC-группы, в которой собственные подгруппы FC-группы. Группа с такими условиями будет либо FC-группой, либо черниковской группой определенного типа. Предложение 2.21 утверждает, что не FC почти FC-группа, всякая собственная подгруппа которой FC-группа, есть черниковская группа отличная от своего коммутанта. Предложение 2.26 дает описание бесконечной FC-группы, все собственные подгруппы которой коммутативны. Такая группа сама коммутативна. Предложения 2.27 и 2.28 раскрывают элементарные свойства минимальных не почти FC-групп. В параграфе приведен ряд результатов из монографии [8] (2.12, 2.13, 2.15, 2.19), а также результаты С. Н. Черникова (2.14, 2.22). Основным результатом параграфа является Лемма 2.20, дающая описание почти FC-группы с собственными FC-подгруппами. В доказательстве этой леммы ярко демонстрируется значение для теории групп понятия модулятора элемента. Лемма 2.31 дает описание периодических групп с черниковским коммутантом. Они почти FC-группы.

2.1 (ТЕОРЕМА ТОМПСОНА-ФЕЙТА [19]). *Конечная группа нечетного порядка разрешима.*

2.2 (ТЕОРЕМА ШУНКОВА [20]). *Периодическая группа с почти регулярной инволюцией локально - конечна, почти разрешима и почти FC-группа [21].*

2.3 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Пусть G -почти FC-группа с индексно - эквивалентными неединичными элементами. Тогда* $G = M_G(e)$ *и* G *- FC-группа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. По условию группа G обладает FC-подгруппой F конечного индекса. Так как $(\forall x \in F)(|G : C(x)| < \infty)$, то $F \le M_G(e)$. Отсюда следует, что $|G : M(e)| < \infty$. Пусть $g \in G \setminus M_G(e)$, $a \in M(e) \setminus e$. По условию $g_i \equiv a$, т.е. $|C(a) : C(a) \cap C(g)| < \infty$, $|C(g) : C(g) \cap C(a)| < \infty$. Так как $|G : C(a)| < \infty$ и $g \equiv: a$, то $|G : C(g)| < \infty$ и $a_i \equiv g$. Таким образом, в группе G один класс индексно эквивалентных элементов и $M(e) = G$ - FC-группа.

Предложение доказано.

2.4 ЛЕММА. *Пусть G-простая минимальная не почти FC-группа с индексно - эквивалентными неединичными элементами. Тогда в группе G бесконечные собственные подгруппы соизмеримы.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть A, B - бесконечные собственные подгруппы G. По Предложению 2.3 A и B - FC-группы. Пусть $a \in A \setminus e, b \in B \setminus e$. Так как $a \equiv b$, то $C(a) \cap C(b) = C_{ab}$ имеет конечный индекс в $C(a)$ и $C(b)$. Очевидно, $|A : C_A(a)| < \infty$, $|B : C_B(b)| < \infty$. Поскольку A и B – бесконечны, то $C_A(a)$ и $C_B(b)$ также бесконечны. Нетрудно видеть, что $|C_B(b) : C_B(b) \cap C_{ab}| < \infty$ и $|C_A(a) : C_A(a) \cap C_{ab}| < \infty$. Отсюда следует, что $|B : B \cap C_{ab}| < \infty$ и $|A : A \cap C_{ab}| < \infty$. Подгруппа $M_1 = гр(C_G(a), C_G(b))$ собственная в G (Предложение 2.5). Отсюда следует, что $M_1 = гр(C_A(a), C_B(b))$ собственная в G. Легко видеть, что индекс $|M_1 : M_1 \cap C_{ab}|$ конечен и $M_1 \cap C_{ab} \le C_A(a) \cap C_B(b)$, $|C_A(a) : C_A(a) \cap C_B(b)| < \infty$, $|C_B(b) : C_A(a) \cap C_B(b)| < \infty$ |. Так как $|B : C_B(b)| < \infty$, $|A : C_A(a)| < \infty$ и $C_B(b) \cap C_A(a) \le A \cap B$, то $|A : A \cap B| < \infty$ и $|B : A \cap B| < \infty$.

Лемма доказана.

2.5 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Пусть G -простая минимальная не почти FC-группа с бесконечным централизатором некоторого неединичного элемента и с индексно - эквивалентными неединичными элементами. Тогда бесконечные собственные подгруппы A и B группы G порождают собственную подгруппу.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Поскольку в группе G неединичные элементы индексно - эквивалентны и централизатор некоторого неединичного элемента бесконечен, то централизатор любого элемента группы G бесконечен. По Предложению 2.3 подгруппы A и B – FC-группы. Рассмотрим группу $K = гр(A, g)$, где $g \in G \setminus e$. Так как A - FC-группа и в группе

G неединичные элементы индексно эквивалентны, то $|A:A\cap C(g)|<\infty$. Пусть $A_1 \leq C(g)$ нормальная подгруппа из A конечного индекса в A. Очевидно, $гр(A,g)<N(A_1)<G$. Нетрудно видеть, что $|B:B\cap C(g)|<\infty$ и существует подгруппа $B_1 \lhd B, B_1<C(g)$, $|B:B_1|<\infty$. Так как $C(g)$ почти FC-группа, то она обладает FC-подгруппой R конечного индекса. Нетрудно видеть, что $|B_1:B_1\cap R|<\infty$ и $|A_1:A_1\cap R|<\infty$. Очевидно $|B:B\cap R|<\infty$, $|A:A\cap R|<\infty$. Отсюда следует, что существуют конечные множества элементов $a_1,a_2,...,a_n \in A$ и $b_{n+1},b_{n+2},...,b_m \in B$ такие, что $A\leq гр(R,a_1,a_2,...,a_n)$, $B\leq гр(R,b_{n+1},b_{n+2},...,b_m)$. Рассмотрим группу $H=гр(R,a_1,a_2,...,a_n,b_{n+1},b_{n+2},...b_m)$. Подгруппы $H_1=гр(R_1,a_1)$, $H_2=гр(H_1,a_2),...,H_m=гр(H_{m-1},b_m)$, по установленному ранее, собственные и $A,B\leq H_m=H<G$.

Предложение доказано.

2.6 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Почти абелева FC-группа G соизмерима со своим центром $Z(G)$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть R – абелева группа из G конечного индекса в G и $G=гр(R,a_1,a_2,...,a_n)$. Так как G - FC-группа, то $\forall a_i$ $|G:C(a_i)|<\infty$ ($i=1,2,...,n$). Очевидно,

$$\mathrm{B}=\bigcap_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\mathrm{C}(\mathrm{a}_{\mathrm{i}})\bigcap \mathrm{R}$$

имеет конечный индекс в G и $B\leq Z(G)$. Отсюда следует, что $|G:Z(G)|<\infty$ и $\mathrm{G}_{\mathrm{i}}\equiv \mathrm{Z(G)}$.

Предложение доказано.

2.7 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Пусть G - простая минимальная не почти FC-группа с индексно - эквивалентными неединичными элементами. Тогда в группе G собственные подгруппы финитно аппроксимируемы.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть M – собственная бесконечная подгруппа из G, $\mathrm{g}\in \mathrm{G}\setminus \mathrm{e}$. Так как M - FC-группа (2.3) и неединичные элементы индексно - эквивалентны в G, то $|M:M\cap C(g)|<\infty$. Отсюда следует, что $|M:M\cap M^g|<\infty$. Так как группа G простая, то

$$\bigcap_{g=G} M \bigcap M^g = \bigcap_{g=G} M^g = e.$$

Предложение доказано.

2.8 ([22] В.П. Шунков). *Группа тогда и только тогда является черниковской 2-группой, когда она 2-группа и в ней некоторая максимальная элементарная абелева подгруппа конечна.*

2.9 ОПРЕДЕЛЕНИЕ [8]. *Пусть G –группа, p – простое число. Тогда подгруппа P называется силовской p-подгруппой группы G, если она является максимальной p-подгруппой группы G и содержит изоморфную копию каждой p-подгруппы группы G.*

Пусть $Syl_p(G)$ – множество всех силовских p-подгрупп группы G, а $Max_p(G)$ – множество всех максимальных p-подгрупп группы G. Очевидно, $Syl_p(G) \leq Max_p(G)$. Если все максимальные p-подгруппы группы G изоморфны, то все они являются силовскими p-подгруппами. Таким образом, силовские p-подгруппы конечной группы являются в точности ее максимальными p-подгруппами.

2.10 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Если локально - конечная группа G содержит конечную максимальную p-подгруппу P, то все максимальные p-подгруппы группы G сопряжены в G.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть Q – произвольная конечная p-подгруппа группы G. Так как G – локально - конечная группа, то $K = гр(Q, P)$ – конечна. По теореме Силова [2], применительно к конечной группе К, $P = K^{-1}QK \leq P$. Таким образом, каждая p-подгруппа группы G конечна. Если же Q является максимальной p-подгруппой группы G, то P и Q сопряжены.

Предложение доказано.

2.11 ОПРЕДЕЛЕНИЕ [18]. *Пусть G – группа, H – ее собственная подгруппа, содержащая инволюции. Подгруппа H называется сильно вложенной в G, если пересечение $H \cap H^g$ $(g \in G \setminus H)$ не содержит инволюций.*

2.12 (ТЕОРЕМА 4.24 [8]). *Если локально - конечная группа G обладает сильно вложенной подгруппой H, то справедливо одно из следующих утверждений*:

1)конечные 2-подгруппы группы G циклические или (обобщенные) группы кватернионов;

2) $O(G)=\bigcap\limits_{g\in G} H^g$ и факторгруппа $G/O(G)$ имеет единственную минимальную нормальную подгруппу $M/O(G)$, которая изоморфна одной из групп PSL(2,F), PSU(3,F) или Sz(F) для подходящего локально - конечного поля характеристики 2 и G/M – абелева группа, все элементы которой имеют нечетные порядки.

2.13 (ТЕОРЕМА 4.30 [8]). *Пусть* G *– бесконечная локально - конечная простая группа с конечной силовской 2-подгруппой S. Если для каждой инволюции* $i\in S$ *факторгруппа* $C(i)/O(C(i)$ *конечна, то для каждой пары* s,t *инволюций из S, таких, что* $s^a,t^b,x^c\in S$, $s^a\cdot t^b=x^c$ *и порядок* $\left|C_S(x^c)\right|$ *максимален среди порядков централизаторов в S элементов из S сопряженных с* x *в* G. *Центр группы S – элементарная абелева группа*.

2.14 (С.Н.Черников [3]). *Бесконечная почти локально - разрешимая группа, обладающая конечной силовской p-подгруппой, обладает подгруппой конечного индекса, не содержащей p-элементов.*

2.15 (ТЕОРЕМА 4.4 [8]). *Бесконечная группа* G *проста тогда и только тогда, когда она обладает локальной системой состоящей из счетных бесконечных простых подгрупп.*

2.16 (ТЕОРЕМА ШМИДТА [2]). *Расширение локально - конечной группы при помощи локально - конечной группы локально - конечно*.

2.17 (Ю.К. Горчаков [23]). *Если в FC-группе коммутант подгруппы конечного индекса конечен, то коммутант самой группы конечен.*

2.18 ОПРЕДЕЛЕНИЕ [8]. *Группой Фробениуса называется группа* G, *которая содержит подгруппу H такую, что H<G и* $(\forall \mathrm{g}\in \mathrm{G}\setminus \mathrm{H})(H\cap H^g=\mathrm{e})$. *Подгруппу H группы Фробениуса* G *называют дополнением (Фробениуса) группы* G.

2.19 (ТЕОРЕМА 1.V.2 [8]). *Пусть H – дополнение локально - конечной группы Фробениуса. Тогда G содержит единственное ядро*

$$\mathrm{K}=(\mathrm{G}\setminus\bigcup_{\mathrm{g}\in \mathrm{G}}\mathrm{H}^{\mathrm{g}})\bigcup<e>$$

и K является нормальным делителем группы G. Подгруппа К нильпотентна и существует множество простых чисел π такое, что G - π - замкнута и $K=O_{\mathrm{p}}(G)$. Любое дополнение группы G сопряжено с H

элементом из K. Любая абелева группа из H локально-циклическая. Если S – нетривиальная подгруппа из G, такая, что $K \cap S = e$, то $Z(S) \neq e$ и S сопряжена с подгруппой дополнения H.

2.20 ЛЕММА. *Почти FC-группа G, в которой собственные подгруппы FC-группы, либо FC-группа, либо черниковская группа вида $G = A \quad \lambda$ <a>, где A – квазициклическая примарная группа, <a> - конечная циклическая примарная группа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим, что группа G не является FC-группой. Пусть H – ее подгруппа конечного индекса, $M(g)$ – модулятор произвольного элемента $g \in G$.

Если $(\forall g \in G)(M(g) = G)$, то G - FC-группа (2.3). Противоречие. Таким образом, в группе G существует элемент $a \neq e$ такой, что $M(a) < G$ (собственная подгруппа).

Если предположить что $|C(a)| < \infty$, то $M(a) = G$. Противоречие. Таким образом, $C(a)$ – бесконечная группа. Поскольку $|G : H| < \infty$, то $|C(a) : C(a) \cap H| < \infty$. Отсюда следует, что $C(a) \cap H$ – бесконечная группа. Так как H – собственная FC-группа, то $(\forall h \in H)(|G : C(h)| < \infty)$. Отсюда следует, что $M(a)$ – бесконечная группа. Так как

$$M(e) = \bigcap_{g \in G} M(g) = FC(G),$$

то, очевидно, $M(e) < G$, $H \leq M(e)$, $|G : M(e)| < \infty$. Отсюда имеем, $|G : C(a)| < \infty$ и $M(a) \leq M(e)$. С другой стороны $M(e) \leq M(a)$. Таким образом, $M(a) = M(e) = FC(G)$.

Так как G не FC-группа, а $|G : M(e)| < \infty$, то существует элемент $x \in G \setminus M(e)$. Предположим, что $M(x) < G$. Тогда $M(x)$- FC-группа и $M(e) = M(a) \leq M(x)$, $a \in M(x)$. А так как $C(x)$ в этом случае бесконечен, то $|C(x) : (x) \cap M(e)| < \infty$ и $M(e) \leq M(x)$. Отсюда следует, что $x \in M(e)$. Противоречие. Таким образом, $M(x) = G$.

Предположим, что $M(x) < G$. Тогда $M(x)$ - FC-группа и $M(1) = M(a) \leq M(x)$, $a \in M(x)$. А так как $C(x)$ в этом случае бесконечен, то $|C(x):(x)\cap M(e)|<\infty$ и $M(e)\le M(x)$. Отсюда следует, что $x\in M(e)$. Противоречие. Таким образом, $M(x)=G$.

Предположим, что $C(x)$ – бесконечная группа. Если $C(x)=G$, то $x\in M(e)$. Противоречие. Отсюда следует, что $C(x)<G$ и $C(x)$ – FC-группа. Так как $|C(x):(x)\cap M(e)|<\infty$, то существует элемент $h\in C(x)\cap M(e)\setminus e$ такой, что $|C(x):(x)\cap C(h)|<\infty$. Очевидно, $x\in C(h)$, а $C(h)$ – бесконечная FC-группа. Отсюда следует, что $|C(h):(h)\cap C(x)|<\infty$ и $x\equiv: h$, $x:\equiv h$. Таким образом, $h_i\equiv x$, а так как $|G:C(h)|<\infty$, то $|G:C(x)|<\infty$ и $x\in M(e)$. Противоречие. Итак, $|C(x)|<\infty$.

Докажем, что $M(e)$ – абелева группа. Пусть $h\in M(e)\setminus e$, $C=C(h)$. Очевидно, $|G:C(h)|<\infty$. Так как $M_C(e)$ характеристическая подгруппа группы C и $C\nabla G$, то $M_C(e)\nabla G$ и $K=ð\,(M_C(e), x)$ бесконечна. Очевидно, K собственной в G быть не может. Отсюда следует, что $M_G(e)\le M_C(e)=C=C(h)$. Поскольку h – произвольный элемент из $M(e)$, то $M=M(e)$ абелева группа. Докажем, что группа M удовлетворяет условию минимальности для подгрупп. Предположим, что группа M обладает собственной бесконечной подгруппой A. Так как $A\nabla M$, а $|G:M|<\infty$, то $|G:N(A)|<\infty$. Отсюда следует, что для любых $g\in G$

$$\bigcap_{g\in G} A^g = A_1 < M$$

и $A_1\nabla G$. Рассмотрим группу $K=гр(A_1,x)$, где $x\in G\setminus M$. Предположим, что $K<G$. Тогда, очевидно, K – FC-группа, т. е. $C(x)$ – бесконечная группа. Противоречие. Таким образом, $K=G$. Но тогда $M(e)\le A_1$, т.е. $M\le A_1\le A$. Однако, это противоречит выбору группы A (как собственной в M).

Поскольку $|G:M|<\infty$, то группа G является конечным расширением абелевой группы M с условием минимальности. Отсюда следует, что группа G – черниковская группа и M не содержит бесконечных собственных подгрупп. В этом случае M – квазициклическая группа (Предложение 1.3 [3]). Очевидно, M – максимальная примарная нормальная подгруппа из G и $G=M\rtimes <x>$, где $<x>$ – циклическая группа простого порядка.

Лемма доказана.

2.21 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Не FC – почти FC-группа G, всякая собственная подгруппа которой FC-группа, – черниковская группа отличная от своего коммутанта.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО, очевидно, следует из Леммы 2.20 и очевидного равенства $G' = C_{p^\infty}$. Если же $|G'| < \infty$, то G – FC-группа, чего быть не может.

2.22 (С.Н.Черников [3]). *Класс черниковских групп замкнут относительно подгрупп гомоморфных образов и расширений.*

2.23 *Периодическое расширение локально разрешимой группы посредством локально разрешимой группы локально разрешимо [18].*

2.24 (В.П.Шунков [24]) .*Пусть G – локально конечная группа, $K \triangleleft G$, P – конечная p-подгруппа из G ($P \notin \pi(K)$), G=G/K, P=PK/K. Тогда $N_G(P)=N_G(P)K/K$, $C_G(P)=C_G(P)K/K$.*

2.25 (Н.Ф. Сесекин, О.С. Широковская [25]). *Бесконечная локально - разрешимая группа, все собственные подгруппы которой коммутативны, сама коммутативна.*

2.26 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Бесконечная FC-группа, все собственные подгруппы которой коммутативны, сама коммутативна.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть группа G обладает бесконечной системой порождающих. Если группа G не содержит элементов конечного порядка, то она абелева. Пусть $P(G)$ – периодическая часть G. Очевидно, коммутант $G' \le P(G)$, а $G/P(G)$ – абелева. Так как периодическая FC-группа локально - конечна, то $P(G)$ – локально разрешима и, следовательно (2.25), абелева. Очевидно, G разрешима и, следовательно, локально - разрешима. По предложению 2.25 в этом случае G абелева.

Если же группа G конечно-порождена, то $(\forall a \in G)(|G:C(a)| < \infty)$ и G - почти абелева FC-группа. В этом случае $|G:Z(G)| < \infty$ (2.6) и $|G'| < \infty$. Так как G/G' - абелева, то G – локально - разрешима и по предложению 2.25 G – абелева.

Предложение доказано.

2.27 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Пусть G – минимальная не почти FC-группа. Тогда группа G не обладает собственными подгруппами конечного индекса и $M = M_G(1) \le Z(G)$. Если N/K конечный нормальный делитель факторгруппы G/K, то $N/K \le Z(G/K)$ и N' - FC-группа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО, очевидно, вытекает из свойств минимальных не почти FC-групп и того факта, что, если N/K абелева, то $N' \le K$, где K - FC-группа.

2.28 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Пусть* G *не обладает подгруппами конечного индекса и* $M = M_G(e) = FC(G) \le Z(G)$. *Если* N/K *– конечный нормальный делитель факторгруппы* G/K *, то N/K≤Z(G/K) и N не более чем трехступенно разрешима, а* K *не более чем двухступенно нильпотентна.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Так как $K = FC(N)$, то $K \lhd G$ и, так как N – почти абелева и $N/K \le Z(G/K)$, то $N' \le K$. Очевидно, K – почти абелева FC-группа и по Предложению 2.6 она конечна над своим центром и, следовательно, коммутант K' - конечен. По Предложению 2.27 $K' \le Z(G)$. Таким образом, N‴=e, а $[G,N] \le K$ и K не более чем двухступенно нильпотентна.

Предложение доказано.

2.29 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Пусть* G *– группа, Z≤Z(G). Если факторгруппа* G/Z *– FC-группа, то* G *– FC-группа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО очевидно.

2.30 ПРЕДЛОЖЕНИЕ. *Пусть* G *– группа, Z≤Z(G). Если в факторгруппе* G/Z *коммутант конечен, то группа* G *является FC-группой.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Так как группа с конечным коммутантом является FC-группой (1.11 [14]), то утверждение доказываемого предложения следует из предыдущего предложения.

Предложение доказано.

2.31 ЛЕММА. *Пусть* G *– периодическая группа,* G' *- ее коммутант. Если коммутант* G' *группы* G *черниковский, то* G *– почти FC-группа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть a – фиксированный элемент группы G. Тогда $\forall g \in G$ верно равенство $g^{-1}ag = a[a,g]$. Так как $|a^G| = |G:C(a)|$, а элемент $[a,g]$ принадлежит коммутанту G', то верно соотношение

$$|a^G| = |G:C(a)| \le |G'|.$$

Если $|G'|$ конечен, то группа G является FC-группой. Пусть G' - бесконечная черниковская группа, а Z – ее черниковская полная часть. Так как $Z \lhd G$ и $|G:C(Z)| < \infty$ [1], то для доказательства леммы достаточно установить, что $C(Z)$ – почти FC-группа. Очевидно, в факторгруппе $C(Z)/Z$ коммутант конечен и она является FC-группой. Отсюда по предложению 2.30 $C(Z)$ – FC-группа, а G – почти FC-группа.

Лемма доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черников С.Н. Условия конечности в общей теории групп // УМН-1959, 14, №5. С.45-96.

2. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.Н. Основы теории групп // М.: Наука, 1982. 384с.

3. Черников С.Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп // М.: Наука, 1980. 384с.

4. Черников С.Н. О проблеме Шмидта // Укр. матем. ж. – 1971, 23, №5. С. 598 – 603.

5. Каргаполов М.И. О проблеме О.Ю. Шмидта // Сиб. матем. ж. -№4, 1963. С.233-235.

6. Шунков В.П. О проблеме минимальности для локально - конечных групп // Алгебра и логика – 1970. 9. №2. С.220-248

7. Шунков В.П. О локально - конечных группах с условием минимальности для абелевых подгрупп // Алгебра и логика – 1970. 9. №5. С.579–615.

8. Kegel O.H., Werhfritz B.A. Lokally finite groups // Amsterdam-London. 1973 y., 210p.

9. Беляев В.В. Локально - конечные группы, все собственные подгруппы которых почти абелевы // Сибирский матем. ж., №3, 1983г. С.11-17.

10. Беляев В.В. Локально - конечные группы с черниковскими p-подгруппами // Алгебра и логика 1981. 20. №6. С.605–619.

11. Павлюк И.И. Шунков В.П. О локально – конечных группах с условием min – p по всем p // Тезисы докладов VII Всесоюзного симпозиума по теории групп. Красноярск – 1980. С.84–85.

12. Черников Н.С. О бесконечных простых локально - конечных группах // Препринт АН УССР 37. №82. Киев, - 1982. 20с.

13. Bruno B. On Groups with “Abelin by Finite ” proper Subgroups // Bolletino U.M.I. – 1984. 6. 3–13. P.197–225.

14. Беляев В.В. Группы типа Миллера-Морено // Сибирский Матем. ж.: №3, 1978г. С.509-514.

15. Шунков В.П. Локально - конечные группы конечного ранга // Алгебра и логика – 1971.10, №2. С.199–225.

16. Павлюк И.И. О сопряженно бипримитивно конечных группах с индексно - сравнимыми подгруппами // В кн. «Исследования по алгебраической теории чисел и конструктивной алгебре» - Алма-Ата. 1988. С. 39-47.

17. Павлюк И.И. О бинарно конечных группах с черниковскими силовскими подгруппами // В кн. VIII Всесоюзный симпозиум по теории групп. Тезисы докладов. – Киев. 1982.-92с.

18. Курош А.Г. Теория групп // М. Наука. 1967. 648с.

19. Feit W., Tompson J.G. Solvability of groups of odd order // Pacif. J. Math. – 1963. 13. №3. P.775-1029.

20. Шунков В.П. О периодических группах с почти регулярной инволюцией // Алгебра и логика – 1972. 11. №4.-С.470–493.

21. Беляев В.В. Группы с почти регулярной инволюцией // Алгебра и логика. 26, №5, 1987.-С.531-535.

22. Шунков В.П. M_p–группы // М.: Наука, 1990.-150с.

23. Горчаков Ю.М. Группы с конечными классами сопряженных элементов – М.: Наука, 1978.-120с.

24. Шунков В.П. Об абстрактных характеризациях некоторых линейных групп // В книге «Алгебра. Матрицы и матричные группы». Красноярск, 1970.-С.3-54.

25. Шунков В.П. Об одном классе p-групп // Алгебра и логика. 1970, №4.-С.484-496.

Түйіндеме

Бұл жұмыста локальдық – ақырлы топтар класындағы Черников проблемасының жаңа шешімі келтірілген.

Resume

In this work the new decision of problem of Tchernikov in a classe the locally – finite groups is resulted.

УДК 512.544.27

ЛОКАЛЬНО-КОНЕЧНЫЕ МИНИМАЛЬНЫЕ НЕ FC – ГРУППЫ И ПРОБЛЕМА МИНИМАЛЬНОСТИ В КЛАССЕ ЛОКАЛЬНО КОНЕЧНЫХ ГРУПП ЧАСТЬ 2

И.И. Павлюк

Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

В этой части приведено новое доказательство решения проблемы минимальности в классе локально-конечных групп.

§3. Основные леммы о минимальных не FC-группах

Леммы этого параграфа утверждают, что если в группе G каждая собственная подгруппа FC-группа, то произвольный класс ее индексно - эквивалентных элементов вместе с элементами центра группы образует подгруппу (Лемма 3.1), если же она содержит нормальный делитель ($M \lhd G$), то в этом случае она будет почти FC-группой, либо факторгруппа по ее центру $Z(G)$ будет простой группой (Лемма 3.2). В доказательствах этих лемм используется модуляторный метод.

3.1 ЛЕММА. *Пусть G – группа, в которой каждая собственная подгруппа – FC-группа. Тогда класс $\overset{i\equiv}{(x)}$ индексно эквивалентных элементов вместе с элементами центра Z(G) группы G образует подгруппу G.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим, что лемма неверна. Если $(\forall x \in G)(M(x) = G)$. Тогда в группе G один класс индексно эквивалентных элементов (1.4). Очевидно, в этом случае $L = \overset{i\equiv}{(x)} \cup \overset{i\equiv}{(e)}$ – группа. Противоречие. Таким образом, в группе G существует элемент x такой, что $M(x) < G$. Если $|C(x)| < \infty$, то $M(x) = G$. Противоречие. Таким образом, $C(x)$ – бесконечен.

Если $(\forall x \in G)(C = C(x) {}_i\equiv Z(G)$, то коммутант C' группы C конечен и C – FC-группа. Очевидно, $C < G$ и $x \notin Z(G)$. Если элемент $a \in Z(G)$, $y \in G$, то из $x {}_i\equiv y$, очевидно, следует, что $ay {}_i\equiv ya {}_i\equiv xa {}_i\equiv x$ и $ay \in \overset{i\equiv}{(x)} \subset L$. Пусть $a \notin Z(G)$ и $[x,a] = e$. Тогда $C(a) < G$, $a \in C(x)$, а $x \in C(a)$. Так как $C(x)$, $C(a)$ – FC-группы, то $a {}_i\equiv x$. Таким образом, перестановочные нецентральные элементы индексно эквивалентны и вместе с элементами $Z(G)$ образуют подгруппу группы G.

Пусть $y {}_i\equiv x {}_i\equiv z$. Очевидно, $y, z \notin Z(G)$. Если $y \cdot z \in Z(G)$, то L – подгруппа. Пусть $y, z \notin Z(G)$. Докажем, что $x {}_i\equiv yz$. Так как $x {}_i\equiv y {}_i\equiv z$, то в $\tilde{N}(x) \cap C(y) \cap C(z)$ существует элемент t такой, что $[t,x] = [t,y] = e$. Так как $C(t) < G$, то $x {}_i\equiv t {}_i\equiv yz \in L$ и L – подгруппа. Противоречие.

Таким образом, в группе G существует элемент z такой, что $C(x)$ – бесконечная группа и $|C(x) : Z(G)| = \infty$. Пусть, как и ранее, $x {}_i\equiv y {}_i\equiv z$ и $y, z \notin Z(G)$. Далее, очевидно, $A = \tilde{N}(x) \cap C(y) \cap C(z)$ имеет конечный индекс в $C(x)$ и в A существует элемент t такой, что $t \notin Z(G)$. Нетрудно видеть, что $[t,x]=[t,yz]=e$, $C(t)<G$ и $x, yz \in C(t)$. Следовательно, $x \underset{i}{\equiv} yz \underset{i}{\equiv} t$, $yz \in \overset{i\equiv}{(x)} \subset L$ и L – подгруппа. Противоречие.

Лемма доказана.

3.2 ЛЕММА. *Пусть G – группа, в которой каждая собственная подгруппа – FC-группа, $M\nabla G$. Тогда G – почти FC-группа, либо $G/Z(G)$ – простая группа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\overline{G}=G/M$, $\overline{H}=MZ(G)/Z(G)$. Предположим, что $|M:M\cap Z(G)|<\infty$. Тогда $\left|\bar{G}:C(\bar{H})\right|<\infty$ и $|G:C(M)|<\infty$. Если $C(M)<G$, то G почти FC-группа. Если $C(M)=G$, то $M\leq Z(G)$. Так как M можно выбрать максимальным (Лемма Цорна), то $G/Z(G)$ – простая группа.

Пусть теперь $|M:Z(G)|=\infty$. Возьмем произвольный элемент $a\in M\setminus Z(G)$. Если $(\forall g\in G)(|C(g):Z(G)|<\infty)$, то, как нетрудно показать (см. доказательство леммы 3.1), в этом случае $L=\overset{i\equiv}{(a)}\cup Z(G)$ подгруппа группы G. Пусть теперь для фиксированного $a\in G\setminus Z(G)$ $|C(a):Z(G)|=\infty$. И в этом случае (лемма 3.1) $L=\overset{i\equiv}{(a)}\cup Z(G)$ – подгруппа. Очевидно, $\forall h\in M$ найдется нецентральный элемент t из $C(a)\cap C(h)$, что $a \underset{i}{\equiv} t \underset{i}{\equiv} h$ и $h\in \overset{i\equiv}{(a)}$. Отсюда следует, что $M\leq L<G$. Так как индексная эквивалентность инвариантна относительно действия автоморфизмов (т.е. если $x \underset{i}{\equiv} y$, то $j(x) \underset{i}{\equiv} j(y)$, где j - автоморфизм группы G), то $\forall g\in G\setminus L$ имеем $L\cap L^g=Z(G)$. С другой стороны, из $M\nabla G$ следует, что $M\subset L\cap L^g$ и $M\subseteq Z(G)$. Очевидно, M – можно выбрать максимальной, что обеспечит простоту факторгруппы $G/Z(G)$.

Лемма доказана.

3.3 (В.П. Шунков [15]). *Пусть G – группа, D – SF-подгруппа из G, A, C – некоторые подгруппы из G. Если D обладает такими подгруппами F и R, что $|D:R|<\infty$, $R<F$, $A,D\leq NG(F)$ и $C,D\leq N_G(R)$, то в D существует подгруппа X конечного индекса в D и $A,C,D\leq N_G(X)$.*

3.4 (ТЕОРЕМА [7] В.П. Шунков). *Локально - конечная группа с условием минимальности для абелевых подгрупп черниковская группа.*

3.5 ([3] С.Н. Черников). *Периодические подгруппы группы внешних автоморфизмов черниковской группы конечны.*

3.6 ([28] В.П. Шунков). *Если в бипримитивно-конечной p-группе (а при p=2 в произвольной 2-группе) централизатор некоторого элемента простого порядка черниковская группа, то сама группа черниковская.*

3.7 (ТЕОРЕМА 3.17 [8]). *В локально конечной группе, удовлетворяющей условию минимальности для p-подгрупп, индекс* $\left|G : Op^{'}p(G)\right|$ *конечен тогда и только тогда, когда* G *не обладает конечными простыми группами, содержащими элементы порядка p.*

§4. Проблема минимальности в классе локально-конечных групп

Содержание этого параграфа в основном связано со строением локально - конечной группы с условиями конечности более общими, чем условие минимальности. Как известно, в большинстве случаев одной из самых трудных зада, стоящих на пути описания таких групп, является установление непростоты такой группы. Теорема 4.1, по существу, дает критерий непростоты локально - конечной минимальной не почти FC-группы. Для того чтобы такая группа обладала нормальным делителем необходимо, чтобы она содержала в точности не более двух классов индексно - эквивалентных элементов. Т.е. в ней должны быть индексно - эквивалентными все нееденичные элементы. Этот факт необходим как база индуктивного шага, чтобы доказать Теорему 4.2 (локально - конечная минимальная не почти FC-группа не проста). Отсюда, как частный случай, выводится Теорема 4.3: локально - конечная минимальная не FC-группа отлична от своего коммутанта. Теоремы 4.3 и 4.4 решают утвердительно проблему 5.1 а) и б) из [19]. Теорема 4.5 - это знаменитая теорема Шункова: локально - конечная группа с условием минимальности - черниковская группа. Я привожу свое доказательство этой уникальной теоремы, которая уже неоднократно передоказывалась многими авторами. Теорема 4.6 утверждает, что локально - конечная группа с условием минимальности для не почти абелевых подгрупп либо почти абелева, либо двуступенно разрешима (т.е. почти локально - разрешима). Далее следует теорема Беляева – локально - конечная группа все собственные подгруппы, которой почти абелевы, либо почти абелева, либо двуступенно разрешима (Теорема 4.7). Отсюда легко выводится следующие результаты: локально конечная минимальная не почти абелева группа не проста (Теорема 4.8) и отлична от своего коммутанта (Теорема 4.9). Теорема 4.10 это известный результат М. И. Каргаполова: бесконечная локально - конечная группа, каждая собственная подгруппа которой конечна - квазициклическая p-группа. (Решение проблемы Шмидта в классе локально - конечных групп). Теорема 4.11 (В.П. Шунков) устанавливает черниковость локально - конечной группы с условием минимальности для неабелевых подгрупп. Наше доказательство этой теоремы выводится из Предложений 2.16, 2.26, 2.32 и Теорем 4.3, 4.5. Теорема 4.12 гласит, что локально - конечная группа, в которой все собственные подгруппы имеют конечный коммутант, имеет (либо конечный, либо бесконечный) черниковский коммутант. Эта теорема нам понадобилась, чтобы дать полное описание локально - конечных групп типа Миллера-Морено, ранее частично полученное В.В.Беляевым: локально конечная группа G типа Миллера-Морено не проста, отлична от своего коммутанта и факторгруппа G/G' - циклическая p-группа, где G' - квазициклическая группа (следствие 4.13).

Теорема 4.17 утверждает, что бесконечная локально - конечная группа с черниковским централизатором некоторой инволюции почти локально - разрешима. Этой теоремой дан утвердительный ответ на проблему (Б.Хартли) 13.6 из [19] для частного случая, когда централизатор некоторой инволюции есть черниковская группа. Теорема 4.15 дает описание локально - конечных групп с черниковскими силовскими p-подгруппами (Теорема Павлюка-Шункова-Беляева [11, 10]). Такие группы почти локально - разрешимы. Наш метод доказательства этой Теоремы отличный от метода В.В.Беляева. Если сохранить ограничения теоремы 4.15 лишь для централизаторов инволюций локально - конечной группы G, то в этом случае группа G будет либо почти локально - разрешимой, либо факторгруппа G/O(G) будет обладать нормальным делителем изоморфным PSL(2,F) над локально - конечным полем F нечетной характеристики. Доказательство этого результата использует индукцию по числу классов индексно эквивалентных инволюций группы. Теорема 4.18 дает описание локально - конечной группы с конечной силовской 2-подгруппой. Такая группа будет удовлетворять заключению предыдущей теоремы (4.15). Теорема 4.22 дает описание простой локально - конечной группы с условием минимальности для абелевых 2-подгрупп и с почти локально - разрешимыми централизаторами инволюций. Такая группа изоморфна $PSL(2,F)$ над локально - конечным полем F нечетной характеристики.

4.1 ТЕОРЕМА. *Локально - конечная минимальная не почти FC-группа с индексно эквивалентными неединичными элементами не проста.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим, что существует простая группа G, удовлетворяющая условию теоремы. В силу Предположения 2.1 группа G содержит инволюции, централизаторы которых бесконечны (2.2). Пусть S - максимальная 2-подгруппа из G. Как локально - разрешимая подгруппа S, будет собственной в G.

Предположим, что S бесконечна. Поскольку она бесконечная почти FC-группа, а значит (2.3), FC-группа, то для любой инволюции $i_1 \in S$

индекс $|S : C_S(i_1)|$ конечен и $C_1 = C_S(i_1)$ - бесконечен. Пусть $Z_1 = гр(i_1)$. В факторгруппе C_1 / Z_1 найдется бесконечная подгруппа K_1 / Z_1 с центральной подгруппой $Z_2 / Z_1 = гр(i_1 Z_1)$ порядка два. Очевидно, подгруппа четвертого порядка Z_2 центральна в K_1. Так как $К_1$-FC-группа, то класс сопряженности элемента i_2 в K_1 конечен и бесконечен централизатор $C_2 = C_{K1}(i_2)$. Аналогично предыдущему, можно найти бесконечную подгруппу $K_2 < C_2$ с центральной подгруппой Z_3 / Z_2 в K_2 / Z_2 второго порядка. Продолжая этот процесс, получим объединение $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} Z_n$.

Очевидно, A - бесконечная абелева 2-группа. Таким образом, группа G обладает бесконечной абелевой подгруппой. По Лемме 2.4 в группе G бесконечные собственные подгруппы соизмеримы. Так как группа G содержит бесконечную абелеву подгруппу, то в ней каждая собственная подгруппа почти абелева и является конечным расширением своего центра (2.3, 2.6).

Таким образом, S - конечна над своим центром и соизмерима с каждой своей бесконечной подгруппой. Так как S финитно-аппроксимируема (2.7), то она содержит бесконечную элементарную абелеву подгруппу B такую, что $B = B_1 \times B_2$, где B_1, B_2 -бесконечные подгруппы B. Так как $|S : S \cap B_1| < \infty$, $|S : S \cap B_2| < \infty$, то $|S : B_1 \cap B_2| < \infty$. Однако, $\mathrm{B}_1 \cap \mathrm{B}_2 = \text{å}$. Таким образом, в группе S элементарные абелевы подгруппы конечны. По Предложению 2.8 S - черниковская группа. Пусть $\breve{\mathrm{S}}$ - черниковская полная часть группы S. Она бесконечна, ввиду бесконечности S. Поскольку в G неединичные элементы индексно эквивалентны, а группа $\breve{\mathrm{S}}$ не содержит собственных подгрупп конечного индекса, то $\breve{\mathrm{S}} \leq \mathrm{C_G}(g)$, где $\mathrm{g} \in \mathrm{G} \setminus \text{å}$. Отсюда следует, что $\mathrm{N_G}(\breve{\mathrm{S}}) = \mathrm{G}$ и $\breve{\mathrm{S}} \nabla \mathrm{G}$. Противоречие.

Таким образом, в группе G силовские 2-подгруппы конечны. Пусть инволюция $i_1 \in Z(S)$, а $C_1 = C_G(i_1)$. Очевидно, $S < C(i_1)$. Пусть $i_1, i_2, ..., i_n$ - все инволюции из S, а $C_k = C(i_k)$, где $k = 1,2,...,n$. Так как $|\tilde{N}_m : C_m \cap C_k| < \infty$, где $m, k = 1,2,...,n$, то $H = \text{ã}\,(C_1, C_2, ..., C_n)$ собственная (2.5) подгруппа из G_n

$|H : H \cap C_k| < \infty$. Очевидно, H содержит централизатор любой инволюции из S, а поскольку $S < H$ и силовские 2-подгруппы сопряжены в H (2.10), то H - сильно изолирована в G. Так как C_k - финитно-аппроксимируемая FC-группа, то она обладает нормальным делителем $O(C_k)$ конечного индекса, не содержащим инволюций (Предложение 2.14). Отсюда и Предложения 2.13 вытекает, что центр S - элементарная абелева группа. Таким образом, группа G изоморфна одной из простых групп, указанных в Предложении 2.12. Но в этих группах силовские 2-подгруппы бесконечны. Противоречие.

Теорема доказана.

4.2 ТЕОРЕМА. *Локально - конечная минимальная не почти FC-группа не проста.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Можно полагать, что G счетная (2.15) бесконечная простая группа. Рассмотрим бинарное отношение индексной эквивалентности на элементах группы G. Если все элементы группы G индексно эквивалентны, то G - FC-группа и, следовательно, не проста. Противоречие. Если же для любого элемента $\mathrm{b} \in \mathrm{G} \setminus å\ \mathrm{M_G(b)} = \mathrm{G}$, то в группе G индексно эквивалентны все неединичные элементы (2.16). В этом случае группа G не проста (Теорема 4.1). Противоречие. Таким образом, в группе G существует неединичный элемент a такой, что модулятор $M_G(a)$ - собственная подгруппа группы G.

Предположим, что $M(a)$ - конечная подгруппа G. Пусть $C = C_G(a)$. Поскольку $C < G$ и C - почти FC-группа, то индекс $|\mathrm{C} : \mathrm{M_C}(å)|$ конечен, где $\mathrm{M_C}(å)$ - модулятор единицы группы C в группе C. Очевидно, $\mathrm{M_C}(å)$ - FC-подгруппа из C. Так как для любого элемента $\mathrm{c} \in \mathrm{M_C}(å)$ группа $C_C(c)$ имеет конечный индекс в C, то $\mathrm{M_C}(å) \le \mathrm{M_G(a)}$. Поскольку $M_G(a)$ - конечная группа по предположению, то из $|\mathrm{C} : \mathrm{M_C}(å)| < \infty$ следует, что $C = C_G(a)$ - конечная группа. Отсюда следует, что для любого элемента $g \in G$ g i≡: a и $M(a) = G$. Противоречие.

Таким образом, $M = M(a)$ - бесконечная собственная подгруппа группы G и в группе G по меньшей мере три класса индексно эквивалентных элементов (нейтральный элемент составляет отдельный класс). Далее докажем, что M взаимно проста со своими сопряженными. Пусть $\mathrm{x} \in \mathrm{M(a)} \setminus å$.

Предположим, что $[x,a] \neq$ å. Так как $a^x \in M(a)$, то по Лемме 1.5 $a^g \in M(a)$, где $g \in G$. Отсюда следует, что $K = гр(a^g) \leq M \leq G$ и $K \nabla G$. Противоречие. Таким образом, $[x,a] = 1$ и $M(a) \leq C(a) = C$. Поскольку для любого $x \in M(a)$ $|C : C \cap C(x)| < \infty$, то $M(a)$ - FC- подгруппа в C. Так как $M(x) \leq M(a) \leq C(a)$ и M – FC-подгруппа C, то $x_i \equiv a$ в C. А поскольку $M(a), M(x) < C$, то $M(a) = M(x)$ (1.4). Отсюда имеем $a_i \equiv x$ в группе G (1.4). Пусть $N = N_G(M)$ и å $\neq y \in N \setminus M$. Так как $a^y \in M$, то $a^g \in M$ и $a_i \equiv a^g$ (1.4). Отсюда следует, что $гр(a^g) \nabla G$. Противоречие. Таким образом, M совпадает со своим нормализатором и $M \cap Mg = e \ \forall g \in G \setminus M$. Очевидно G - группа Фробениуса. По Предложению 2.19 она не проста. Противоречие.

Теорема доказана.

4.3 ТЕОРЕМА. *Локально конечная - минимальная не FC-группа не проста.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть группа G удовлетворяет теореме. Предположим, что существует простая локально - конечная минимальная не FC-группа G. Тогда, очевидно, она не почти FC-группа, а каждая ее собственная подгруппа почти FC-группа. По Теореме 4.2 группа G не проста. Противоречие.

Теорема доказана.

4.4 ТЕОРЕМА. *Локально - конечная минимальная не FC-группа отлична от своего коммутанта.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть G – группа, удовлетворяющая условию теоремы. Если она почти FC-группа, то утверждение теоремы следует из Предложения 2.21. Пусть теперь группа G не содержит подгрупп конечного индекса, а M ее нормальный делитель (Теорема 4.3), $\overline{G} = G/M$, $\overline{M} = M \cdot Z(G)/Z(G)$. Предположим, что $|M : M \cap Z(G)| < \infty$. Тогда, очевидно,

$|\bar{G} : C(\overline{M})| < \infty$, $|G : C(M)| < \infty$, $C(M) = G$ и $C(M) \leq Z(G)$, а факторгруппа $\overline{G} = G/Z(G)$ удовлетворяет всем условиям доказываемой теоремы. По Теореме 4.3 G не проста. Отсюда имеем, что $Z(\bar{G}) \neq E$, а G - отлична от своего коммутанта.

Пусть теперь $|M : M \cap Z(G)| = \infty$. Возьмем произвольный элемент $h \in M \setminus Z(G)$ Очевидно, что $|C(h) : Z(G)| = \infty$. По Лемме 2.30 $L = (\overset{\equiv}{h}) \cup Z(G)$ -

группа. Так как $\forall m \in M$ найдется нецентральный элемент t из пересечения $C(h) \cap C(m)$, то $m_i \equiv h$ и $M \leq L$. Так как $h \neq Z(G)$, то $C(h) < G$. Поскольку $|M : C(h)| < \infty$ и $Z(G) < C(h)$, то L - собственная в G. Поскольку индексная эквивалентность инвариантна относительно действия автоморфизмов, то $(\forall g \in G \setminus L)(L \cap L^g = Z(G)$. С другой стороны из $M \nabla G$ следует, что $M \subset L \cap L^g = Z(G)$. Очевидно, факторгруппа $\overline{G} = G/Z(G)$ удовлетворяет условию теоремы. По Теореме 4.3 группа $\breve{G}$ не проста и $Z(\overline{G}) \neq E$. Теперь, очевидно, $G' < G$ [18].

Теорема доказана.

4.5 ТЕОРЕМА ШУНКОВА. *Локально - конечная группа с условием минимальности - черниковская группа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть группа G удовлетворяет условию минимальности для подгрупп, но не является черниковской группой. Если G - нечерниковская группа, то в ней существует собственная нечерниковская подгруппа G_1. Если же G_1 нечерниковская, то и она обладает нечерниковской собственной подгруппой G_2. Относительно G_2 рассуждаем аналогично. Рассуждая таким образом, построим строго убывающую цепочку нечерниковских подгрупп

$$G > G_1 > G_2 > \ldots > G_n \ldots .$$

Поскольку группа G удовлетворяет условию минимальности для подгрупп, то она удовлетворяет условию минимальности для нечерниковских подгрупп. В силу последнего замечания, указанная цепочка подгрупп должна стабилизироваться на конечном шаге k. Пусть уже $G_n = G_k$ и в G_k всякая собственная подгруппа черниковская, а сама G_k не является таковой. Не теряя общности рассуждении, можно полагать, что $G = G_k$. Пусть K_1, K_2 - бесконечные собственные нормальные делители из G и, следовательно, они черниковские. В силу Предложения 2.22 $K = \partial\,(K_1, K_2)$ так же черниковская группа. Отсюда следует, что в G существует максимальный полный абелев нормальный делитель A. В факторгруппе G/A любой собственный нормальный делитель конечен, причем, G/A нечерниковская группа, но каждая ее собственная подгруппа черниковская. Пусть уже группа G не обладает бесконечными нормальными делителями. Если H - конечный нормальный делитель в G, то $C_G(H) \nabla G$ и $|G : C_G(H)| < \infty$. Отсюда следует, что $C_G(H)=G$. Таким образом, любой собственный нормальный делитель из G содержится в $Z(G)$. Но тогда, очевидно $\overline{\mathrm{G}}=\mathrm{G}/\mathrm{Z}(\mathrm{G})$ - бесконечная простая группа, причем G - нечерниковская, а всякая собственная ее подгруппа черниковская. Так как черниковская группа - это конечная группа, или конечное расширение абелевой группы с условием минимальности, то всякая собственная подгруппа из $\overline{\mathrm{G}}$ почти FC-группа. Без потери общности (Предложение 2.22) можно полагать, что $\mathrm{Z}(\mathrm{G})=$ å и $G=\bar{G}$. Так как G простая, то она не почти FC-группа. Таким образом, группа G удовлетворяет условию Теоремы 4.2. По Теореме 4.2 группа G не проста. Противоречие.

Теорема доказана.

4.6 ТЕОРЕМА. *Локально - конечная группа с условием минимальности для не почти абелевых подгрупп либо почти абелева, либо двуступенно разрешима.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть группа G удовлетворяет условию теоремы и не является почти абелевой. В этом случае в G существует убывающая цепочка подгрупп

$$G=G_1>G_2>\ldots>G_n>\ldots$$

такая, что группа G_n не почти абелева, а каждая ее собственная подгруппа почти абелева. Не теряя общности, можно считать, что $G=G_n$. Пусть R_1,R_2 нормальные делители из G. В виду Предложения 2.23 $R=гp(R_1,R_2)$ - собственная подгруппа из G и, стало быть, почти FC-группа. Пусть уже R - максимальный нормальный делитель из G. В этом случае $\mathrm{M}=\mathrm{M}_{\mathrm{R}}(\mathrm{e})$ - FC-подгруппа из R характеристическая в G. Очевидно, в факторгруппе $\overline{\mathrm{G}}=\mathrm{G}/\mathrm{M}$ любой собственный нормальный делитель конечен и G/M не почти FC-группа, а каждая ее собственная подгруппа почти FC-группа. Поскольку $M<Z(G)$, то в силу Предложения 2.23, не утрачивая общности рассуждений, можно считать, что $\overline{\mathrm{G}}=\mathrm{G}$. Таким образом, в группе G нет бесконечных нормальных делителей. Если группа G обладает конечным нормальным делителем K, то $C_G(K)\Delta G$ и индекс $|G:C_G(K)|$ конечен. Следовательно, $C_G(K)=G$ и $K<Z(G)$. Таким образом, в группе G любой собственный нормальный делитель двуступенно разрешим. Далее покажем, что любой элемент из G содержится в собственной нормальной подгруппе. Пусть $g\in G$. Выберем в группе G максимальный нормальный делитель из множества

нормальных делителей группы G по отношению к свойству “не содержать элемента g'' (Лемма Цорна) [29]. Пусть этим нормальным делителем будет M. Очевидно, в факторгруппе G/M любая собственная подгруппа является почти абелевой (почти FC-группой). Пусть K/M нормальный, делитель из G/M (Теорема 4.2). В силу выбора подгруппы M элемент g лежит в K (собственной нормальной подгруппе). Отсюда следует, что и любое конечное множество элементов из G лежит в двуступенно-разрешимом нормальном делителе группы G. Далее, очевидно, что факторгруппа $G/Z(G)$ - простая группа. По Теореме 4.2 $G/Z(G)$ не проста. Противоречие.

Теорема доказана.

4.7 ТЕОРЕМА (В.В.Беляев) *Локально - конечная группа, все собственные подгруппы которой почти абелевы, либо почти абелева, либо двуступенно разрешима.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Очевидно, группа G, удовлетворяющая условию теоремы, удовлетворяет условию минимальности для не почти абелевых подгрупп, т.е. удовлетворяет условию Теоремы 2.6. По этой теореме группа G либо почти абелева, либо двуступенно разрешима.

Теорема доказана.

4.8 ТЕОРЕМА. *Локально - конечная минимальная не почти абелева группа не проста.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО вытекает из Теоремы 4.2.

4.9 ТЕОРЕМА. *Локально - конечная минимальная не почти абелева группа отлична от своего коммутанта.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. По Теореме 4.8 группа G, удовлетворяющая условию доказываемой теоремы, не проста. Пусть F - максимальная подгруппа G относительно условий $F \Delta G$ и $\mathrm{F}''' = å$. Предположим, что . Поскольку G не обладает подгруппами конечного индекса, то $G = G/F$ - бесконечна и в ней каждая собственная подгруппа почти абелева. По Теореме 4.8 $\overline{\mathrm{G}}$ не проста и существует нормальный делитель N в G такой, что $F < N < G$. По Предложению 2.28 $\mathrm{N}''' = å$, что противоречит максимальности F. Таким образом, $F = G$ и $\mathrm{G}''' = å$.

Теорема доказана.

4.10 ТЕОРЕМА.(М.И. Каргаполов) *Бесконечная локально - конечная группа, каждая собственная подгруппа которой конечна, -квазициклическая p-группа, (для некоторого простого числа p).*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Нетрудно видеть, что группа G, удовлетворяющая условию теоремы, удовлетворяет условию минимальности для подгрупп. По Теореме 4.5 она черниковская. Поскольку группа G бесконечная не имеющая собственных бесконечных подгрупп, и к тому же она локально - конечная группа, несодержащая подгрупп конечного индекса, то она квазициклическая p-подгруппа.

Теорема доказана.

4.11 ТЕОРЕМА (В. П. Шунков) *Бесконечная неабелева локально - конечная группа с условием минимальности для неабелевых подгрупп - черниковская группа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть группа G удовлетворяет условию теоремы. Предположим, что группа G нечерниковская. Рассмотрим случай когда группа G является FC-группой. Если в группе G все собственные подгруппы абелевы, то группа G будет абелевой (Предложение 2.26). Противоречие. Таким образом, в группе G существует собственная неабелева подгруппа G_n, все собственные подгруппы которой абелевы. Если G_n бесконечна, то $(\forall a,b \in G_n)(гр(\mathrm{a},\mathrm{h}) < \mathrm{G_n})$ и G_n - абелева. Противоречие. Таким образом, в группе G нет собственных бесконечных неабелевых подгрупп и в группе G каждая собственная подгруппа FC-группа. Так как G - FC-группа, то в G существует конечная подгруппа $K \Delta G$. Очевидно для любой бесконечной подгруппы $A < G \quad K \subset N(A)$ и $A \cdot K = B$ - почти абелева группа с условием минимальности для неабелевых подгрупп. По Предложению 2.16 B - черниковская группа. Таким образом, группа G удовлетворяет условию минимальности для подгрупп. По Теореме 4.5 группа G черниковская. Противоречие.

Таким образом, группа G не является FC-группой. По Теореме, 4.3 группа G обладает нормальным делителем A. Если $|A|<\infty$, то в этом случае для любой бесконечной абелевой подгруппы B группа $A \cdot B$ черниковская и группа G черниковская. Противоречие. Если A - бесконечная группа, то для любой неабелевой конечной группы K группа $A \cdot K$ по Предложению 2.32 черниковская и группа G черниковская. Противоречие.

Теорема доказана.

4.12 ТЕОРЕМА. *Локально - конечная группа, в которой все собственные подгруппы имеют конечные коммутанты, имеет (либо конечный, либо* *бесконечный) черниковский коммутант.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть группа G удовлетворяет условию теоремы. Предположим, что G - FC-группа, а $|G^{'}| = \infty$. Если в G для любого элемента $G = C(a)$, то G - абелева и $|G^{'}| < \infty$. Таким образом, в группе G существует элемент g такой, что $\tilde{N}(g) < G$. Так как G - FC-группа, то $|G : C(g)| < \infty$. Поскольку коммутант $C(g)$ конечен, то по Предложению 2.27 коммутант группы G так же конечен. Противоречие. Далее предположим, что группа G не является FC-группой. В этом случае по Теореме 4.3 группа G обладает нормальным делителем H с конечным коммутантом $H^{'}$. Очевидно, $|G : C(H^{'})| < \infty$ и G – почти FC-группа. Далее по Лемме 2.20 группа G - черниковская типа $G = A| \; < b >$, где A - квазициклическая группа, $< a >$ - циклическая простого порядка: очевидно, $G^{'} \leq A$. Если $|G^{'}| < \infty$, то G - FC-группа. Противоречие. Таким образом, $G^{'} = A$ и $G^{'}$ - черниковская группа.

Теорема доказана.

4.12.1 ТЕОРЕМА. *Локально - конечная группа, в которой собственные подгруппы имеют черниковские коммутанты, сама имеет черниковский коммутант.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть группа G удовлетворяет условию теоремы. Предположим, что группа G не почти FC-группа. Если в группе G коммутант каждой собственной подгруппы конечен, то по Теореме 4.12 коммутант группы G черниковский. По Лемме 2.31 группа G почти FC-группа. Противоречие. Таким образом, в этом случае теорема справедлива. Пусть для некоторой подгруппы H ее коммутант H' является бесконечной черниковской группой, а R – ее черниковская полная часть. Так как в этом случае каждая собственная подгруппа группы G будет почти FC-группой (Лемма 2.31), то по Теореме 4.2, поскольку группа G не почти FC-группа, то она будет обладать нормальным делителем N. Если $|N^{'}| < \infty$, то $|G : C(N)| < \infty$, а так как $C(N)$ – почти FC-группа (Лемма 2.31), то и G – почти FC-группа. Противоречие. Таким образом, N' - бесконечная черниковская группа. Пусть B – черниковская полная часть N'. Так как $|G : C(B)| < \infty$, а $C(B)$ – почти FC-группа (Лемма 2.31), то и G – почти FC-группа. Противоречие.

Полученное противоречие доказывает, что группа G – почти FC-группа. Пусть F – FC-группа конечного индекса в G, H – некоторая подгруппа G с бесконечным черниковским коммутантом. Очевидно, $|H : H \cap F| < \infty$ и черниковская полная часть R из H' содержится в F'. Пусть B – черниковская полная часть F'. В факторгруппе G / B коммутанты всех собственных подгрупп конечны. По Теореме 4.12 $(G / B)'$ - черниковский. Так как $B \leq G'$, то G' - черниковский.

Теорема доказана.

4.13 СЛЕДСТВИЕ. (В.В. Беляев [14]) *Локально - конечная группа* G *типа Миллера-Морено не проста, отлична от своего коммутанта и* G / G' *- циклическая p-группа, где G' квазициклическая группа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО вытекает из Теоремы 4.12, так как группа типа Миллера-Морено - это минимальная неквазиабелева группа, т.е. не FC-группа, в которой каждая собственная подгруппа имеет конечный коммутант.

4.14 ТЕОРЕМА. *Локально - конечная группа с черниковским централизатором некоторой инволюции почти локально разрешима.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть G - счетная локально - конечная группа, i - инволюция группы G, $C(i)$ - черниковская группа. Предположим, что группа G не почти локально разрешима. Если централизатор $C(i)$ конечен, то по теореме Шункова (2.2) группа G почти разрешима, что противоречит предположению о группе G.

Рассмотрим на элементах группы G бинарное отношение индексной эквивалентности. Если $\mathrm{M}(å) = \mathrm{G}$, то $|G : C(i)| < \infty$, что противоречит предположению о группе G. Таким образом, в группе G, по меньшей мере, два класса индексно эквивалентных элементов. Если в точности два класса, то $(\forall \mathrm{g} \in \mathrm{G} \setminus å)(\ \mathrm{g} \ {}_{\mathrm{i}}{\equiv} \mathrm{i})$ и группа G удовлетворяет условию минимальности для абелевых подгрупп. По теореме Шункова (3.5) группа G - черниковская группа. Противоречие. Таким образом, в G, по меньшей мере, три класса индексно эквивалентных элементов. Очевидно, $\mathrm{i} \notin \overset{\mathrm{i}\equiv}{(å)}$. Пусть $\overset{\mathrm{i}\equiv}{(\mathrm{b})}$- некоторый третий класс индексно эквивалентных элементов $(\mathrm{i} \notin \overset{\mathrm{i}\equiv}{(\mathrm{b})})$.

Рассмотрим случай, когда $M(i)=G$. Поскольку $(\forall g\in M(i))(g\ _i\equiv: i)$, то полная часть R $C(i)$ будет лежать в любом $C(g)$ и $N(R)=G$. По результату С.Н. Черникова (3.6) $|N(R):C(R)|<\infty$. В силу Предложения 2.23, не теряя при этом общности рассуждений, можно полагать, что $R\le Z(G)$.

Если $i\in R$, то G - черниковская группа и, следовательно, почти локально - разрешима. Противоречие. Таким образом, $i\notin R$. Пусть R_1 - максимальная 2-подгруппа из R. Очевидно, $R_1\lhd G$. В факторгруппе G/R_1 условия теоремы выполняются, а силовская 2-подгруппа конечна. Так как R_1 - локально - разрешима, то без потери общности рассуждений (2.23) будем считать, что в G силовские 2-подгруппы конечны. В $C(i)$ существует подгруппа конечного индекса, не содержащая инволюций (3.8). Пусть $B<R$, где B - черниковская полная абелева группа, не содержащая элементов порядка два, конечного индекса в R. Очевидно, $B\lhd G$. Рассмотрим факторгруппу G/B. Как следует из Предложения 2.24 в факторгруппе G/B централизатор $C(B\ )$ конечен. По теореме Шункова (2.2) G/B - почти локально разрешима. Отсюда следует, что и G - почти локально разрешима (2.23). Противоречие. Таким образом, модулятор $M(i)$ инволюции i собственная подгруппа группы G.

Пусть $x\in M(i)$ и $[i,x]\ne å$. Очевидно, $i^x\in M(i)=M$ и $i^x\ _i\equiv: i$. По Лемме 1.5 $(\forall g\in G)(\ i^g\in M)$ и $i^g\ _i\equiv: i$. Пусть A - черниковская полная часть $C(i)$. Так как $A<C(i^g)=(C(i)\ ^g\cong C(i)$, то $A=A^g$ и $A\lhd G$. Таким образом, группа G обладает черниковским нормальным делителем. Этот случай нами уже рассмотрен. Он приводит к противоречию. Следовательно, $(\forall x\in M)([i,x]=å)$. Отсюда следует, что $M\le C(i)=C$ и $Æ\ (C)=M$. Так как $M\lhd C$, то $(\forall c\in C)\forall x\in M(c^x\in M)$. Отсюда следует, что $(\forall g\in G)(\ c^g\in M)$ и $K=гр(c^g)\lhd G$. Очевидно, K - черниковская группа. Противоречие. Таким образом, $M\le Z(G)$ и M - бесконечная абелева черниковская группа. Так как $(\forall h\in M)(\ M(h)\le M)$, то в M все элементы индексно эквивалентны. Если $(\forall x\in G)(\ M^x\cap M=å)$, то $h^x\in M$ и $K=гр(h^g)\le M<G$. Этот случай ведет к противоречию. Таким образом, $(\forall g\in G\setminus M)(\ M\cap M^g=å)$ и группа G обладает парой Фробениуса. По

Предложению 2.19 $G = F \leftthreetimes M$. Поскольку M содержит инволюции, то F - группа без элементов порядка два и, следовательно (2.1), F - локально - разрешима. Отсюда G почти локально -разрешима (2.23). Противоречие.

Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черников С.Н. Условия конечности в общей теории групп // УМН-1959, 14, №5. С.45-96.
2. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.Н. Основы теории групп // М.: Наука, 1982. 384с.
3. Черников С.Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп // М.: Наука, 1980. 384с.
4. Черников С.Н. О проблеме Шмидта // Укр. матем. ж. – 1971, 23, №5. С. 598 – 603.
5. Каргаполов М.И. О проблеме О.Ю. Шмидта // Сиб. матем. ж. -№4, 1963. С.233-235.
6. Шунков В.П. О проблеме минимальности для локально - конечных групп // Алгебра и логика – 1970. 9. №2. С.220-248
7. Шунков В.П. О локально - конечных группах с условием минимальности для абелевых подгрупп // Алгебра и логика – 1970. 9. №5. С.579–615.
8. Kegel O.H., Werhfritz B.A. Lokally finite groups // Amsterdam-London. 1973 y., 210p.
9. Беляев В.В. Локально - конечные группы, все собственные подгруппы которых почти абелевы // Сибирский матем. ж., №3, 1983г. С.11-17.
10. Беляев В.В. Локально - конечные группы с черниковскими p-подгруппами // Алгебра и логика 1981. 20. №6. С.605–619.
11. Павлюк И.И. Шунков В.П. О локально – конечных группах с условием min – p по всем p // Тезисы докладов VII Всесоюзного симпозиума по теории групп. Красноярск – 1980. С.84–85.
12. Черников Н.С. О бесконечных простых локально - конечных группах // Препринт АН УССР 37. №82. Киев, - 1982. 20с.
13. Bruno B. On Groups with “Abelin by Finite ” proper Subgroups // Bolletino U.M.I. – 1984. 6. 3–13. P.197–225.
14. Беляев В.В. Группы типа Миллера-Морено // Сибирский Матем. ж.: №3, 1978г. С.509-514.
15. Шунков В.П. Локально - конечные группы конечного ранга // Алгебра и логика – 1971.10, №2. С.199–225.
16. Павлюк И.И. О сопряженно бипримитивно конечных группах с индексно - сравнимыми подгруппами // В кн. «Исследования по алгебраической теории чисел и конструктивной алгебре» - Алма-Ата. 1988. С. 39-47.

17. Павлюк И.И. О бинарно конечных группах с черниковскими силовскими подгруппами // В кн. VIII Всесоюзный симпозиум по теории групп. Тезисы докладов. – Киев, 1982.-92с.

18. Курош А.Г. Теория групп // М. Наука. 1967.-648с.

19. Feit W., Tompson J.G. Solvability of groups of odd order // Pacif. J. Math. – 1963. 13. №3. P.775-1029.

20. Шунков В.П. О периодических группах с почти регулярной инволюцией // Алгебра и логика – 1972. 11, №4.-С.470–493.

21. Беляев В.В. Группы с почти регулярной инволюцией // Алгебра и логика. 26, №5, 1987.-С.531-535.

22. Шунков В.П. M_p–группы // М.: Наука, 1990.-150с.

23. Горчаков Ю.М. Группы с конечными классами сопряженных элементов – М.: Наука, 1978.-120с.

24. Шунков В.П. Об абстрактных характеризациях некоторых линейных групп // В книге «Алгебра. Матрицы и матричные группы». Красноярск, 1970.-С.3-54.

25. Шунков В.П. Об одном классе р-групп // Алгебра и логика. 1970, №4.-С.484-496.

Түйіндеме

Мұнда мына тұжырымды: «минималдық шарты бойынша локальдық – ақырлы топ Черниковтікі» дәлелдеуге қажетті дайындау теориялық материалы жинақталған.

Resume

Here the preparatory theoretical material which necessary for the proof of a statement about that locally – finite group with a minimality condition is a Tchernikov group is collected.

УДК 530.1:537.8

О СТРУКТУРЕ МАТРИЦЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ НЕОДНОРОДНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД С ПЬЕЗОМАГНИТНЫМ ЭФФЕКТОМ

С.К. Тлеукенов, Т.С. Досанов, Б.А. Кынырбеков
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

Введение. Развитие и применение аналитических методов исследования волновых процессов в анизотропных неоднородных средах представляет собой важную теоретическую проблему. Существующие в настоящее время методы исследования волнового поля в таких средах подробно изложены в работах [1-8].

В данной работе на основе аналитического метода матрицанта построена структура матриц коэффициентов неоднородных анизотропных сред ромбической сингонии классов 222, mm2, mmm и, как следствие, получены структуры матриц коэффициентов для сред: тетрагональной сингонии классов 422, 4mm, $\overline{4}$2m, 4/mmm, тетрагональной сингонии классов 4′22′, 4′mm′, $\overline{4}'$ 2′m, 4′/mmm′, гексагональной сингонии классов 622, 6mm, $\overline{6}$ m2, 6/mmm и кубической сингонии классов 23, m3, 4′32′, $\overline{4}'$ 3m′, m3m′. Построение структуры матриц коэффициентов представляет как самостоятельный интерес, так и является отправной точкой для получения последующих важных результатов.

Применение метода матрицанта к широкому классу феноменологических сред свидетельствует о его адекватности и эффективности [9,10]. Основным преимуществом метода матрицанта является единообразие описания волновых процессов в неоднородных анизотропных средах с различными физико-механическими свойствами.

Полная система уравнений для безграничной пьезомагнитной среды. Определяющие соотношения для анизотропной среды с пьезомагнитным эффектом, как известно, имеют вид [11-13]:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl} - Q_{ijk}H_k \tag{1}$$

$$B_i = \mu_{ij}H_j + Q_{ijk}\varepsilon_{ij} \tag{2}$$

$$D_i = \acute{y}_j E_j \tag{3}$$

где σ_{ij} – тензор напряжения, c_{ijkl} – тензор упругости;

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{l,k} + u_{k,l}) \tag{4}$$

тензор деформации; Q_{ijk} – тензор пьезомагнитных коэффициентов; $ý_{ij}$,μ_{ij} – тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости; $\vec{H}$, $\vec{E}$ – напряженности магнитного и электрического поля; $\vec{B}$, $\vec{D}$ – индукции магнитного и электрического поля.

Уравнения движения упругой среды [13]

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \tag{5}$$

где r – плотность среды; $\vec{u}$ – вектор смещения.

Уравнения Максвелла (вектор плотности тока $\vec{j} = 0$)

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t};\ rot\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{6}$$

Матрица коэффициентов. Рассматривается неограниченная анизотропная упругая среда с пьезомагнитным эффектом. Декартова система координат совмещена с соответствующей кристаллографической системой координат анизотропной среды. Среда предполагается неоднородной вдоль оси z.

Для анализа системы уравнений (1)-(6) в случае гармонических волн, используется метод разделения переменных и представления решения в виде:

$$f(x, y, z, t) = f(z)\exp(i\omega t - imx - iny) \tag{7}$$

где m и n – компоненты волнового вектора $\vec{k}$.

На основе представления (7), система уравнений (1)–(6) приводится к эквивалентной системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно вектора столбца $\vec{w}$

$$\frac{d\vec{w}}{dz} = \hat{B}\vec{w} \tag{8}$$

где

$$\vec{w} = (u_z, \sigma_{zz}, u_x, \sigma_{xz}, u_y, \sigma_{yz}, E_y, H_x, H_y, E_x)^t \tag{9}$$

– вектор столбец независимых переменных, индекс «*t*» в данном случае означает операцию транспонирования вектора строки в вектор столбец; $\hat{B} = \hat{B}[c_{ijkl}(z), Q_{ijk}(z), \mu_{ij}(z), э_{ij}(z), \rho(z), \omega, m, n]$ – матрица коэффициентов, элементы которой содержат в себе параметры среды в которой распространяются связанные упругие и электромагнитные волны [8]. Множитель $\exp(i\omega t - imx - iny)$ здесь и далее опущен.

Рассмотрим построение системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка в случае распространения связанных упругих и электромагнитных волн в анизотропной пьезомагнитной среде **ромбической сингонии классов 222, mm2, mmm**. Оси декартовой системы координат совместим с соответствующими кристаллографическими осями. Для ромбической сингонии, если оси параллельны нормалям к плоскостям симметрии, независимые модули упругости можно представить в виде следующей матрицы [12]:

$$c_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \qquad (10)$$

Матрица пьезомагнитных модулей для ромбической сингонии классов 222, *mm*2, *mmm* имеет вид [12]:

$$Q_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & Q_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{36} \end{pmatrix} \qquad (11)$$

Тензоры магнитной и электрической проницаемости имеют вид [12]:

$$\mu_{ij} = \begin{pmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{pmatrix}; э_{ij} = \begin{pmatrix} э_{11} & 0 & 0 \\ 0 & э_{22} & 0 \\ 0 & 0 & э_{33} \end{pmatrix}. \qquad (12)$$

Т.е. число физико-механических параметров пьезомагнитной среды ромбической сингонии классов 222, mm2, mmm, включая плотность среды, равно 19.

Из уравнений (1)-(7) получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{\mathrm{d}u_z}{\mathrm{d}z} = \frac{1}{c_{33}}\sigma_{zz} + im\frac{c_{13}}{c_{33}}u_x + in\frac{c_{23}}{c_{33}}u_y$$

$$\frac{\mathrm{d}u_z}{\mathrm{d}z}=\frac{1}{c_{33}}\sigma_{zz}+im\frac{c_{13}}{c_{33}}u_x+in\frac{c_{23}}{c_{33}}u_y$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{zz}}{\mathrm{d}z}=-\rho\omega^2u_z+im\sigma_{xz}+in\sigma_{yz}$$

$$\frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}z}=imu_z+\frac{1}{c_{55}}\sigma_{xz}+\frac{Q_{25}}{c_{55}}H_y$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{xz}}{\mathrm{d}z}=im\frac{c_{13}}{c_{33}}\sigma_{zz}+(m^2c_{11}+n^2c_{66}-\rho\omega^2+\frac{(nQ_{36})^2}{\mu_{33}}-\frac{(mc_{13})^2}{c_{33}})u_x-imn\frac{Q_{36}}{\omega\mu_{33}}E_y+$$
$$mn\left((c_{12}+c_{66})+\frac{Q_{36}^2}{\mu_{33}}-\frac{c_{13}c_{23}}{c_{33}}\right)u_y+in^2\frac{Q_{36}}{\omega\mu_{33}}E_x \tag{13}$$

$$\frac{\mathrm{d}u_y}{\mathrm{d}z}=inu_z+\frac{Q_{14}}{c_{44}}H_x+\frac{1}{c_{44}}\sigma_{yz}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{yz}}{\mathrm{d}z}=in\frac{c_{23}}{c_{33}}\sigma_{zz}+mn\left((c_{12}+c_{66})+\frac{Q_{36}^2}{\mu_{33}}-\frac{c_{13}c_{23}}{c_{33}}\right)u_x-i\frac{m^2Q_{36}}{\omega\mu_{33}}E_y+$$
$$(m^2c_{66}+n^2c_{22}-\rho\omega^2+\frac{(mQ_{36})^2}{\mu_{33}}-\frac{(nc_{23})^2}{c_{33}})u_y+inm\frac{Q_{36}}{\omega\mu_{33}}E_x$$

$$\frac{\mathrm{d}E_y}{\mathrm{d}z}=i\omega(\mu_{11}-\frac{n^2}{\omega^2\text{э}_{33}}+\frac{Q_{14}^2}{c_{44}})H_x+i\omega\frac{Q_{14}}{c_{44}}\sigma_{yz}+i\frac{mn}{\omega\text{э}_{33}}H_y$$

$$\frac{\mathrm{d}H_x}{\mathrm{d}z}=mn\frac{Q_{36}}{\mu_{33}}u_x+i\omega\left(\text{э}_{22}-\frac{m^2}{\omega^2\mu_{33}}\right)E_y+\frac{m^2Q_{36}}{\mu_{33}}u_y+i\frac{mn}{\omega\mu_{33}}E_x$$

$$\frac{\mathrm{d}H_y}{\mathrm{d}z}=n^2\frac{Q_{36}}{\mu_{33}}u_x-i\frac{mn}{\omega\mu_{33}}E_y+mn\frac{Q_{36}}{\mu_{33}}u_y-i\omega\left(\text{э}_{11}-\frac{n^2}{\omega^2\mu_{33}}\right)E_x$$

$$\frac{\mathrm{d}E_x}{\mathrm{d}z}=-i\omega\frac{Q_{25}}{c_{55}}\sigma_{xz}-i\frac{mn}{\omega\text{э}_{33}}H_x-i\omega\left(\mu_{22}-\frac{m^2}{\omega^2\text{э}_{33}}+\frac{Q_{25}^2}{c_{55}}\right)H_y$$

Остальные переменные выражаются через десять основных, следующим образом

$$\sigma_{xx}=\frac{c_{13}}{c_{33}}\sigma_{zz}+im\left(\frac{c_{13}^2}{c_{33}}-c_{11}\right)u_x+in\left(\frac{c_{13}c_{23}}{c_{33}}-c_{12}\right)u_y\,;$$

$$\sigma_{yy}=\frac{c_{23}}{c_{33}}\sigma_{zz}+im\left(\frac{c_{13}c_{23}}{c_{33}}-c_{12}\right)u_x+in\left(\frac{c_{23}^2}{c_{33}}-c_{22}\right)u_y\,;$$

$$\sigma_{xy} = -in\left(c_{66} + \frac{Q_{36}^2}{\mu_{33}}\right)u_x - im\left(c_{66} + \frac{Q_{36}^2}{\mu_{33}}\right)u_y - \frac{mQ_{36}}{\omega\mu_{33}}E_y + \frac{nQ_{36}}{\omega\mu_{33}}E_x;$$

$$E_z = \frac{n}{\omega э_{33}}H_x - \frac{m}{\omega э_{33}}H_y;$$

$$H_z = \frac{inQ_{36}}{\mu_{33}}u_x + \frac{imQ_{36}}{\mu_{33}}u_y + \frac{m}{\omega\mu_{33}}E_y - \frac{n}{\omega\mu_{33}}E_x$$

Из системы (13) следует система обыкновенных дифференциальных уравнений для пьезомагнитных кристаллов тетрагональной сингонии классов 422, 4mm, $\bar{4}$2m, 4/mmm, тетрагональной сингонии классов 4′22′, 4′mm′, $\bar{4}'$2′m, 4′/mmm′, гексагональной сингонии классов 622, 6mm, $\bar{6}$m2, 6/mmm и кубической сингонии классов 23, m3, 4′32′, $\bar{4}'$3m′, m3m′.

Для пьезомагнитных кристаллов классов 422, 4mm, $\bar{4}$2m, 4/mmm

$$c_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix},\ Q_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & Q_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Q_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (14)$$

$$\mu_{ij} = \begin{pmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{pmatrix};\ э_{ij} = \begin{pmatrix} э_{11} & 0 & 0 \\ 0 & э_{11} & 0 \\ 0 & 0 & э_{33} \end{pmatrix} \qquad (15)$$

Поэтому в (13) необходимо сделать замены $c_{22} = c_{11}$, $c_{23} = c_{13}$, $c_{55} = c_{44}$, $Q_{25} = -Q_{14}$, $Q_{36} = 0$, $э_{22} = э_{11}$ и $\mu_{22} = \mu_{11}$, т.е. число параметров среды уменьшается на 7, и становится равным 12.

Для классов 4′22′, 4′mm′, $\bar{4}'$2′m, 4′/mmm′, матрицы тензора упругости, диэлектрической и магнитной проницаемости такие же, как и у классов 422, 4mm, $\bar{4}$2m, 4/mmm, т.е. имеют вид (14) и (15), а матрица пьезомагнитных коэффициентов несколько отлична

$$Q_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & Q_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{36} \end{pmatrix} \qquad (16)$$

Поэтому в (13) нужно положить $c_{22}=c_{11}$, $c_{23}=c_{13}$, $c_{55}=c_{44}$, $Q_{25}=-Q_{14}$, $Q_{36}=0$, $э_{22}=э_{11}$ и $\mu_{22}=\mu_{11}$, т.е. число параметров становится равным 13.

Для классов 622, 6mm, $\bar{6}$m2, 6/mmm, матрицы пьезомагнитных коэффициентов, диэлектрической и магнитной проницаемости такие же, как и у классов 422, 4mm, $\bar{4}$2m, 4/mmm, т.е. имеют вид (14) и (15), а матрица тензора упругости

$$c_{\alpha\beta}=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (c_{11}-c_{12})/2 \end{pmatrix} \qquad (17)$$

Поэтому в (13) полагаем $c_{22}=c_{11}$, $c_{23}=c_{13}$, $c_{55}=c_{44}$, $Q_{25}=-Q_{14}$, $Q_{36}=0$, $э_{22}=э_{11}$ и $\mu_{22}=\mu_{11}$, т.е. число параметров становится равным 11.

Для классов 23, m3, 4′32′, $\bar{4}'$3m′, m3m′

$$c_{\alpha\beta}=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix},\ Q_{ik}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & Q_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{14} \end{pmatrix} \qquad (18)$$

$$\mu_{ij}=\begin{pmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{11} \end{pmatrix};\ э_{ij}=\begin{pmatrix} э_{11} & 0 & 0 \\ 0 & э_{11} & 0 \\ 0 & 0 & э_{11} \end{pmatrix} \qquad (19)$$

Поэтому в (13) полагаем $c_{22}=c_{11}$, $c_{23}=c_{13}$, $c_{55}=c_{44}$, $Q_{25}=-Q_{14}$, $Q_{36}=0$, $э_{22}=э_{11}$ и $\mu_{22}=\mu_{11}$, т.е. число параметров становится равным 7.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (13) позволяет записать структуру матрицы коэффициентов $\hat{B}$, входящей в уравнение (8), и вектор столбец независимых переменных, в объемном случае для пьезомагнитных сред **ромбической сингонии классов 222, mm2, mmm** [14,15]:

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 & b_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} & 0 & b_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{39} & 0 \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 & b_{45} & 0 & b_{47} & 0 & 0 & b_{410} \\ b_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{56} & 0 & b_{58} & 0 & 0 \\ 0 & b_{15} & b_{45} & 0 & b_{65} & 0 & b_{67} & 0 & 0 & b_{610} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega b_{58} & 0 & b_{78} & b_{79} & 0 \\ 0 & 0 & i\omega b_{47} & 0 & i\omega b_{67} & 0 & b_{87} & 0 & 0 & b_{810} \\ 0 & 0 & -i\omega b_{410} & 0 & -i\omega b_{610} & 0 & -b_{810} & 0 & 0 & b_{910} \\ 0 & 0 & 0 & -i\omega b_{39} & 0 & 0 & 0 & -b_{79} & b_{109} & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

Вектор столбец имеет вид (9).

Из структуры матрицы коэффициентов видно, что в объемном случае продольная упругая волна связана с поперечной упругой волной x поляризации (не равенство нулю элементов b_{13} и b_{24}) и с поперечной волной y поляризации (наличие элементов b_{15} и b_{26}). Продольная упругая волна не связана с электромагнитными TE и TM волнами. Упругая волна x поляризации связана с упругой волной y поляризации (не равенство нулю элемента b_{45}), с электромагнитной TE волной (отличие от нуля элемента b_{47}) и электромагнитной TM волной (не равенство нулю элемента $b410_{47}$). Упругая волна y поляризации связана с электромагнитной TE волной (наличие отличных от нуля элементов b_{58} и b_{67}) и электромагнитной TM волной (отличный от нуля элемент b_{610}). Электромагнитная TE волна связана с электромагнитной TM волной (не равенство нулю элементов b_{79} и b_{810}).

Элементы матрицы $\hat{B}$ (20) имеют вид:

$$b_{12} = \frac{1}{c_{33}};\ b_{13} = \frac{imc_{13}}{c_{33}};\ b_{15} = \frac{inc_{23}}{c_{33}};\ b_{21} = -\rho\omega^2;\ b_{24} = im;\ b_{26} = in;\ b_{34} = \frac{1}{c_{55}};$$

$$b_{39} = \frac{Q_{25}}{c_{55}};\ b_{43} = -\rho\omega^2 + m^2\left(c_{11} - \frac{c_{13}{}^2}{c_{33}}\right) + n^2\left(c_{66} + \frac{Q_{36}{}^2}{\mu_{33}}\right);$$

$$b_{45} = mn\left(c_{12} + c_{66} - \frac{c_{13}c_{23}}{c_{33}} + \frac{Q_{36}^2}{\mu_{33}}\right);\ b_{47} = -\frac{imnQ_{36}}{\omega\mu_{33}};\ b_{410} = \frac{in^2Q_{36}}{\omega\mu_{33}};\ b_{56} = b_{39};\ b_{58} = \frac{Q_{14}}{c_{44}};$$

$$b_{65} = -\rho\omega^2 + n^2\left(c_{22} - \frac{c_{23}^2}{c_{33}}\right) + m^2\left(c_{66} + \frac{Q_{36}{}^2}{\mu_{33}}\right);\ b_{67} = -\frac{im^2Q_{36}}{\omega\mu_{33}};\ b_{610} = \frac{imnQ_{36}}{\omega\mu_{33}};$$

$$b_{78} = i\omega\left(\mu_{11} - \frac{n^2}{\omega^2 э_{33}} + \frac{Q_{14}^2}{c_{44}}\right);\ b_{79} = \frac{imn}{\omega э_{33}};\ b_{87} = i\omega\left(э_{22} - \frac{m^2}{\omega^2\mu_{33}}\right);\ b_{810} = \frac{inm}{\omega\mu_{33}}$$

$$b_{910} = -i\omega\left(\text{э}_{11} - \frac{n^2}{\omega^2\mu_{33}}\right);\ b_{109} = -i\omega\left(\mu_{22} - \frac{m^2}{\omega^2\text{э}_{33}} + \frac{Q_{25}^2}{c_{55}}\right)$$

Анализ структуры матрицы коэффициентов (20) в случае распространения волн вдоль плоскостей и в одномерном случае приведен в статье [14].

Для сред тетрагональной сингонии классов **4′22′, 4′mm′, $\overline{4}'$2m′, 4′/mmm′** матрица коэффициентов, как следует из (13) с учетом (14)-(16), имеет структуру аналогичную (20). Однако в этом случае некоторые из элементов b_{ij} имеют несколько иной вид:

$$b_{12} = \frac{1}{c_{33}};\ b_{13} = \frac{imc_{13}}{c_{33}};\ b_{15} = \frac{inc_{23}}{c_{33}};\ b_{21} = -\rho\omega^2;\ b_{24} = im;\ b_{26} = in;\ b_{34} = \frac{1}{c_{44}};$$

$$b_{39} = \frac{Q_{14}}{c_{44}};\ b_{43} = -\rho\omega^2 + m^2\left(c_{11} - \frac{c_{13}^{\ 2}}{c_{33}}\right) + n^2\left(c_{66} + \frac{Q_{36}^{\ 2}}{\mu_{33}}\right);$$

$$b_{45} = mn\left(c_{12} + c_{66} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} + \frac{Q_{36}^2}{\mu_{33}}\right);\ b_{47} = -\frac{imnQ_{36}}{\omega\mu_{33}};\ b_{410} = \frac{in^2Q_{36}}{\omega\mu_{33}};\ b_{56} = b_{34};\ b_{58} = b_{39};$$

$$b_{65} = -\rho\omega^2 + n^2\left(c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}}\right) + m^2\left(c_{66} + \frac{Q_{36}^{\ 2}}{\mu_{33}}\right);\ b_{67} = -\frac{im^2Q_{36}}{\omega\mu_{33}};\ b_{610} = \frac{imnQ_{36}}{\omega\mu_{33}};$$

$$b_{78} = i\omega\left(\mu_{11} - \frac{n^2}{\omega^2\text{э}_{33}} + \frac{Q_{14}^2}{c_{44}}\right);\ b_{79} = \frac{imn}{\omega\text{э}_{33}};\ b_{87} = i\omega\left(\text{э}_{11} - \frac{m^2}{\omega^2\mu_{33}}\right);\ b_{810} = \frac{inm}{\omega\mu_{33}};$$

$$b_{910} = -i\omega\left(\text{э}_{11} - \frac{n^2}{\omega^2\mu_{33}}\right);\ b_{109} = -i\omega\left(\mu_{11} - \frac{m^2}{\omega^2\text{э}_{33}} + \frac{Q_{25}^2}{c_{55}}\right).$$

Для сред кубической сингонии классов **23, m3, 4′32′, $\overline{4}'$3m′, m3m′** матрица коэффициентов, как следует из (13) с учетом (18)-(19), имеет структуру аналогичную (20). Однако в этом случае некоторые элементы имеют несколько иной вид:

$$b_{12} = \frac{1}{c_{11}};\ b_{13} = \frac{imc_{12}}{c_{11}};\ b_{15} = \frac{inc_{12}}{c_{11}};\ b_{21} = -\rho\omega^2;\ b_{24} = im;\ b_{26} = in;\ b_{34} = \frac{1}{c_{44}};$$

$$b_{39} = \frac{Q_{14}}{c_{44}};\ b_{43} = -\rho\omega^2 + m^2\left(c_{11} - \frac{c_{12}^{\ 2}}{c_{11}}\right) + n^2\left(c_{44} + \frac{Q_{14}^{\ 2}}{\mu_{11}}\right);$$

$$b_{45} = mn\left(c_{12} + c_{44} - \frac{c_{12}^2}{c_{11}} + \frac{Q_{14}^2}{\mu_{11}}\right);\ b_{47} = -\frac{imnQ_{14}}{\omega\mu_{11}};\ b_{410} = \frac{in^2Q_{14}}{\omega\mu_{11}};\ b_{56} = b_{39};\ b_{58} = b_{39};$$

$$b_{65} = -\rho\omega^2 + n^2\left(c_{11} - \frac{c_{12}^2}{c_{11}}\right) + m^2\left(c_{44} + \frac{Q_{14}{}^2}{\mu_{11}}\right);\ b_{67} = -\frac{im^2 Q_{14}}{\omega\mu_{11}};\ b_{610} = \frac{imnQ_{14}}{\omega\mu_{11}};$$

$$b_{78} = i\omega\left(\mu_{11} - \frac{n^2}{\omega^2 э_{11}} + \frac{Q_{14}^2}{c_{44}}\right);\ b_{79} = \frac{imn}{\omega э_{11}};\ b_{87} = i\omega\left(э_{11} - \frac{m^2}{\omega^2\mu_{11}}\right);\ b_{810} = \frac{inm}{\omega\mu_{11}};$$

$$b_{910} = -i\omega\left(э_{11} - \frac{n^2}{\omega^2\mu_{11}}\right);\ b_{109} = -i\omega\left(\mu_{11} - \frac{m^2}{\omega^2 э_{11}} + \frac{Q_{14}^2}{c_{44}}\right).$$

Тетрагональная сингония классов **422, 4mm, $\bar{4}$2m, 4/mmm**. Система (13) с учетом (14)-(15) позволяет записать:

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 & b_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} & 0 & b_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{39} & 0 \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 & b_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{56} & 0 & b_{58} & 0 & 0 \\ 0 & b_{15} & b_{45} & 0 & b_{65} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega b_{58} & 0 & b_{78} & b_{79} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{87} & 0 & 0 & b_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{810} & 0 & 0 & b_{910} \\ 0 & 0 & 0 & -i\omega b_{39} & 0 & 0 & 0 & -b_{79} & b_{109} & 0 \end{pmatrix} \qquad (21)$$

Матрица коэффициентов (21) отличается от матрицы (20) тем, что в ней равны нулю элементы b_{47}, b_{410}, b_{67} и b_{610}.

Элементы матрицы (21)

$$b_{12} = \frac{1}{c_{33}};\ b_{13} = \frac{imc_{13}}{c_{33}};\ b_{15} = \frac{inc_{13}}{c_{33}};\ b_{21} = -\rho\omega^2;\ b_{24} = im;\ b_{26} = in;\ b_{34} = \frac{1}{c_{44}};$$

$$b_{39} = -\frac{Q_{14}}{c_{44}};\ b_{43} = -\rho\omega^2 + m^2\left(c_{11} - \frac{c_{13}{}^2}{c_{33}}\right) + n^2 c_{66};\ b_{45} = mn\left(c_{12} + c_{66} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}}\right);\ b_{56} = b_{34};$$

$$b_{58} = -b_{39};\ b_{65} = -\rho\omega^2 + n^2\left(c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}}\right) + m^2 c_{66};\ b_{78} = i\omega\left(\mu_{11} - \frac{n^2}{\omega^2 э_{33}} + \frac{Q_{14}^2}{c_{44}}\right);$$

$$b_{79} = \frac{imn}{\omega э_{33}};\ b_{87} = i\omega\left(э_{11} - \frac{m^2}{\omega^2\mu_{33}}\right);\ b_{810} = \frac{inm}{\omega\mu_{33}};\ b_{910} = -i\omega\left(э_{11} - \frac{n^2}{\omega^2\mu_{33}}\right);$$

$$b_{109} = -i\omega\left(\mu_{11} - \frac{m^2}{\omega^2 э_{33}} + \frac{Q_{14}^2}{c_{44}}\right).$$

Для сред гексагональной сингонии классов **622, 6mm, $\bar{6}$2m, 6/mmm** матрица коэффициентов, как следует из (13) с учетом (14), (15) и (17), имеет структуру аналогичную (21). Только в этом случае некоторые из элементов b_{ij} имеют несколько иной вид:

$$b_{12} = \frac{1}{c_{33}};\ b_{13} = \frac{imc_{13}}{c_{33}};\ b_{15} = \frac{inc_{13}}{c_{33}};\ b_{21} = -\rho\omega^2;\ b_{24} = im;\ b_{26} = in;\ b_{34} = \frac{1}{c_{44}};$$

$$b_{39} = -\frac{Q_{14}}{c_{44}};\ b_{43} = -\rho\omega^2 + m^2\left(c_{11} - \frac{c_{13}{}^2}{c_{33}}\right) + \frac{n^2(c_{11} - c_{12})}{2};\ b_{45} = \frac{mn}{2}\left(c_{11} + c_{12} - \frac{2c_{13}^2}{c_{33}}\right);$$

$$b_{56} = b_{34};\ b_{58} = -b_{39};\ b_{65} = -\rho\omega^2 + n^2\left(c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}}\right) + \frac{m^2(c_{11} - c_{12})}{2};$$

$$b_{78} = i\omega\left(\mu_{11} - \frac{n^2}{\omega^2 э_{33}} + \frac{Q_{14}^2}{c_{44}}\right);\ b_{79} = \frac{imn}{\omega э_{33}};\ b_{87} = i\omega\left(э_{11} - \frac{m^2}{\omega^2 \mu_{33}}\right);\ b_{810} = \frac{inm}{\omega \mu_{33}};$$

$$b_{910} = -i\omega\left(э_{11} - \frac{n^2}{\omega^2 \mu_{33}}\right);\ b_{109} = -i\omega\left(\mu_{11} - \frac{m^2}{\omega^2 э_{33}} + \frac{Q_{14}^2}{c_{55}}\right).$$

Заключение. Таким образом, в данной статье построена структура матриц коэффициентов для неоднородных анизотропных пьезомагнитных сред некоторых классов кубической, гексагональной, тетрагональной и ромбической сингонии. Вычислен явный вид элементов матриц коэффициентов для рассматриваемых сред. Проведен анализ структур матриц коэффициентов, выявлена связь и взаимная трансформация волн различной поляризации и различной физической природы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М. Волны и слоистых средах. – М.:Наука, 1973. – 343 с.
2. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. – М.: Наука. – 1989. – 416 с.
3. Федоров Ф. И. Теория упругих волн в кристаллах. – М.: Наука, 1956. – 386 с.
4. Федоров Ф. И. Теория гиротропии. – Минск.: Наука и техника, 1976. – 456 с.
5. Балакирев М. К., Гилинский И. А. Волны в пьезокристаллах. – Новосибирск: Наука, 1982. – 239 с.
6. Бабич В.М., Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. Метод эталонных задач. – Москва, 1973. – 456 с.
7. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред – Акуст. журн. – 1968. – Т. 14 – № 1. – С. 1-24.

8. Кравцов Ю.А., Найда О.Н., Фуки А.А. Волны в слабоанизотропных трехмерно неоднородных средах: квазиизотропное приближение геометрической оптики – УФН. – 1996. – Том 166 – № 2. – С. 456-464.

9. Тлеукенов С.К. О характеристической матрице периодически неоднородного слоя. – В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. – Ленинград: Зап. научн. семин., ЛОМИ. – 1987. – Т. 165. – С. 177-181.

10. Тлеукенов С.К. Метод матриcанта. – Павлодар: НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004. – 148 с.

11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. – В 10-ти т. – Т. VIII. – Электродинамика сплошных сред: учеб. пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1982, 621 с.

12. Вайнштейн Б.К. Современная кристаллография (в четырех томах). Том 4. Физические свойства кристаллов /Шувалов Л. Л., Урусовская Л.Л. Желудев И. С. и др. – М.: Наука, 1981. – 496 с.

13. Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г. Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях // Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. – М.: Мир, 1966. – Т. 1, ч. А. – С. 204–326.

14. Тлеукенов С.К., Досанов Т.С. О распространении пьезомагнитных волн в неограниченной анизотропной среде ромбической сингонии классов 222, mm2, mmm с пьезомагнитным эффектом – Известия НАН РК. – 2009. – № 5 – С. 69-75.

15. Тлеукенов С.К., Досанов Т.С., Жукенов М.К. Об уравнениях дисперсии связанных волн в периодически-неоднородной анизотропной среде ромбической сингонии классов 222, mm2, mmm с пьезомагнитным эффектом. – Вестник ЕНУ. – 2009. – № 2 – С. 64-68.

Түйіндеме

Жұмыста матрицант әдісі негізінде кубты, гексагоналды, тетрагоналды және ромбты біртексіз анизотропты пьезомагнитті орталардың кейбір кластары үшін коэффициенттер матрицасының құрылымы алынған Қарастырылған орталар үшін коэффициенттер матрицалары элементтерінің айқын түрлері есептелген. Коэффициенттер матрицаларының құрылымына талдау жүргізілді, түрлі поляризациялы және физикалық табиғаттары әртүрлі толқындардың байланысы мен өзара трансформациясы анықталды.

Resume

In work on the basis of a method matrizer the structure of matrixes of factors for non-uniform anisotropic piezomagnetic environments of some classes cubic, hexagonal, tetragonal and rhombic system is constructed. The obvious kind of elements of matrixes of factors for considered environments is calculated. The analysis of structures of matrixes of factors is *carried out, communication and mutual transformation of waves of various polarisation and the various physical nature is revealed.*

УДК 530.1:537.8

ОБ ОТРАЖЕНИИ ВОЛН ОТ ОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПЬЕЗОМАГНИТНОЙ СРЕДЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ ТИПОВ ВОЛН

С.К. Тлеукенов, Т.С. Досанов, Б.А. Кынырбеков
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

Введение. Проблема аналитического исследования отражения связанных упругих и электромагнитных волн на границе анизотропных пьезомагнитных сред представляет как теоретический, так и практический интерес. Об уровне современных исследований в этой области можно судить по обзорным работам [1-7]. В работе [8] решена задача отражения электромагнитных волн на границе анизотропных сред без пьезоэффекта. В статьях [9-12] рассматриваются связанные упругие и электромагнитные волны в магнитоупорядоченных средах. Однако в этих работах изучаются частные случаи анизотропии, причем, анизотропные среды высокой симметрии (кубической, гексагональной).

В данной работе на основе метода матрицанта [13,14] получено аналитическое решение задачи отражения на границе однородного изотропного диэлектрика и однородной анизотропной пьезомагнитной среды для случая когда связаны два типа волны (упругая поперечная и электромагнитная ТЕ или ТМ волна).

Аналитическое представление матрицанта однородных сред. В случае матриц четвертого порядка аналитический вид матрицанта однородной среды имеет вид [14]:

$$\hat{T}_{одн} = \frac{\hat{P} - p_2\hat{E}}{p_1 - p_2}(\hat{E}\cos kz + \frac{\hat{B}}{k}\sin kz) - \frac{\hat{P} - p_1\hat{E}}{p_2 - p_1}(\hat{E}\cos \kappa z + \frac{\hat{B}}{\kappa}\sin \kappa z) \tag{1}$$

где

$$\hat{P} = \hat{E} + \frac{\hat{B}^2 h^2}{2} \tag{2}$$

$$\left.\begin{matrix} k^2 \\ \kappa^2 \end{matrix}\right\} = \frac{2(1-p_{1,2})}{h^2} \tag{3}$$

p_1 и p_2 – корни характеристического уравнения $\det(\hat{P}-\lambda\hat{E})=0$; $\hat{B}$ – матрица коэффициентов четвертого порядка.

k^2, κ^2 можно представить в виде:

$$\left.\begin{matrix} k^2 \\ \kappa^2 \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}(\Delta_1 \mp \sqrt{\Delta_2}) \tag{4}$$

Выражения для Δ_1 и Δ_2 определяются элементами матрицы $\hat{B}$.

Из формулы (1) следуют матриканты волн распространяющихся вдоль положительного направления оси z:

$$T^{+}_{одн} = \frac{1}{2}\left[\frac{\hat{P}-p_2\hat{E}}{p_1-p_2}(\hat{E}-\frac{\hat{B}}{ik})e^{-ikz} - \frac{\hat{P}-p_1\hat{E}}{p_2-p_1}(\hat{E}-\frac{\hat{B}}{i\kappa})e^{-i\kappa z}\right] \tag{5}$$

и волн распространяющихся вдоль отрицательного направления оси z:

$$T^{-}_{одн} = \frac{1}{2}\left[\frac{\hat{P}-p_2\hat{E}}{p_1-p_2}(\hat{E}+\frac{\hat{B}}{ik})e^{ikz} - \frac{\hat{P}-p_1\hat{E}}{p_2-p_1}(\hat{E}+\frac{\hat{B}}{i\kappa})e^{i\kappa z}\right] \tag{6}$$

Выражения (5) и (6) можно переписать:

$$T^{\pm}_{одн} = \frac{1}{2\left(k^2-\kappa^2\right)}(\hat{\Phi}^{\pm}e^{\mp ikz} - \hat{\Psi}^{\pm}e^{\mp i\kappa z}) \tag{7}$$

где

$$\hat{\Phi}^{\pm} = \left(\hat{B}^2+\kappa^2\hat{E}\right) \pm \frac{i}{k}\left(\hat{B}^3+\kappa^2\hat{B}\right) \tag{8}$$

$$\hat{\Psi}^{\pm} = \left(\hat{B}^2+k^2\hat{E}\right) \pm \frac{i}{\kappa}\left(\hat{B}^3+k^2\hat{B}\right) \tag{9}$$

$$\hat{T}^{\pm}_{одн}(0) = \frac{1}{2}(\hat{E} \pm \alpha\hat{R}) \tag{10}$$

где

$$\alpha = \frac{i}{k\kappa\left(k+\kappa\right)} \tag{11}$$

$$\hat{R} = \hat{B}^3 + \left(k\kappa + \Delta_1\right)\hat{B} \tag{12}$$

Постановка и решение задачи отражения. Пусть границей раздела двух однородных анизотропных полупространств является плоскость z=0. Среды будем считать, жестко связаными. Матрицант первой среды обозначим через $\hat{T}_1$, а матрицант второй среды через $\hat{T}_2$. Матричная постановка и решение данной задачи сводится к следующему.

Падающие, отраженные и преломленные волны задаются в виде:

$$\vec{w}_{пад} = \hat{T}_1^+ \vec{w}_a\,,\ \vec{w}_{отр} = \hat{T}_1^- \vec{w}_r\,,\ \vec{w}_{пр} = \hat{T}_2^+ \vec{w}_t \qquad (13)$$

где вектора $\vec{w}_{\text{ïàä}}$, $\vec{w}_{\text{îòð}}$, $\vec{w}_{\text{ïð}}$ – содержат смещения точек среды u_z , u_x , u_y компоненты тензора напряжений σ_{zz}, σ_{xz}, σ_{yz} и компоненты электромагнитного поля E_y, H_x, H_y, E_x; $\hat{T}_1^+$, $\hat{T}_1^-$ и $\hat{T}_2^+$ для матриц 4-го порядка определяются формулой (7). $\vec{w}_a$, $\vec{w}_r$, $\vec{w}_t$ – вектора определяющие амплитуды падающих, отраженных и преломленных волн соответственно.

Для решения задачи отражения волн необходимо записать граничные условия. Так как в векторы столбцы входят смещения, нормальные к границе компоненты напряжения и касательные к границе составляющие напряженностей электрического и магнитного полей, то первое условие запишется следующим естественным образом:

$$\hat{T}_1^+(0)\vec{w}_a + \hat{T}_1^-(0)\vec{w}_r = \hat{T}_2^+(0)\vec{w}_t \qquad (14)$$

Помимо этого условия ставится условие:

$$\vec{w}_a + \vec{w}_r = \vec{w}_t \quad (15)$$

Решая совместно (14) и (15) для векторов $\vec{w}_r$ и $\vec{w}_t$ получим:

$$\vec{w}_r = (\hat{T}_2^+(0) - \hat{T}_1^-(0))^{-1}(\hat{T}_1^+(0) - \hat{T}_2^+(0))\vec{w}_a \qquad (16)$$

$$\vec{w}_t = \left[\hat{E} + (\hat{T}_2^+(0) - \hat{T}_1^-(0))^{-1}(\hat{T}_1^+(0) - \hat{T}_2^+(0))\right]\vec{w}_a \qquad (17)$$

Введем обозначение

$$\hat{G} = (\hat{T}_2^+(0) - \hat{T}_1^-(0))^{-1}(\hat{T}_1^+(0) - \hat{T}_2^+(0)) \qquad (18)$$

Тогда (16) и (17) можно переписать

$$\vec{w}_r = \hat{G}\vec{w}_a \qquad (19)$$

$$\vec{w}_t = \left[\hat{E} + \hat{G}\right]\vec{w}_a \qquad (20)$$

Таким образом, из (13), (19)-(20) поле отраженных и преломленных волн запишутся в виде:

$$\vec{w}_{отр} = \hat{T}_1^- \hat{G}\vec{w}_a \qquad (21)$$

$$\vec{w}_{np} = \hat{T}_2^{+}(\hat{E}+\hat{G})\vec{w}_a \qquad (22)$$

Выражения (21) и (22) являются решениями поставленной задачи.

Матрицы коэффициентов 4-го порядка для всех классов пьезомагнитных сред имеют три различные структуры:

$$\hat{B}_2 = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & 0 & b_{14} \\ b_{21} & 0 & b_{23} & 0 \\ 0 & i\omega b_{14} & 0 & b_{34} \\ i\omega b_{23} & 0 & b_{43} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \sigma \\ E_y \\ H_x \end{pmatrix} \qquad (23)$$

$$\hat{B}_2 = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} \\ -i\omega b_{24} & 0 & 0 & b_{34} \\ 0 & -i\omega b_{13} & b_{43} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \sigma \\ H_y \\ E_x \end{pmatrix} \qquad (24)$$

$$\hat{B}_2 = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} \\ i\omega b_{24} & 0 & 0 & b_{34} \\ 0 & i\omega b_{13} & b_{43} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \sigma \\ E_y \\ H_x \end{pmatrix} \qquad (25)$$

Здесь, вместо u и σ может стоять либо u_x, σ_{xz}, либо u_y, σ_{yz}. Индекс «2» означает вторую среду. А матрицу коэффициентов 4-го порядка однородной изотропной среды получим как следствие матрицы (23). Обозначим элементы матрицы коэффициентов изотропной среды через a_{ij}:

$$\hat{B}_1 = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 \end{pmatrix} \qquad (26)$$

Для матрицы изотропной среды (26)

$$\left.\begin{matrix} k_1 \\ \kappa_1 \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} \sqrt{-a_{12}a_{21}} \\ \sqrt{-a_{34}a_{43}} \end{matrix}\right. \qquad (27)$$

Далее используя формулы (7)-(9) вычислим матриканты $\hat{T}_1^{\pm}$ однородной изотропной среды

$$\hat{T}_1^{\pm}=\begin{pmatrix} 1 & \pm\frac{ia_{12}}{k_1} & 0 & 0 \\ \pm\frac{ia_{21}}{k_1} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\frac{e^{\mp ik_1z}}{2}+\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \pm\frac{ia_{34}}{\kappa_1} \\ 0 & 0 & \pm\frac{ia_{43}}{\kappa_1} & 1 \end{pmatrix}\frac{e^{\mp i\kappa_1 z}}{2} \tag{28}$$

Отсюда

$$T_1^{\pm}(0)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \pm\frac{ia_{12}}{k_1} & 0 & 0 \\ \pm\frac{ia_{21}}{k_1} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \pm\frac{ia_{34}}{\kappa_1} \\ 0 & 0 & \pm\frac{ia_{43}}{\kappa_1} & 1 \end{pmatrix} \tag{29}$$

Рассмотрим задачу отражения для случая матрицы (23). Вычисления, по формулам (2)-(3), позволяют записать квадраты z-вых компонент волновых векторов в виде (4), где

$$\left.\begin{matrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{matrix}\right\}=\begin{cases}-b_{12}b_{21}-b_{34}b_{43}-2i\omega b_{14}b_{23}\\ (b_{12}b_{21}-b_{34}b_{43})^2+4i\omega(b_{14}b_{21}+b_{23}b_{34})(b_{12}b_{23}+b_{14}b_{43})\end{cases} \tag{30}$$

Вычисления по формуле (8) позволяет для $\hat{\Phi}^+$ записать

$$\hat{\Phi}^+=\begin{pmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} & \varphi_{14} \\ \varphi_{21} & \varphi_{11} & \varphi_{23} & \varphi_{24} \\ i\omega\varphi_{24} & i\omega\varphi_{14} & \varphi_{33} & \varphi_{34} \\ i\omega\varphi_{23} & i\omega\varphi_{13} & \varphi_{43} & \varphi_{33} \end{pmatrix} \tag{31}$$

здесь

$$\varphi_{11}=b_{12}b_{21}+i\omega b_{14}b_{23}+\kappa_2^2;$$

$$\varphi_{12}=\frac{i}{k_2}\left(b_{12}(b_{12}b_{21}+i\omega b_{14}b_{23})+i\omega b_{14}(b_{12}b_{23}+b_{14}b_{43})+b_{12}\kappa_2^2\right);\ \varphi_{13}=b_{12}b_{23}+b_{14}b_{43};$$

$$\varphi_{14}=\frac{i}{k_2}\left(b_{14}(b_{12}b_{21}+i\omega b_{14}b_{23})+b_{34}(b_{12}b_{23}+b_{14}b_{43})+b_{14}\kappa_2^2\right);$$

$$\varphi_{21}=\frac{i}{k_2}\left(b_{21}(b_{12}b_{21}+i\omega b_{14}b_{23})+i\omega b_{23}(b_{14}b_{21}+b_{23}b_{34})+b_{21}\kappa_2^2\right);$$

$$\varphi_{23}=\frac{i}{k_2}\left(b_{23}\left(b_{12}b_{21}+i\omega b_{14}b_{23}\right)+b_{43}\left(b_{14}b_{21}+b_{23}b_{34}\right)+b_{23}\kappa_2^2\right);\ \varphi_{24}=b_{14}b_{21}+b_{23}b_{34};$$

$$\varphi_{33}=b_{34}b_{43}+i\omega b_{14}b_{23}+\kappa_2^2;$$

$$\varphi_{34}=\frac{i}{k_2}\left(b_{34}\left(b_{34}b_{43}+i\omega b_{14}b_{23}\right)+i\omega b_{14}\left(b_{14}b_{21}+b_{23}b_{34}\right)+b_{34}\kappa_2^2\right);$$

$$\varphi_{43}=\frac{i}{k_2}\left(b_{43}\left(b_{34}b_{43}+i\omega b_{14}b_{23}\right)+i\omega b_{23}\left(b_{12}b_{23}+b_{14}b_{43}\right)+b_{43}\kappa_2^2\right);$$

$\hat{\Phi}^+$ из (9) имеет структуру аналогичную (31). Элементы ψ_{ij} имеют такой же вид, только везде κ_2 нужно заменить на κ_2, и наоборот κ_2 на κ_2. Знание $\hat{\Phi}^+$ и $\hat{\Phi}^+$ позволяют по формуле (7) записать матрицант однородной среды.

Теперь по формуле (12) вычислим $\hat{R}_2$. Знание $\hat{R}_2$ из формулы (10) позволяет записать $\hat{T}_2^+(0)$. Вычисления показывают, что структура матрицы $\hat{R}_2$ аналогична структуре матрицы коэффициентов. Выпишем элементы матрицы $\hat{R}_2$

$$r_{12}=i\omega b_{14}^2b_{43}+b_{12}\left(k_2\kappa_2-b_{34}b_{43}\right);\ r_{14}=b_{23}\left(b_{12}b_{34}-i\omega b_{14}^2\right)+b_{14}k_2\kappa_2;$$
$$r_{21}=i\omega b_{23}^2b_{34}+b_{21}\left(b_{34}b_{43}-k_2\kappa_2\right);\ r_{23}=b_{14}\left(b_{21}b_{43}-i\omega b_{23}^2\right)+b_{23}k_2\kappa_2;$$
$$r_{34}=i\omega b_{14}^2b_{21}+b_{34}\left(b_{12}b_{21}-k_2\kappa_2\right);\ r_{43}=i\omega b_{23}^2b_{12}+b_{43}\left(k_2\kappa_2-b_{12}b_{21}\right).$$

Вычисления по формуле (18) дают для матрицы $\hat{G}$

$$\hat{G}=\begin{pmatrix} g_{11} & 0 & g_{13} & 0 \\ 0 & g_{22} & 0 & g_{24} \\ g_{31} & 0 & g_{33} & 0 \\ 0 & g_{42} & 0 & g_{44} \end{pmatrix} \qquad (32)$$

здесь

$$g_{11}=-1+\frac{2a_{21}\left(a_{43}-i\alpha\kappa_1r_{43}\right)}{\delta_1};\qquad g_{13}=\frac{2i\alpha k_1a_{43}r_{23}}{\delta_1};\qquad g_{22}=-1+\frac{2a_{12}\left(a_{34}-i\alpha\kappa_1r_{34}\right)}{\delta_2};$$

$$g_{24}=\frac{2i\alpha k_1a_{34}r_{14}}{\delta_2};\ g_{31}=-\frac{2\alpha\omega\kappa_1a_{21}r_{23}}{\delta_1};\ g_{33}=-1+\frac{2a_{43}\left(a_{21}-i\alpha k_1r_{21}\right)}{\delta_1};$$

$$g_{42}=-\frac{2\alpha\omega\kappa_1a_{12}r_{14}}{\delta_2};\ g_{44}=-1+\frac{2a_{34}\left(a_{12}-i\alpha k_1r_{12}\right)}{\delta_2}.$$

$$\delta_1=a_{21}a_{43}-i\left(a_{43}r_{21}k_1+a_{21}r_{43}\kappa_1\right)\alpha+k_1\kappa_1\left(i\omega r_{23}^2-r_{21}r_{43}\right)\alpha^2$$

$$\delta_2=a_{12}a_{34}-i\left(a_{34}r_{12}k_1+a_{12}r_{34}\kappa_1\right)\alpha+k_1\kappa_1\left(i\omega r_{14}^2-r_{12}r_{34}\right)\alpha^2.$$

Если на границу раздела изотропной и анизотропной пьезомагнитной сред падает упругая поперечная и электромагнитная волны, вектор $\vec{w}_a$ будет иметь вид

$$\vec{w}_a = \left(a_1, a_2, a_3, a_4\right)' \tag{33}$$

здесь a_1, a_2, a_3, a_4 – некоторые постоянные числа.

Падающую волну на основании (13) и (28), с учетом (33), можно записать в виде

$$\begin{cases} u^{пад} = \dfrac{1}{2}\left(a_1 + \dfrac{ia_{12}a_2}{k_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny - k_1 z\right)\right) \\ \sigma^{пад} = \dfrac{1}{2}\left(a_2 + \dfrac{ia_{21}a_1}{k_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny - k_1 z\right)\right) \\ E_y^{пад} = \dfrac{1}{2}\left(a_3 + \dfrac{ia_{34}a_4}{\kappa_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny - \kappa_1 z\right)\right) \\ H_x^{пад} = \dfrac{1}{2}\left(a_4 + \dfrac{ia_{43}a_3}{\kappa_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny - \kappa_1 z\right)\right) \end{cases} \tag{34}$$

Из формулы (19), с учетом (32) и (33), получим вектор $\vec{w}_r$

$$\vec{w}_r = \begin{pmatrix} a_1 g_{11} + a_3 g_{13} \\ a_2 g_{22} + a_4 g_{24} \\ a_1 g_{31} + a_3 g_{33} \\ a_2 g_{42} + a_4 g_{44} \end{pmatrix} \tag{35}$$

Тогда на основании (13) отраженные волны можно записать

$$\begin{cases} u^{отр} = \dfrac{1}{2}\left(a_1 g_{11} + a_3 g_{13} - \dfrac{ia_{12}\left(a_2 g_{22} + a_4 g_{24}\right)}{k_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny + k_1 z\right)\right) \\ \sigma^{отр} = \dfrac{1}{2}\left(a_2 g_{22} + a_4 g_{24} - \dfrac{ia_{21}\left(a_1 g_{11} + a_3 g_{13}\right)}{k_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny + k_1 z\right)\right) \\ E_y^{отр} = \dfrac{1}{2}\left(a_1 g_{31} + a_3 g_{33} - \dfrac{ia_{34}\left(a_2 g_{42} + a_4 g_{44}\right)}{\kappa_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny + \kappa_1 z\right)\right) \\ H_x^{отр} = \dfrac{1}{2}\left(a_2 g_{42} + a_4 g_{44} - \dfrac{ia_{43}\left(a_1 g_{31} + a_3 g_{33}\right)}{\kappa_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny + \kappa_1 z\right)\right) \end{cases} \tag{36}$$

Из формулы (20) получим вектор $\vec{w}_t$

$$\vec{w}_t = \begin{pmatrix} a_1 + a_1 g_{11} + a_3 g_{13} \\ a_2 + a_2 g_{22} + a_4 g_{24} \\ a_3 + a_1 g_{31} + a_3 g_{33} \\ a_4 + a_2 g_{42} + a_4 g_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{t1} \\ w_{t2} \\ w_{t3} \\ w_{t4} \end{pmatrix} \qquad (37)$$

Тогда преломленные волны

$$\begin{cases} u^{np} = \frac{1}{2}\left[\beta_{11}\exp(-ik_2 z) - \beta_{12}\exp(-i\kappa_2 z)\right]\exp(i(\omega t - mx - ny)) \\ \sigma^{np} = \frac{1}{2}\left[\beta_{21}\exp(-ik_2 z) - \beta_{22}\exp(-i\kappa_2 z)\right]\exp(i(\omega t - mx - ny)) \\ E_y^{np} = \frac{1}{2}\left[\beta_{31}\exp(-ik_2 z) - \beta_{32}\exp(-i\kappa_2 z)\right]\exp(i(\omega t - mx - ny)) \\ H_x^{np} = \frac{1}{2}\left[\beta_{41}\exp(-ik_2 z) - \beta_{42}\exp(-i\kappa_2 z)\right]\exp(i(\omega t - mx - ny)) \end{cases} \qquad (38)$$

$\beta_{11} = w_{t1}\varphi_{11} + w_{t2}\varphi_{12} + w_{t3}\varphi_{13} + w_{t4}\varphi_{14}$; $\beta_{21} = w_{t1}\varphi_{21} + w_{t2}\varphi_{11} + w_{t3}\varphi_{23} + w_{t4}\varphi_{24}$;

$\beta_{31} = i\omega w_{t1}\varphi_{24} + i\omega w_{t2}\varphi_{14} + w_{t3}\varphi_{33} + w_{t4}\varphi_{34}$; $\beta_{11} = i\omega w_{t1}\varphi_{23} + i\omega w_{t2}\varphi_{13} + w_{t3}\varphi_{43} + w_{t4}\varphi_{44}$;

$\beta_{12}, \beta_{22}, \beta_{32}, \beta_{42}$

имеют такой же вид только нужно поменять φ на ψ.

Рассмотрим матрицу коэффициентов (24) (для матрицы (25) формулы будут такими же только везде нужно поменять «$-i\omega$» на «$i\omega$»). k_2^2 и κ_2^2 такие же как в (4), а Δ_1 и Δ_2 имеют вид

$$\left.\begin{matrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{matrix}\right\} = \begin{cases} -b_{12}b_{21} - b_{34}b_{43} + 2i\omega b_{13}b_{24} \\ (b_{12}b_{21} - b_{34}b_{43})^2 - 4i\omega(b_{12}b_{24} + b_{13}b_{34})(b_{13}b_{21} + b_{24}b_{43}) \end{cases} \qquad (39)$$

Матрица $\hat{\Phi}^+$ имеет структуру (31), а элементы матрицы в этом случае имеют вид

$\varphi_{11} = b_{12}b_{21} - i\omega b_{13}b_{24} + \kappa_2^2$; $\varphi_{12} = \frac{i}{k_2}\left(b_{12}(b_{12}b_{21} - i\omega b_{13}b_{24}) - i\omega b_{13}(b_{12}b_{24} + b_{13}b_{34}) + b_{12}\kappa_2^2\right)$;

$\varphi_{13} = \frac{i}{k_2}\left(b_{13}(b_{12}b_{21} - i\omega b_{13}b_{24}) + b_{43}(b_{12}b_{24} + b_{13}b_{34}) + b_{13}\kappa_2^2\right)$; $\varphi_{14} = b_{12}b_{24} + b_{13}b_{34}$;

$$\varphi_{21}=\frac{i}{k_2}\left(b_{21}\left(b_{12}b_{21}-i\omega b_{13}b_{24}\right)-i\omega b_{24}\left(b_{13}b_{21}+b_{24}b_{43}\right)+b_{21}\kappa_2^2\right);\ \varphi_{23}=b_{13}b_{21}+b_{24}b_{43};$$

$$\varphi_{24}=\frac{i}{k_2}\left(b_{24}\left(b_{12}b_{21}-i\omega b_{13}b_{24}\right)+b_{34}\left(b_{13}b_{21}+b_{24}b_{43}\right)+b_{24}\kappa_2^2\right)$$

$$\varphi_{34}=\frac{i}{k_2}\left(b_{34}\left(b_{34}b_{43}-i\omega b_{13}b_{24}\right)-i\omega b_{24}\left(b_{13}b_{34}+b_{12}b_{24}\right)+b_{34}\kappa_2^2\right);$$

$$\varphi_{43}=\frac{i}{k_2}\left(b_{43}\left(b_{34}b_{43}-i\omega b_{13}b_{24}\right)-i\omega b_{13}\left(b_{13}b_{21}+b_{24}b_{43}\right)+b_{43}\kappa_2^2\right);$$

Элементы ψ_{ij} имеют такой же вид, только везде k_2 нужно заменить на k_2, и наоборот k_2 на k_2.

Теперь выпишем элементы матрицы $\hat{R}_2$ в случае матрицы (24)

$$r_{12}=-i\omega b_{13}^2b_{34}+b_{12}\left(k_2\kappa_2-b_{34}b_{43}\right);\ r_{13}=b_{24}\left(b_{12}b_{43}+i\omega b_{13}^2\right)+b_{13}k_2\kappa_2;$$
$$r_{21}=-i\omega b_{24}^2b_{43}+b_{21}\left(k_2\kappa_2-b_{34}b_{43}\right);\ r_{24}=b_{13}\left(b_{21}b_{34}+i\omega b_{24}^2\right)+b_{24}k_2\kappa_2;$$
$$r_{34}=-i\omega b_{24}^2b_{12}+b_{34}\left(k_2\kappa_2-b_{12}b_{21}\right);\ r_{43}=-i\omega b_{13}^2b_{21}+b_{43}\left(k_2\kappa_2-b_{12}b_{21}\right).$$

Матрица $\hat{G}$

$$\hat{G}=\begin{pmatrix} g_{11} & 0 & 0 & g_{14}\\ 0 & g_{22} & g_{23} & 0\\ 0 & g_{32} & g_{33} & 0\\ g_{41} & 0 & 0 & g_{44}\end{pmatrix} \tag{40}$$

$$g_{11}=-1+\frac{2a_{21}\left(a_{34}-i\alpha\kappa_1r_{34}\right)}{\delta_1};\ g_{14}=\frac{2i\alpha k_1a_{34}r_{24}}{\delta_1};\ g_{22}=-1+\frac{2a_{12}\left(a_{43}-i\alpha\kappa_1r_{43}\right)}{\delta_2};$$

$$g_{23}=\frac{2i\alpha k_1a_{43}r_{43}}{\delta_2};\ g_{32}=\frac{2\alpha\omega\kappa_1a_{12}r_{13}}{\delta_2};\ g_{33}=-1+\frac{2a_{43}\left(a_{12}-i\alpha k_1r_{12}\right)}{\delta_2};$$

$$g_{41}=\frac{2\alpha\omega\kappa_1a_{21}r_{24}}{\delta_1};\ g_{44}=-1+\frac{2a_{34}\left(a_{21}-i\alpha k_1r_{21}\right)}{\delta_2}.$$

$$\delta_1=a_{21}a_{34}-i\left(a_{34}r_{21}k_1+a_{21}r_{34}\kappa_1\right)\alpha-k_1\kappa_1\left(i\omega r_{24}^2+r_{21}r_{34}\right)\alpha^2$$

$$\delta_2=a_{12}a_{43}-i\left(a_{43}r_{12}k_1+a_{12}r_{43}\kappa_1\right)\alpha-k_1\kappa_1\left(i\omega r_{13}^2+r_{12}r_{43}\right)\alpha^2.$$

Падающая волна имеет вид.

$$\begin{cases} u^{пад} = \dfrac{1}{2}\left(a_1 + \dfrac{ia_{12}a_2}{k_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny - k_1 z\right)\right) \\ \sigma^{пад} = \dfrac{1}{2}\left(a_2 + \dfrac{ia_{21}a_1}{k_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny - k_1 z\right)\right) \\ H_y^{пад} = \dfrac{1}{2}\left(a_3 + \dfrac{ia_{34}a_4}{\kappa_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny - \kappa_1 z\right)\right) \\ E_x^{пад} = \dfrac{1}{2}\left(a_4 + \dfrac{ia_{43}a_3}{\kappa_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny - \kappa_1 z\right)\right) \end{cases} \qquad (41)$$

Вектор $\vec{w}_r$

$$\vec{w}_r = \begin{pmatrix} a_1 g_{11} + a_4 g_{14} \\ a_2 g_{22} + a_3 g_{23} \\ a_2 g_{32} + a_3 g_{33} \\ a_1 g_{41} + a_4 g_{44} \end{pmatrix} \qquad (42)$$

Отраженные волны можно записать

$$\begin{cases} u^{отр} = \dfrac{1}{2}\left(a_1 g_{11} + a_4 g_{14} - \dfrac{ia_{12}\left(a_2 g_{22} + a_3 g_{23}\right)}{k_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny + k_1 z\right)\right) \\ \sigma^{отр} = \dfrac{1}{2}\left(a_2 g_{22} + a_3 g_{23} - \dfrac{ia_{21}\left(a_1 g_{11} + a_4 g_{14}\right)}{k_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny + k_1 z\right)\right) \\ H_y^{отр} = \dfrac{1}{2}\left(a_2 g_{32} + a_3 g_{33} - \dfrac{ia_{34}\left(a_1 g_{41} + a_4 g_{44}\right)}{\kappa_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny + \kappa_1 z\right)\right) \\ E_x^{отр} = \dfrac{1}{2}\left(a_1 g_{41} + a_4 g_{44} - \dfrac{ia_{43}\left(a_2 g_{32} + a_3 g_{33}\right)}{\kappa_1}\right)\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny + \kappa_1 z\right)\right) \end{cases} \qquad (43)$$

Вектор $\vec{w}_t$

$$\vec{w}_t = \begin{pmatrix} a_1 + a_1 g_{11} + a_4 g_{14} \\ a_2 + a_2 g_{22} + a_3 g_{23} \\ a_3 + a_2 g_{32} + a_3 g_{33} \\ a_4 + a_1 g_{41} + a_4 g_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{t1} \\ w_{t2} \\ w_{t3} \\ w_{t4} \end{pmatrix} \qquad (44)$$

Тогда преломленные волны

$$\begin{cases} u^{пр} = \dfrac{1}{2}\left[\beta_{11}\exp\left(-ik_2 z\right) - \beta_{12}\exp\left(-i\kappa_2 z\right)\right]\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny\right)\right) \\ \sigma^{пр} = \dfrac{1}{2}\left[\beta_{21}\exp\left(-ik_2 z\right) - \beta_{22}\exp\left(-i\kappa_2 z\right)\right]\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny\right)\right) \\ H_y^{пр} = \dfrac{1}{2}\left[\beta_{31}\exp\left(-ik_2 z\right) - \beta_{32}\exp\left(-i\kappa_2 z\right)\right]\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny\right)\right) \\ E_x^{пр} = \dfrac{1}{2}\left[\beta_{41}\exp\left(-ik_2 z\right) - \beta_{42}\exp\left(-i\kappa_2 z\right)\right]\exp\left(i\left(\omega t - mx - ny\right)\right) \end{cases} \qquad (45)$$

$$\beta_{11} = w_{t1}\varphi_{11} + w_{t2}\varphi_{12} + w_{t3}\varphi_{13} + w_{t4}\varphi_{14};$$

$$\beta_{21} = w_{t1}\varphi_{21} + w_{t2}\varphi_{11} + w_{t3}\varphi_{23} + w_{t4}\varphi_{24};$$

$$\beta_{31} = i\omega w_{t1}\varphi_{24} + i\omega w_{t2}\varphi_{14} + w_{t3}\varphi_{33} + w_{t4}\varphi_{34};$$

$$\beta_{11} = i\omega w_{t1}\varphi_{23} + i\omega w_{t2}\varphi_{13} + w_{t3}\varphi_{43} + w_{t4}\varphi_{44};$$

$\beta_{12}, \beta_{22}, \beta_{32}, \beta_{42}$ имеют такой же вид только нужно поменять φ на ψ.

Заключение. Таким образом, в данной статье на основе метода матриканта получено аналитическое решение задачи отражения на границе изотропного диэлектрика и однородной анизотропной пьезомагнитной среды для всех классов магнитной симметрии пьезомагнитных кристаллов. Формулы (34), (36), (38) и (41), (43), (45) являются решениями поставленной задачи. В работе [15] нами был проведен численный расчет энергетических коэффициентов отражения преломления для частного случая.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. – М.: Наука, 1989. – 416 с.

2. Балакирев М. К., Гилинский И. А. Волны в пьезокристаллах. – Новосибирск: Наука, 1982. – 239 с.

3. Такер Дж., Рэмптон В. Гиперзвук в физике твердого тела. – М.: Мир, 1975. – С. 455.

4. Мэзон У. Пьезоэлектрические кристаллы и их применение в ультраакустике. – М.: Изд-во иностр. лит., 1952. – 447 с.

5. Мэзон У. Методы и приборы ультразвуковых исследований – М.: Мир, под ред. Мэзон У. Том 1, часть А, 1966. – 589 с.

6. Объединенная научная сессия Отделения физичеких наук РАН и Объединенного физического общества РФ «Акустоэлектроника»//УФН, 2005. Том 175, № 8, с. 887-895.

7. Бучельников В.Д., Васильев А.Н. Электромагнитное возбуждение ультразвука в ферромагнетиках – УФН. – 1992. – Том 162, №3 – С. 165-174.

8. Федоров Ф. И. Теория гиротропии. – Минск.: Наука и техника, 1976. – 456 с.

9. Бучельников В.Д., Бабушкин А.В., Бычков И.В. Коэффициент отражения электромагнитных волн от поверхности пластины феррита кубической симметрии – ФТТ. – 2004. – Том 46, вып. 12. – С. 2200-2205.

10. Тарасенко О.С., Тарасенко С.В., Юрченко В.М. Особенности распространения упругой сдвиговой волны в акустической сверхрешетке типа магнетик-идеальный диамагнетик: коэффициент отражения – ФТТ. – 2004. – Т. 46, Вып. 12 – С. 2200-2205.

11. Филимонов Ю.А., Хивинцев Ю.В. Магнитоупругие волны в касательно намагниченной ферромагнитной пластине – Журнал технической физики. – 2002. – Т. 72, Вып. 1 – С. 40-50.

12. Мирсаев И.Ф. Магнитоакустическая активность ромбоэдрических ферромагнетиков//ФТТ. – 2001. – Том 43, Вып. 8. – С. 1467-1471.

13. Тлеукенов С.К. О характеристической матрице периодически неоднородного слоя. – В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. – Ленинград: Зап. научн. семин., ЛОМИ. – 1987. – Т. 165. – С. 177-181.

14. Тлеукенов С.К. Метод матрицанта. – Павлодар: НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова – 2004. – 148 с.

15. Тлеукенов С.К., Досанов Т.С. Численный расчет нормальных составляющих потоков энергии при отражении электромагнитной ТМ волны от анизотропной среды класса 42′2′ с пьезомагнитным эффектом // Вестник ПГУ, серия физ.-мат. – 2009 – № 1 – С. 99-110.

Түйіндеме

Жұмыста 4 дəрежелі коэффициенттер матрицасы жағдайында біртекті орталар матрицантының анық түрі келтірілген. Матрицант əдісінің негізінде екі толқын байланган жағдайы (көлденен серпімді жəне электромагниттік ТЕ немесе ТМ толқын) үшін байланысқан толқындардың біртекті анизотропты пьезомагниттік ортадан шағылу есебінің аналитикалық шешімі алынды.

Resume

In work the obvious kind matrizer homogeneous environments in case of matrixes of factors of 4th order is resulted. On the basis of a method matrizer the analytical decision of a problem of reflexion from homogeneous anisotropic piezomagnetic for a case is received environments when two types of a wave (cross-section elastic and electromagnetic TE or TM a wave) are connected.

УДК 004.42

ОСОБЕННОСТИ РАЗРАБОТКИ КОНСТРУКТОРА WEB – ИНТЕРФЕЙСОВ ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ E-LEARNING

Г.А. Шакуров, В.А. Криворучко
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

Одним из приоритетных направлений процесса информатизации современного общества является информатизация образования - внедрение средств новых информационных технологий в систему образования. Это сделает возможным:

– совершенствование механизмов управления системой образования на основе использования автоматизированных банков данных научно-педагогической информации, информационно-методических материалов, а также коммуникационных сетей;

– совершенствование методологии и стратегии отбора содержания, методов и организационных форм обучения, соответствующих задачам развития личности обучаемого в современных условиях информатизации общества;

– создание методических систем обучения, ориентированных на развитие интеллектуального потенциала обучаемого, на формирование умений самостоятельно приобретать знания, осуществлять информационно-учебную, экспериментально - исследовательскую деятельность, разнообразные виды самостоятельной деятельности по обработке информации;

– создание и использование компьютерных тестирующих, диагностирующих, контролирующих и оценивающих систем [1].

Опыт развития электронного обучения в мире показывает, что на начальном этапе происходит разработка учебного контента различных видов:

– электронных учебных изданий;

– аудио- и видео- учебно-информационных материалов;

– лабораторных дистанционных практикумов;

– тренажеров с удаленным доступом;

– баз данных и знаний с удаленным доступом и др.

Следующий этап заключается в разработке интегрированной программной системы - электронной среды обучения, на базе и в среде которой происходит процесс электронного обучения.

В рамках Государственной программы развития образования в Республике Казахстан разрабатываются научно-методические материалы и типовые технические решения для развития электронного образования в Казахстане. Электронное обучение (e-learning) предполагает создание бесплатных образовательных порталов, виртуальных on-line классов для подготовки к экзаменам, включающих различные тематические разделы для учащихся и преподавателей, форумов, блогов, электронной прессы, познавательных и научно-исследовательских программ, тестирования и саморазвития, дизайна и художественного творчества [2].

В ходе выполнения диссертационной работы нами были исследованы и проанализированы существующие системы конструирования web-интерфейсов для поддержки e-learning, описаны их положительные стороны и выявлены основные проблемы.

В соответствии с анализом существующих технологий и программ электронного обучения, на основе современных требований к программным продуктам нами была разработана инфологическая модель конструктора web-интерфейсов для поддержки e-learning.

Данная модель – это описание предметной области, выполненное с использованием специальных языковых средств, не зависящих от использования в дальнейшем программных средств.

Инфологическая модель является ядром системы проектирования. Она содержит всю необходимую информацию для проектирования приложения.

Инфологическая модель конструктора web-интерфейсов для поддержки e-learning представлена на рисунке 1.

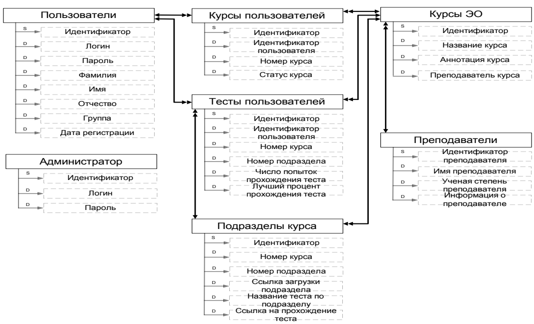


Рисунок 1 – Инфологическая модель конструктора

Для описания инфологической модели данных можно выделить семь объектов, которые участвуют в обработке информации: “Пользователи”, “Курсы ЭО”, “Подразделы курса”, “Преподаватели”, “Курсы пользователей”, “Тесты пользователей”, “Администратор”.

Объект “Пользователи” включает в себя данные о пользователях, зарегистрированных в системе. Он обладает свойствами: Идентификатор, Логин, Пароль, Фамилия, Имя, Отчество, Учебная группа, Дата регистрации. Все указанные свойства, кроме свойств Идентификатор, Дата регистрации, являются динамическими, т.е. могут меняться. Поля Идентификатор и Дата регистрации - статические. Их значения остаются постоянными.

Объект “Курсы ЭО” включает в себя информацию о дисциплинах электронного обучения. Он обладает свойствами: Идентификатор курса, Название курса, Аннотация курса, Преподаватель курса. Все указанные свойства, кроме свойства Идентификатор курса, являются динамическими, т.е. могут меняться. Поле Идентификатор курса - статическое.

Объект “Подразделы курса” включает в себя информацию о подразделах курсов. Он обладает свойствами: Идентификатор подраздела курса, Номер курса, Номер подраздела, Ссылка загрузки подраздела, Название теста по подразделу, Ссылка на прохождение теста. Все указанные свойства, кроме свойства Идентификатор подраздела курса, являются динамическими, т.е. могут меняться. Поле Идентификатор подраздела курса - статическое.

Объект “Преподаватели” включает в себя информацию о преподавателях курсов ЭО. Он обладает свойствами: Идентификатор преподавателя, Фамилия Имя Отчество преподавателя, Ученая степень преподавателя, Информация о преподавателе. Все указанные свойства, кроме свойства Идентификатор преподавателя, являются динамическими, т.е. могут меняться. Поле Идентификатор преподавателя - статическое.

Объект “Курсы пользователей” включает в себя информацию о курсах ЭО, на которые зарегистрировались пользователи системы. Он обладает свойствами: Идентификатор курса, Идентификатор пользователя, Номер курса, Статус курса. Все указанные свойства, кроме свойства Идентификатор курса являются динамическими, т.е. могут меняться. Поле Идентификатор курса - статическое, его значение не меняется.

Объект “Тесты пользователей” включает в себя информацию о результатах тестирования зарегистрированных студентов. Он обладает свойствами: Идентификатор теста, Идентификатор пользователя, Номер курса пользователя, Номер подраздела, Число попыток теста, Процент лучшего результата теста. Все указанные свойства, кроме свойства Идентификатор теста, являются динамическими, т.е. могут меняться. Поле Идентификатор теста - статическое.

Объект “Администратор” содержит логин и пароль администратора web-приложения. Он обладает свойствами: Идентификатор администратора, Логин администратора, Пароль Администратора. Все указанные свойства, кроме свойства Идентификатор администратора, являются динамическими, т.е. могут меняться. Поле Идентификатор администратора - статическое.

Объекты “Пользователи” и “Курсы пользователей” связаны между собой связью “один-ко-многим”, объекты “Пользователи” и “Тесты пользователей” связаны между собой связью “один-ко-многим”, объекты “Курсы пользователей” и “Курсы ЭО” - связью “многие-к-одному”, объекты “Курсы ЭО” и “Преподаватели” - связью “многие-к-одному”, объекты “Курсы ЭО” и “Подразделы курса” - связью “один-ко-многим”, объекты “Тесты пользователей” и “Подразделы курса” - связью “многие-к-одному”, объекты “Тесты пользователей” и “Курсы ЭО” - связью “многие-к-одному”, объект “Администратор” не связан с другими объектами.

На основе построенной инфологической модели нами разработана реляционная база данных. Для реляционной базы данных проектирование физической структуры заключается в том, чтобы разбить всю информацию по таблицам, а также определить состав полей для каждой из этих таблиц и установить связи между таблицами.

В каждой таблице присутствует уникальное идентификационное поле, которое позволяет однозначно идентифицировать запись таблицы. Такая структура исключает избыточность данных, позволяет ускорить отбор записей по условию, исключает вероятность конфликтов при совместной работе нескольких пользователей.

В соответствии с выбором технологии электронного обучения были сформулированы следующие требования к разрабатываемому ПО:

– простота в освоении, требующая знаний и умений на уровне пользователя компьютера среднего уровня;

– открытость программного кода;

– отсутствие необходимости установки дополнительных программ для функционирования созданного продукта;

– web-совместимость (совместимость с различными браузерами).

– модификация web-приложения с незначительными финансовыми и трудовыми затратами;

– незначительный объем (компактность);

– обеспечение полного цикла самостоятельной работы с создаваемым web-приложением;

– обеспечение "на выходе" готового продукта, не требующего специальной доработки, но имеющего такую возможность, и пригодного к включению в образовательный процесс.

Кроме того, в процессе разработки web-приложения мы опирались на такие требования, как:

– простой, удобный в навигации, интуитивно понятный студенту web-интерфейс, основанный на системе подменю;

– разграничение пользовательской и административной части программного комплекса;

– необходимо обеспечить возможность однократной регистрации студентов-пользователей в системе. Должна быть создана база данных студентов института, имеющих возможность электронного обучения. При регистрации требуется сверка шифра с этой базой данных. При несоответствии какого-либо параметра или повторной попытке регистрации выводится ошибка;

– зарегистрированный пользователь должен иметь возможность беспрепятственного входа в систему с использованием индивидуальных уникальных логина и пароля. При входе в систему он получает доступ к личной странице обучения;

– обучение по каждой отдельной дисциплине (курсу) происходит индивидуально.

Количество одновременно изучаемых дисциплин ограничено (в данной работе по умолчанию это количество равно трем). Если студент полностью прошел обучение по отдельной дисциплине или "завалил" контрольный тест, он получает возможность регистрации на другой;

– система должна обеспечивать изучение учебных материалов поэтапно и возможность промежуточного контроля студента. Итоговый контроль полученных знаний должен осуществляться очно при личном контакте студента и преподавателя;

– учебные материалы каждого курса должны быть заранее подготовлены, разбиты на несколько частей, для обеспечения последовательного поэтапного доступа к ним и выложены для доступа зарегистрированным пользователям на сервере;

– необходимо ограничить число возможных попыток прохождения каждого теста. Для сдачи теста студент предпринимает до трех попыток. При несдаче какого-либо теста, курс (дисциплина) считается не сданной. Результаты тестирования хранятся в базе данных на сервере;

– все личные параметры студентов, в том числе названия изучаемых дисциплин, текущий этап изучения каждой дисциплины, результаты прохождения тестов, а также данные для тестирования находятся на web-сервере. Права доступа на изменение данных, удаление и просмотр есть только у администратора;

– все скрипты программы тестирования находятся и выполняются на web-сервере и доступ к ним ограничен. Пользователь получает страницы содержащие только HTML-код. Реализовать эту возможность средствами языка PHP;

– в качестве программного обеспечения, выбранного для разработки системы выбраны: web-сервер Apache 2, язык web-программирования PHP 5 и сервер баз данных MySQL 4.

Современные web-приложения становятся все более сложными и все более перегружаются логикой. Раньше производительность таких приложений определялась, в основном, скоростью работы того или иного SQL-сервера и тем, существует ли для него достаточно эффективная реализация драйвера доступа к SQL-серверу для выбранного языка программирования. Это объясняется тем, что первое поколение web-приложений просто читало и писало информацию в базы данных. Пользователей при этом было относительно немного. Таким образом, время на отработку SQL-запроса составляло 70-90% от общего времени обработки HTTP-запроса [3].

С повышением требований к масштабируемости (увеличение количества пользователей) и наращиванием логики приложения требования к языку программирования и среде выполнения существенно возрастают. К этому следует также прибавить, что относительно недавно web-приложения перешли из мира Интернет в мир корпоративных приложений. Это снова повысило требования к эффективности среды выполнения.

В настоящие время для создания web-приложений существует множество различных языков программирования. Самые популярные из них - PHP, Perl, C# (DOT. NET), Java2. Классическая технология ASP становится историей, поскольку ASP DOT. NET практически вытеснило эту технологию на Windows-серверах в новых приложениях.

Для разработки в работе выбран язык PHP в связке с сервером баз данных MySQL. Для их работы требуется установка web-сервера Apache.

В результате проведенного исследования было осуществлено проектирование конструктора web-интерфейсов для поддержки e-learning, которое включает в себя разработку инфологической и даталогической моделей, а также разработано web-приложение на скриптовом языке PHP 5.

Практическая ценность работы заключается:

– в разработке алгоритма и рекомендаций по созданию электронной обучающей среды;

– в разработке электронной обучающей системы, предназначенной для использования педагогами-непрофессионалами в области программирования.

К свойствам разработанного приложения следует отнести:

– интуитивно понятный web-интерфейс;

– разграничение пользовательской и административной части приложения;

– имеется возможность индивидуального обучения по каждой дисциплине;

– поэтапное изучение учебных материалов;

– ограничение числа попыток пройти тестирование пользователем;

– хранение базы данных пользователей, курсов, данных для тестирования, результатов прохождения тестов на web-сервере;

– обеспечение доступа администратора к базе данных через web-интерфейс;

– просмотр администратором статистики и текущей успеваемости студентов;

– организация возможности общения студентов и преподавателей;

– организация поиска по сайту;

– отсутствие необходимости установки дополнительных программ для функционирования созданного приложения.

Таким образом, в результате исследования разработан готовый продукт, не требующий специальной доработки, но имеющий такую возможность, и пригодный к включению в образовательный процесс.

Перспективой разработки является возможность дополнения электронной среды обучения такими структурными элементами, как редактор форматированных данных, особое внимание следует уделить развитию идей использования расширенных возможностей тестирования, администрирования web-сайта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Материалы сайта www.intuit.ru

2. Государственная программа развития образования в Республике Казахстан на 2005-2010 годы.

3. Материалы сайта http://www.scherbakov.biz

Түйіндеме

Мақалада e-learning-ті қолдауға арналған конструктор web-интерфейстердің жұмысының нәтижесі, яғни, бағдарламалау аясында маман емес педагогтардың қолдануға арналған электрондық оқыту жүйесі әзірлеусінін ерекшелігі қарастырылған.

Resume

The results of work on designing of the designer of web-interfaces for support e-learning are presented in the article. Including features, of working out of the electronic training system intended for use by teachers-nonprofessionals in the field of programming.

НАШИ АВТОРЫ

Айкоргенкызы Г. - Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Астана.

Альжанов Альмухан Балгабекович – ст. преподаватель, кафедра общей и теоретической физики, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Аубакирова Ж.Т. - магистрант кафедры информатики и информационных систем, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Ахмедов К.М. - Рудненский индустриальный институт, г. Рудный.

Байгушева Қ.М. - к.п.н., доцент кафедры информатики и информационных систем, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Балык Мустафа - казахско-турецкий лицей, г. Павлодар, учитель информатики, магистрант, СДУ г. Алматы.

Биболов Шагизда Капсаттарович - к.ф-м..н., профессор, заведующий кафедры общей и теоретической физики, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова.

Досанов Талгат Сапаргалиевич - к.ф.-м.н., старший преподаватель кафедры общей и теоретической физики, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова.

Дроботун Борис Николаевич – д.п.н., профессор кафедры алгебры и математического анализа, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Жуспекова нургуль Жумагазиевна - преподаватель, кафедра общей и теоретичекой физики, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Криворучко В.А. - Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Кынырбеков Булан Абылгажиевич – магистрант, кафедра Общей и теоретической физики, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Нурбекова Ж.К. – д.п.н., профессор, заведующий кафедры информатика и информационных технологий, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Нурбеков Бакыт Жаксылыкович – к.п.н., доцент, декан факультета дистанционного обучения, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Казангапова Марина Сейсенбековна – магистрант, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Кульбаева Б.Ж. - Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Мухамедзянова Нина Ивановна - старший преподаватель кафедры алгебры и математического анализа, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Прмантаева Б.А. - Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Астана.

Сыздыкова А.Т. - Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Астана.

Тажибаев Р.М. - Карагандинский государственный университет им. Е.А. Букетова, г. Караганда.

Танин А.О. - Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Астана.

Тлеукенов Садритен Кабдыгалиевич - д.ф.-м.н., профессор, декан факультета физики, математики и информационных технологий, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова.

Турсунбаева Асель Кенжибековна - к.т.н., профессор, директор центра маркетинга и договорных отношений, Карагандинский государственный технический университет, г. Караганда.

Павлюк И.И. – заведующий кафедрой алгебры и математического анализа, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

Шакуров Гайни Аскарович – магистрант, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

(“Вестник ПГУ”, “Наука и техника Казахстана”, “Өлкетану-Краеведение”)

1. В журналы принимаются рукописи статей по всем научным направлениям в 1 экземпляре, набранных на компьютере, напечатанных на одной стороне листа с полуторным межстрочным интервалом, с полями 3 см со всех сторон листа и дискета со всеми материалами в текстовом редакторе “Word 7,0 (`97, 2000) для Windows”.

2. Общий объем рукописи, включая аннотацию, литературу, таблицы и рисунки, не должен превышать **8-10 страниц.**

3. Статья должна сопровождаться рецензией доктора или кандидата наук для авторов, не имеющих ученой степени.

4. Статьи должны быть оформлены в строгом соответствии со следующими правилами: - УДК по таблицам универсальной десятичной классификации;

- название статьи: кегль -14 пунктов, гарнитура - **Times New Roman Cyr** (для русского, английского и немецкого языков), **KZ Times New Roman** (для казахского языка), заглавные, жирные, абзац центрованный;

- инициалы и фамилия(-и) автора(-ов), полное название учреждения: кегль - 12 пунктов, гарнитура - Arial (для русского, английского и немецкого языков), KZ Arial (для казахского языка), абзац центрованный;

- аннотация на казахском, русском и английском языках: кегль - 10 пунктов, гарнитура - Times New Roman (для русского, английского и немецкого языков), KZ Times New Roman (для казахского языка), курсив, отступ слева-справа - 1 см, одинарный межстрочный интервал;

- текст статьи: кегль - 12 пунктов, гарнитура - Times New Roman (для русского, английского и немецкого языков), KZ Times New Roman (для казахского языка), полуторный межстрочный интервал;

- список использованной литературы (ссылки и примечания в рукописи обозначаются сквозной нумерацией и заключаются в квадратные скобки). Список литературы должен быть оформлен в соответствии с ГОСТ 7.1-84.- **например:**

ЛИТЕРАТУРА

1. Автор. Название статьи // Название журнала. Год издания. Том (например, Т.26.) номер (например, № 3.) страница (например С. 34. или С. 15-24.)

2. Андреева С.А. Название книги. Место издания (например, М.:) Издательство (например, Наука,) год издания. Общее число страниц в книге (например, 239 с.) или конкретная страница (например, С. 67.)

На отдельной странице (в бумажном и электронном варианте) приводятся сведения об авторе: - Ф.И.О. полностью, ученая степень и ученое звание, место работы (для публикации в разделе "Наши авторы");

- полные почтовые адреса, номера служебного и домашнего телефонов, E-mail (для связи редакции с авторами, не публикуются);

- название статьи и фамилия (-и) автора(-ов) на казахском, русском и английском языках (для "Содержания").

4. Иллюстрации. Перечень рисунков и подрисуночные надписи к ним представляют по тексту статьи. В электронной версии рисунки и иллюстрации представляются в формате TIF или JPG с разрешением не менее 300 dpi.

5. Математические формулы должны быть набраны как Microsoft Equation (каждая формула - один объект).

6. Автор просматривает и визирует гранки статьи и несет ответственность за содержание статьи.

7. Редакция не занимается литературной и стилистической обработкой статьи. Рукописи и дискеты не возвращаются. Статьи, оформленные с нарушением требований, к публикации не принимаются и возвращаются авторам.

8. Рукопись и дискету с материалами следует направлять по адресу:

140008, Республика Казахстан, г. Павлодар, ул. Ломова, 64,

Павлодарский государственный университет им. С.Торайгырова,

Издательство «КЕРЕКУ»

Тел. (8 7182) 67-36-69

E-mail: publish@psu.kz

Теруге 20.06.2010ж. жіберілді. Басуға 30.06.2010 ж. қол қойылды.
Форматы 70x100 1/16. Кітап-журнал қағазы.
Көлемі шартты 6,97 б.т. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
Компьютерде беттеген М.А. Ескожинова
Корректорлар: Г.Т. Ежиханова, Б.В. Нұрғожина
Тапсырыс №1125
Сдано в набор 20.06.2010 г. Подписано в печать 30.06.2010 г.
Формат 70x100 1/16. Бумага книжно-журнальная.
Объем 6,97 ч.-изд. л. Тираж 300 экз. Цена договорная.
Компьютерная верстка М.А. Ескожинова
Корректоры: Г.Т. Ежиханова, Б.В. Нургожина
Заказ №1125

«КЕРЕКУ» баспасы
С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.
67-36-69
E-mail: publish@psu.kz