
С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Павлодарского государственного университета имени С. Торайгырова

ПМУ ХАБАРШЫСЫ

Физика-математикалық сериясы
1997 жылдан бастап шығады



ВЕСТНИК ПГУ

Физико-математическая серия
Издается с 1997 года

№ 1 (2018)

Павлодар

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Павлодарского государственного университета имени С. Торайгырова

Физико-математическая серия

выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о постановке на учет средства массовой информации
№ 14213-Ж

выдано

Министерством культуры, информации и общественного согласия
Республики Казахстан

Тематическая направленность

публикация материалов в области физики, математики,
механики и информатики

Бас редакторы – главный редактор

Тлеуменов С. К.

доктор ф.-м.н., профессор

Заместитель главного редактора

Испулов Н. А., *к.ф.-м.н., доцент*

Ответственный секретарь

Куанышева Р. С.

Редакция алқасы – Редакционная коллегия

Отелбаев М. О., *д.ф.-м.н., профессор, академик НАН РК*

Уалиев Г. У., *д.ф.-м.н., профессор, академик НАН РК*

Рахмон А. Х., *PhD (Пакистан)*

Ткаченко И. М., *д.ф.-м.н., профессор (Испания)*

Демкин В. П., *д.ф.-м.н., профессор (Россия)*

Бактыбаев К. Б., *д.ф.-м.н., профессор*

Кумеков С. Е., *д.ф.-м.н., профессор*

Куралбаев З., *д.ф.-м.н., профессор*

Оспанов К. Н., *д.ф.-м.н., профессор*

Шокубаева З. Ж., *технический редактор*

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели
Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов
При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник ПГУ» обязательна

© ПГУ имени С. Торайгырова

МАЗМҰНЫ

ИНФОРМАТИКА

Абдыкеримова Э. А.

Web-қосымшаны құруда заманауи технологияның мүмкіншіліктері6

Шалтабаев А. А., Тілеубек С.

ЭЕМ-нің микропроцессорларының жұмыс істеу жүйесіне мінездеме 16

МАТЕМАТИКА

Дроботун Б. Н., Хасенов А. К.

Пропозиционалды есептеулердің локальды және топологиялық қасиеттері I25

Дроботун Б. Н., Хасенов А. К.

Пропозиционалды есептеулердің локальды және топологиялық қасиеттері II34

Мұхтаров М., Кажмурат А. Д.

Тиімді басқаруда вариациялық әдістерді қолдану туралы42

ФИЗИКА

Денисов В. И.

Эффективті кеңістік-вакуумның сызықты емес электродинамикадағы уақыты53

Жүзбаев С. С., Сабитова Д. С.

Біртекті ортада серпімді толқындардың таралуын компьютерлік моделдеу68

Жукенов М., Досанов Т., Испулов Н., Абдул Кадыр

О существовании поверхностных волн на границе раздела антиферромагнетик Cr_2O_3 82

Тәттібеков Қ. С., Дүйсембиев Е. Е.

Бір квазисызықты магнетиктер теңдеулерінің жүйесін сандық модельдеу91

БАҒЫТТАР БОЙЫНША ҒЫЛЫМИ-МЕТОДОЛОГИЯЛЫҚ ЗЕРТТЕУЛЕР

Айтбаева К. Ж., Асаинова А. Ж.

«Ақылды» үй жүйесін ұйымдастыруда қосымша құралдарды қолдану99

Жекибаева Б. А., Сагадиева К. К., Бодаубекова Н.

Жаңа ақпараттық технологияның дамуы тарихынан105

Авторларға арналған ережелер.....114

СОДЕРЖАНИЕ**ИНФОРМАТИКА**

- Абдыкеримова Э. А.**
Возможности современных технологий в создании Web-приложений6
- Шалтабаев А. А., Тілеубек С.**
Характеристика работы систем микропроцессоров ЭВМ16

МАТЕМАТИКА

- Дроботун Б. Н., Хасенов А. К.**
Локальные и топологические свойства
пропозициональных исчислений I25
- Дроботун Б. Н., Хасенов А. К.**
Локальные и топологические свойства
пропозициональных исчислений II34
- Мухтаров М., Кажмурат А. Д.**
О применении вариационных методов в оптимальном управлении42

ФИЗИКА

- Денисов В. И.**
Эффективное пространство-время
в нелинейной электродинамике вакуума53
- Жузбаев С. С., Сабитова Д. С.**
Компьютерное моделирование распространения
упругих волн в однородной среде68
- Жукенов М., Досанов Т., Испулов Н., Абдул Кадыр**
О существовании поверхностных волн на границе раздела
антиферромагнетик Cr_2O_3 82
- Таттибеков К. С., Дүйсембиев Е. Е.**
Численное моделирование одной квазилинейной
системы уравнений магнетиков91

НАУЧНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОТРАСЛЯМ

- Айтбаева К. Ж., Асаинова А. Ж.**
Использование дополнительных приборов
при создании системы «Умный» дом99
- Жекибаева Б. А., Сагадиева К. К., Бодаубекова Н.**
Из истории развития новых информационных технологий105
- Правила для авторов.....101

CONTENT**INFORMATICS**

- Abdykerimova E. A.**
The possibilities of modern technologies in creating Web applications6
- Shaltabayev A., Tyleubek S.**
Characteristics of the operation of microprocessor
systems of electronic computers16

MATHEMATICS

- Drobotun B. N., Khassenov A. K.**
Local and topological properties of propositional calculations I25
- Drobotun B. N., Khassenov A. K.**
Local and topological properties of propositional calculations II34
- Muhtarov M., Kazhmuratov A. D.**
On applying the variation methods in optimum control42

PHYSICS

- Denisov V. I.**
Efficient space-time in the non-linear electrodynamics of the vacuum53
- Zhubayev S. S., Sabitova D. S.**
Computer simulation of propagation of elastic waves
in a homogeneous medium68
- Zhukenov M., Dossanov T., Ispulov N., Abdul Qadir**
About the existence of surface waves on interface antiferromagnet Cr_2O_3 82
- Tattibekov K. S., Duisembiev E. E.**
Numerical simulation of a system of quasi-linear equations of magnets91

SCIENTIFIC AND METHODOLOGICAL BRANCH RESEARCHES

- Aitbayeva K. Zh., Asainova A. Zh.**
Using additional devices when creating a Smart house system99
- Zhekibaeva B. A., Sagagieva K. K., Bodaybekova N.**
From history of new information technologies' development105
- Rules for authors.....101

FTAMP 500513

Э. А. Абдыкеримова

п.ғ.к., доцент, «Көлік және құрылыс» факультеті, Ш. Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг университеті, Ақтау қ., 130003, Қазақстан Республикасы
e-mail: Abdykerimova_el@mail.ru

**WEB-ҚОСЫМШАНЫ ҚҰРУДА ЗАМАНАУИ
ТЕХНОЛОГИЯНЫҢ МҮМКІНШІЛІКТЕРІ**

Microsoft корпорациясы жасаған қосымшаларды әзірлеу технологиялары ең озық және алдыңғы қатарлы болып саналады. Олар кәсіби қосымшаларды жасақтау үшін бүгінгі күнгі барлық талаптарға жауап береді. Осындай заманауи және өзекті технологиялардың бірі – ASP.NET интернет қосымшаларын әзірлеу технологиясы.

Мақалада ASP.NET технологиясының ерекшеліктері қарастырылады. ASP.NET-тің .NET Framework-мен интеграцияланатыны, ASP.NET-те кодты құрастыру, CLR ортасында ASP.NET жұмыс істеуі, ASP.NET-те объектілі-бағытталған технология және Microsoft Visual Studio-ның интеграцияланған әзірлеу ортасы сияқты негізгі мүмкіндіктері қарастырылады.

Кілтті сөздер: ASP.NET технологиясы, .NET Framework платформасы, компиляция, CLR ортасы, Visual Studio ерекшеліктері

КІРІСПЕ

Интернетке бағытталған ақпараттық жүйелерді құрастырудың бірнеше технологиясы бар. Қазіргі кезде өте қуатты технологиялардың бірі ретінде ASP.NET (Active Server Pages, Белсенді серверлік беттер) технологиясын айтуға болады. Яғни, ASP.NET Web-қолданбаларды құрастыруға арналған біртұтас модель болып табылады.

Web-қолданбалар «клиент-сервер» архитектурасы бойынша құрылған бағдарламаның ерекше типі болып табылады. Web-қолданба серверде болып, сонда орындалады, ал клиент жұмыстың тек нәтижесін ғана алып отырады. Қолданбаның жұмысы қолданушыдан сұраныстар алуға, олардың өңделуіне

және нәтижелерінің берілуіне негізделеді. Сұраныстарды және олардың өңделген нәтижелерін жіберу Интернет арқылы жүреді. Клиенттен алынған ақпараттар серверде арнайы «оқиғалар» тобынан өтеді. Сұраныстардың нәтижелерін көрсетілуімен, клиенттен мәліметтерді қабылдауымен және оларды серверге жіберумен арнайы қолданба браузер айналысады.

Алғашқы .NET технологиясымен бірге бағдарламалық жасақтама саласында жаңа бағыт пайда болды. Java, COM және веб-технологияларының үздік ерекшеліктерімен шабыттанып, алдыңғы технологиялардың қателіктері мен шектеулерінен Microsoft корпорациясының қызметкерлері өз даму платформасын толығымен жаңартуға шешім қабылдады. Нәтижесінде, Windows қосымшаларын құрудан бастап, дерекқорларға сұратым жасауға дейінгі ASP.NET деп аталатын веб-бағдарламаларын құратын құрал және т.б. таңғажайып озық технологиялар пайда болды.

НЕГІЗГІ БӨЛІМ

Бүгінде ASP.NET танымалдылыққа ие. ASP.NET негізінде құрылған бастапқы функционалдық мүмкіндіктер он жыл бұрынғыдай көрінгенімен, Microsoft қызметкерлері оған қосымша деңгейдегі құралдарды және жоғары деңгейдегі кодтаудың абстракциясын енгізді.

ASP.NET .NET Framework-мен интеграцияланады. ASP.NET .NET Framework инфрақұрылымының бір бөлігі болып табылады. Бұл архитектура Windows ортасында жұмыс жасауға бағытталған заманауи қолданбаларды құру үшін негіз болып табылады және бағдарламалық кодты жазу үшін үйлесімді келетін бағдарламалау тілінің кез келгенін қолдана алады. .NET Framework-тің ерекшелігі, бір бағдарламалық жүйенің әр модулі әр түрлі бағдарламалау тілінде жазылуы мүмкін.

.NET Framework платформасы қайталанбайтын бірнеше функционалдық бөлімдер мен он мыңдаған түрлерге (класстар, құрылымдар, интерфейстер және басқа да негізгі бағдарламалау элементтері) бөлінеді. Кез-келген .NET қосымшасын жасамас бұрын, ең алдымен, осы бөліктердің жалпы түсінігін және олардың неге осындай түрде ұйымдастырылғаны туралы жалпы ұғымды алу қажет.

Дәстүрлі Windows-қосымшаларының бағдарламашыларына .NET Framework бағдарламасында ұсынылған функционалдылықтың жиынтығы жүйелі түрде орналасқаны, осы технологияның дамуының сөзсіз жақсарылып келгендігі көрінеді. .NET Framework бағдарламасында қол жетімді мыңдаған класстардың әрқайсысы аттар кеңістігі (ағыл. namespace) деп аталатын логикалық иерархиялық контейнерде орналасқан.

Әртүрлі аттар кеңістігі әртүрлі функцияларды қамтамасыз етеді, бірақ бірлесе келе олар бөлінген жасақтама саласының барлық аспектілері

үшін функционалдықты ұсынады, хаттама кезегін ұйымдастырудан бастап, қауіпсіздікке дейін ұйымдастыру. Осы ауқымды құрал жиынтығын кітапханалар класы (ағыл. class library) деп атайды.

.NET Framework класстарының ASP.NET-де қолданылатын әдісі кез-келген басқа түрдегі .NET қосымшаларына қолданылатыннан өзгешелігі жоқ (соның ішінде автономды Windows-қосымшалары, Windows-қызметтері, утилиталары және т.б.).

.NET Windows және веб-қосымшалар үшін арнайы жасалған пайдаланушы интерфейстерін құруға арналған класстарды ұсынғанымен, көптеген .NET Framework мүмкіншіліктері (дерекқорларға қол жеткізуден бастап және көп ағынды өңдеу үшін қолдауға дейін) кез келген түрді қосымшаларда пайдалануға мүмкіндік береді. Басқаша айтқанда, .NET-те веб-қосымшаларды жасақтаушыларға клиенттік қосымшаларды әзірлеушілерге арналған құралдарды ұсынады [1].

ASP.NET коды компиляциядан өтеді. Жалпы веб-қосымшалары мен веб-сайт кодтары интерпретациядан өткенімен, барлық .NET қосымшалары сияқты ASP.NET бағдарламалары әрқашан компиляциядан өтеді және осы өзгешелік ASP.NET ерекшеліктерінің бірі болып табылады. Шын мәнінде C # немесе Visual Basic бағдарламасында кодты алдын-ала компиляциясыз орындау мүмкін емес.

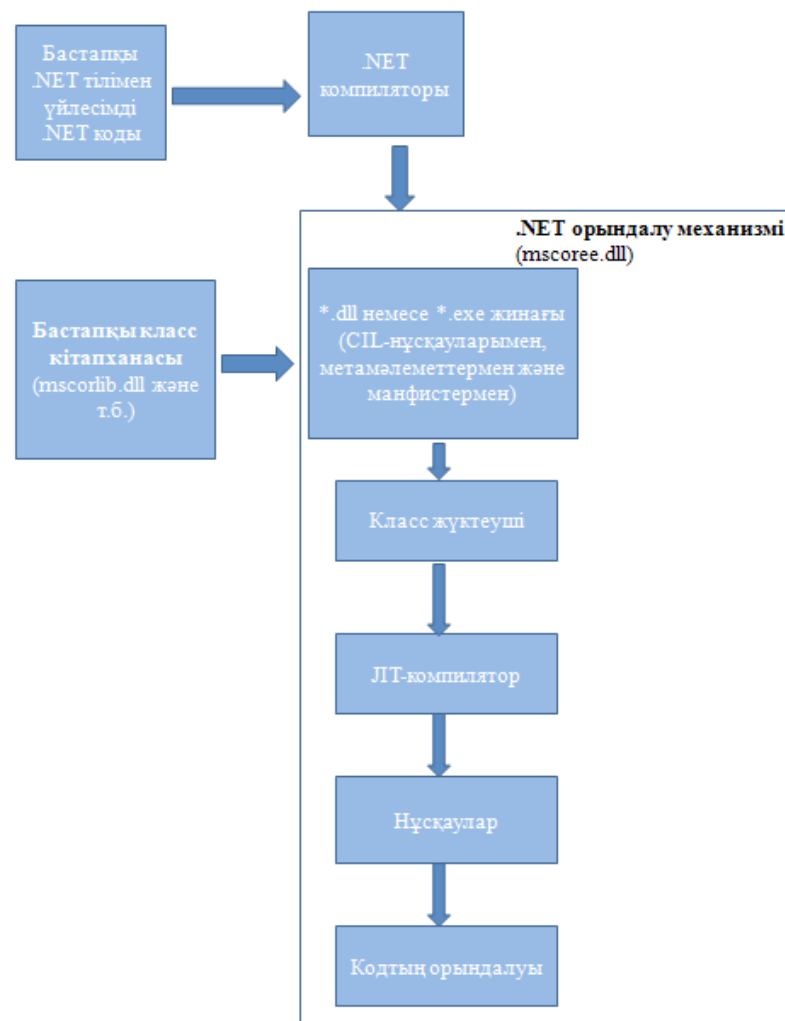
ASP.NET бағдарламалары екі компиляция кезеңдерінен өтеді.

Бірінші кезеңде C # бағдарламалау тілінде жазылған код MSIL (Microsoft Intermediate Language) немесе жай IL тілінде аралық тілдегі кодқа жазылады. Бұл бірінші кезең - .NET тілінің әртүрлі тілдерді пайдаланудың негізгі себептерінің бірі ғана.

Негізінде барлық .NET тілдері (соның ішінде C #, Visual Basic және т.б.) іс жүзінде IL кодымен бірдей кодқа айналатын компиляциядан өтеді. Бұл компиляцияның бірінші кезеңі автоматты түрде парактың бірінші сұрауы бойынша да орындалуы мүмкін және ол алдын-ала орындалу мүмкін (бұл алдын-ала компиляция деп аталады). IL коды бар компиляциядан өткен файлды жинақ деп атайды.

Компиляцияның екінші кезеңі беттің нақты орындалуына дейін жүреді. Осы сәтте IL коды төмен деңгейлі машина тіліндегі кодқа айналады. Бұл кезең Just-In-Time (JIT) компиляциясы деп аталады және барлық .NET бағдарламалары үшін бірдей көрінеді (мысалы, Windows бағдарламалары).

Төмендегі 1-суретте осы екі кезеңді компиляция процесі көрсетілген.



Сурет 1 – Компиляция кезеңдері

.NET-тағы компиляция процесі бағдарлама жасаушыларға барынша ыңғайлылық пен икемділікті қамтамасыз ету үшін екі кезеңге бөлінген. Кодты төмен деңгейлі машина тілінде жасамас бұрын, компилятор қай операциялық жүйеде және бағдарламаның негізгі құрылғысы іске қосылатынын білуі керек (мысалы, бұл 32 биттік немесе 64 биттік Windows амалдық жүйесі болады). Бұл екі компиляция қадамдарын орындау арқылы

компиляциядан өткен .NET жинағын жасай және оны бірнеше платформаға таратуды жалғастыра аласыз.

Әрине, тез компиляциядан өту кезеңі веб-сайттың кез-келген парағына әрқашан сұратым жасалса пайдасыз болар еді. Бірақ, ASP.NET қосымшалары әр уақытта веб-парақ сұралса, компиляцияны орындауды қажет етпейді. Оның орнына IL коды бір рет жасалады және бастапқы код өзгертілген жағдайда ғана қайта жасалады және машиналық кодты қамтитын файлдар жүйелік каталогта кэш түрінде сақталады, оның жолы келесідей көрінеді:

C:\Windows\Microsoft.NET\Framework\[Нұсқа нөмірі]\Temporary ASP.NET Files.

Веб-қосымша коды IL тіліне ауысу уақыты, веб-қосымшаның қалай құрылғандығы және орналастырылғандығына байланысты. Егер веб-бағдарламаны Visual Studio бағдарламасында веб-жоба ретінде жасасаңыз, жоба жасаған кезде коды IL-ге жасалады. Егер ол жоба жоқ жеңіл веб-сайт ретінде жасалса, оның әр парағының коды тиісті беттің бірінші сұратымында жазылады. Бірақ осы және өзге жағдайда да, компиляцияның екінші кезеңі арқылы (IL-дан машиналық кодқа дейін) код тек бірінші рет іске қосылады.

ASP.NET-та, алдын-ала компиляция өткізуге арналған құралдар бар, олармен өндіріс веб-серверінде веб-қосымша өңделгеннен кейін дереу машина кодына бағдарламаны құрастыруға болады. Бұл аяқталған қосымшаны орналастырған кезде компиляцияның бірінші кезеңін орындауға байланысты кететін шығындарды болдырмайды (басқа адамдардың кодты өзгерту мүмкіндігін болдырмайды).

ASP.NET CLR ортасы арқылы орындалады. ASP.NET механизмінің ең маңызды аспектілерінің бірі - CLR орындалу ортасында жұмыс істеуі болып табылады. .NET Framework барлық бөліктері, яғни барлық аттар кеңістіктері, қосымшалар мен класстар басқарылатын код деп аталады. Төменде осындай өзгешіліктердің кейбірі келтірілген.

Жадты және қоқысты жинауды автоматты түрде басқару. Автоматты қоқыс жинаушы дегеніміз бағдарлама орындалу барысында пайда болған, өз қызметін орындаған, бірақ бағдарламаға пайдасы жоқ, жадта орын алып тұрған объектілерді өшіретін CLR ортасының механизмі. Қосымшаға сілтеме түрінің нысанының данасы жасалса, CLR оған жадта басқарылатын қабаттағы сәйкес кеңістікті бөледі. Бұл жад кеңістігін бағдарламалау коды арқылы тазалау қажет емес. Объект жұмысы сілтеме деңгейінен шыққан кезде (немесе бағдарлама жұмысы аяқталғанда), объект бірден автоматты қоқыс жинаушыға қол жетімді болады. Қоқыс жинағыш белгілі бір мезгілде CLR ішінде іске қосылады және пайдаланылмайтын жадты автоматты түрде қалпына келтіреді, ол неғұрлым қол жетпейтін объектілермен жұмыс істейді. Бұл модель C++-дегі жадтың манипуляциясының төмен деңгейлі

мәліметтерімен және СОМ-дағы сілтемелерді күрделі санаумен күресу қажеттігін жоққа шығарады [2].

Түрлер қауіпсіздігі. Бағдарлама компиляциядан өткен кезде, .NET қолжетімді класстар, олардың мүшелері, деректер түрлері және т.б. туралы мәліметтерді жинағышқа қосады. Бұл оларға қосымша қолдау файлдарын қоспай, басқа қосымшаларда және компилятордың орындалуы дұрыс екеніне көз жеткізу үшін пайдалануға мүмкіндік береді. Бұл қосымша қауіпсіздік төмен деңгейдегі бірқатар қателіктердің пайда болу мүмкіндігін толығымен жояды.

Кеңейтілмелі метамәліметтер. Класстар мен мүшелер туралы ақпарат құрастырылған жинақта .NET сақтай алатын метамәліметтердің бір түрі ғана. Метамәліметтер кодты сипаттайды және орындаушы ортамен басқа қызметтерді қосымша ақпаратпен қамтамасыз етуге мүмкіндік береді. Мысалы, бұл метамәліметтер кодты бақылау әдісін қалай орындауға болатынын немесе Visual Studio бағдарламасына жобалау уақытында арнайы басқаруды тағайындау туралы нұсқау беруі мүмкін. Олар сондай-ақ, басқа да қызметтерді орындалу уақытында іске қосады, мысалы, транзакцияларды немесе объект жиынтығын іске қосу үшін пайдалануға болады.

Қателерді құрылымдық өңдеу. .NET тілдерінде қателерді өңдеу кодын логикалық және дәйекті түрде ұйымдастыру мүмкіндігін беретін құрылымдық ерекшеліктерді өңдеуді қолдана аласыз. Әр түрлі қателер үшін бөлек код блоктарды жасай аласыз, сондай-ақ бірнеше деңгейдегі тереңдікте ерекше жағдайларды өндегіштерді орналастыруға болады.

Бағдарламаның көпағынды орындалуы. CLR ортасы көптеген класстар пайдалана алатын жиынтық ағындарын ұсынады. Мысалы, методтарды шақыру, файлдарды оқуға және кез келген жаңа ағындарды жасамай, асинхронды түрде веб-қызметтерімен әрекеттесуге болады.

ASP.NET – объектілі-бағытталған технология. ASP технологиясы өте әлсіз объект моделін ұсынады. Ол HTTP және HTML мәліметтерін жасырып жатқан өте әлсіз деңгейдегі азғана объектілерге ие. Соның өзінде ASP.NET нағыз объектілі-бағдарланған технология болып табылады. .NET Framework қосымшалар кодына өзінің барлық объектілеріне толық қолжетімділікті қамтамасыз етумен қатар, объектілі-бағытталған бағдарламалаудың барлық тұжырымдамаларын пайдалануға мүмкіндік береді. Мысалы, ол қайта пайдалануға болатын класстарды жасауға, интерфейстерді пайдаланып, кодты стандарттауға, бар класстарды мұралану арқылы кеңейтуге және пайдалы қызметті таратылған компиляциядан өткен құрамдасқа біріктіруге мүмкіндік береді.

ASP.NET-де объектілі-бағдарланған әрекеттерді қолдайтын ең жақсы мысалдардың бірі – сервер басқару элементтері. Бұл басқару элементтері

миниатюралық инкапсуляция болып табылады. Жасақтаушылар басқару элементтерін өздерінің сыртқы көрінісін баптауға, бейнелеу деректерін камтамасыз етуге және оқиғаларға тіпті жауап беру үшін кодты пайдалану арқылы басқара алады.

Басқару элементтері көрсететін барлық төмен деңгейлі HTML түзетуі көріністен жасырылады. Жасақтаушыны төмен деңгейлі HTML түзету кодын қолмен жазудың орнына, осы басқару элементтері өздері веб-сервер бетті клиентке жібермес бұрын тиісті HTML элементтеріне түрлендіреді. Осылайша, ASP.NET серверінің басқару элементтері HTML және HTTP бағдарламалауының төмен деңгейлі мәліметтерінен дерексіз дерек береді. Төменде ASP.NET веб-бетінде анықталу мүмкіндігі бар стандартты HTML мәтіндік өрісі бар шағын мысал келтірілген:

```
<input type="text" id="myText" runat="server" />
```

«runat="server"» атрибутын қосқаннан кейін, бұл статикалық HTML код үзіндісі басқаруға болатын толық функционалды сервер басқаруына айналады. Осыдан кейін, сіз жасаған оқиғалармен жұмыс істей аласыз, атрибуттар орнатасыз және оны деректер көзіне байланыстыра аласыз. Мысалға, келесі өрістерді пайдаланып бетті бірінші рет салған кезде осы өріске арналған мәтінді C# коды арқылы орнатуға болады:

```
void Page_Load(object sender, EventArgs e)
{
    myText.Value = «Hello World!»;
}
```

Бұл кодта HtmlInputText объектісіне мән қасиет орнатылады. Нәтижесінде, көрсетілген жол HTML-беттегі мәтін өрісінде көрсетіледі және клиентке жіберіледі [3].

ASP.NET-тің әмбебап құралы Visual Studio-ның ерекшеліктері. ASP.NET Web-сайттары Microsoft компаниясы ұсынған, Web-қолданбаларды құрастырудың толық функционалды ортасы Visual Studio-ны, яғни жобалаудың икемді және әмбебап сайманын қолдану арқылы құрастырылады.

Visual Studio-да жобалауды басқару құралы, бастапқы мәтіннің редакторы, қолданушы интерфейсінің конструкторы, шеберлер, компиляторлар, жинақтауыштар, құрал-саймандар, утилиттер, құжаттар және жөндеушілер бар. Ол 32 және 64-разрядты Windows, Linux платформасы үшін, сонымен қатар .NET Framework жаңа платформа үшін де қолданбалар құруға мүмкіндік береді. Маңызды жетістіктің бірі – құрастырудың біртұтас ортасында әр түрлі тілдермен және қолданбалардың әр түрлі типімен жұмыс істеу мүмкіндігінде.

Сонымен Visual Studio-ның негізгі артықшылығына келесілерді жатқызуға болады:

– кірістірілген редактор WYSIWYG (What You See Is What You Get) («Не көрсен, соны аласың»). Оның көмегімен Visual Studio орнықты HTML мазмұнды, соның ішінде қаріптер мен стильдерді баптауға мүмкіндік береді;

– кодты құруға байланысты жеңілдіктер (мәселен, әдістер мен интерфейс үлгісінің автотолықтырушысы);

– Visual Studio-да кодты теру кезінде бағдарлама құрудың интуитивтік стилі, яғни шегіністерді автоматты түрде орналастырып қою және түстік кодтауды қолдану сияқты кодтың форматталуы, яғни бұл кодты оқуды едәуір жақсартады және кодта қателерді жіберу мүмкіндігін азайтады;

– жобалау ортасынан тікелей Web-сайтты орындауға мүмкіндік беретін кірістірілген Web-сервердің болуы. Бұл қолданушы үшін ыңғайлы болумен қатар, қауіпсіздік деңгейін де арттырады. Себебі құрастырылып жатқан Web-сайтқа сыртқы компьютерден қол жетімділік мүмкіндігінің болмауында;

– Visual Studio – көп тілді әзірleme, тек бір интерфейс (Integrated Development Environment) қолдану арқылы кез келген тілде кодтауға мүмкіндік береді. Бұл ортада C#-та жүзеге асырылған Web-беттерді Visual Basic-те жазылған Web-беттері бар жобаға орналастыруға мүмкіндік береді;

– Visual Studio-ның көптеген мүмкіндіктері: іздеу мен алмастыру функцияларының ыңғайлығы, кодтың блогын уақытша жасырып қалатын түсіндірмелерді автоматты түрде қосу және өшіру тез және тиімді жұмыс істеуге мүмкіндік береді;

– Visual Studio-да жөндеуге (debug) байланысты бірнеше құрал-саймандары бар. Атап айтсақ: жөндеу режимінде кодтың қадам немесе кадамсыз орындалуына арналған бірнеше батырмалар бар. Бағдарлама орындалу барысында жедел жадыда өзгеріліп жатқан айнымалылар туралы ақпараттарды көрсетеді.

– рефлексия тәсілі Visual Studio-да өзіне енгізілген ildasm (дизассемблер) бағдарламасы арқылы жүзеге асыруға болады [4].

ҚОРЫТЫНДЫ

ASP.NET негізінде құрастырылатын әрбір қолданба ақпараттық бөліктен, бағдарламалық кодтан және конфигурация туралы мәліметтерден тұрады. Ақпараттық бөлік бетте статистикалық және динамикалық элементтен тұрады және Web-форма түрінде жүзеге асады. Статистикалық элементтер HTML тілінің типтік элементтерін көрсетеді, динамикалық элементтер қолданбаның бағдарламалық орындалу кезінде компиляцияланады. Бағдарламалық код қолданушының сұранысына қолданбаның реакциясын анықтайтын мәліметтерді өңдеу белгілі бір процедураның логикасын жүзеге асырады.

1 **Столбовский, Д. Н.** Основы разработки Web-приложений на основе ASP.NET. – М. : Издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2009. – 256 с. : ил. ISBN 978-5-94774-991-5.

2 **Фримен, А., Сандерсон, С.** ASP.NET MVC 4 Framework с примерами на C# 5.0. – Издательство Вильямс, 2014. – 688 с. : цв. ил. – ISBN 9785845918673.

3 **Рихтер, Дж.** CLR via C#: Программирование на платформе Microsoft .NET Framework 4.5 на языке C#. – СПб. : Питер, 2013. – 896 с. : ил. – ISBN 978-5-496-00433-6.

4 **Гаряка, А. А.** Основы ASP.NET 2.0. Учебное пособие. – М. : Интернет-Университет информационных технологий, 2007. – 296 с. – ISBN: 978-5-94774-627-3, 978-5-9556-0085-7.

Материал баспаға 10.01.18 түсті.

Э. А. Абдыкеримова

Возможности современных технологий в создании Web-приложений

Факультет «Транспорт и строительство»,
Каспийский государственный университет технологий и
инжиниринга имени Ш. Есенова,
г. Актау, 130003, Республика Казахстан,
Материал поступил в редакцию 10.01.18.

E. A. Abdykerimova

The possibilities of modern technologies in creating Web applications

Department of «Transport and construction»,
Sh. Yessenov Caspian State University of Technologies and Engineering,
Aktau, 130003, Republic of Kazakhstan.
Material received on 10.01.18.

Технологии разработки приложений, созданные корпорацией Microsoft по праву считаются одними из наиболее современных и передовых. Они отвечают всем современным требованиям, предъявляемым сегодня к средствам разработки профессиональных приложений. Одной из наиболее современных и актуальных технологий такого рода является технология разработки Интернет приложений ASP.NET.

В данной статье были рассмотрены особенности технологии ASP.NET, такие, как интеграция ASP.NET с .NET Framework, компиляция кода в ASP.NET, принцип работы ASP.NET в среде CLR, объектно-ориентированная технология в ASP.NET и интегрированная среда разработки Microsoft Visual Studio, как главный инструмент проектирования для ASP.NET.

Applications of development technologies created by Microsoft corporation are rightly considered to be one of the most advanced and leading. They meet all the modern requirements set today for the development resource of professional applications. One of the most modern and relevant technologies of this kind is the technology of developing Internet applications ASP.NET.

This article explored the features of ASP.NET technology, such as the integration of ASP.NET with the .NET Framework, the compilation of code in ASP.NET, the operation of ASP.NET in the CLR environment, object-oriented technology in ASP.NET, and the integrated environment development of Microsoft Visual Studio, as the main design instrument for ASP.NET.

А. А. Шалтабаев¹, С. Тілеубек²

¹Ph.D., I. Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ., 040000, Қазақстан Республикасы;

²магистрант, I. Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ., 040000, Қазақстан Республикасы
mail: ¹Altai_shaltabaev@mail.ru; ²zhinfo17@bk.ru

ЭЕМ-НІҢ МИКРОПРОЦЕССОРЛАРЫНЫҢ ЖҰМЫС ІСТЕУ ЖҮЙЕСІНЕ МІНЕЗДЕМЕ

Мақалада микропроцессорлық техниканың негізгі ұғымдары: анықтамасы, жіктелуі, логикалық құрылымы және микропроцессорлар архитектурасы, командалар форматы мен жүйесі, ұйымдастыру, енгізу/шығару микропроцессорлық жүйесі, негізгі ақпаратпен алмасу тәсілдері мен принциптеріне қатысты мәселелер қарастырылды. Сондай-ақ, мақалада зерттеу нысаны дербес компьютердің микропроцессоры болды. Бүгінгі таңда компьютерлік технологиялардың ішінде ең белсенді дамып келе жатқан элемент микропроцессор болып табылады. Сонымен қатар, мақалада таңдалған тақырып бойынша негізгі ұғымдардың түсініктемесі анықталды, микропроцессорлардың классификациясы мен олардың элементтерін қысқаша сипаттама берілді, дербес компьютердің микропроцессорының құрылымы мен негізгі мінездемесі қарастырылды.

Бұл мақаладан алынған мәлімет негізінде дербес орталық процессорларының архитектурасының ерекшеліктерін анықтауға, өндірістегі микросхемалық жартылай өткізгіш жадтың жаңа технологияларын қарауға, микропроцессорлық жүйеде физикалық экспериментті автоматтандыру үшін өзінің жеке жобаларын құруға немесе микропроцессорлық техниканың даму тенденциясын талдау және ерекшелу негізін дамытуға болады.

Кілтті сөздер: электронды есептеу машинасы, микропроцессор, шина, регистр, микропроцессор архитектурасы.

КІРІСПЕ

ЭЕМ көлемі мен цифрлік формасы танымастай өзгеруіне микропроцессорлардың құрылуы себепші болды. Есептеу техникасы өндірістің барлық салаларында, білім, денсаулықсақтау, әскери техника

және т.б. адамдардың барлық қызметінде қолданыс тапқан. Компьютердің негізгі элементі-микропроцессор және оның жұмыс істеу сипаты ақпаратты өңдеуге тікелей байланысты. Заманауи есептеу техникасының көлемінің кішірейіп, ал өнімділігінің жоғарылау қарқыны күн өткен сайын дамуда.

Бұл микропроцессорлардың дайындалу технологиясының қарқынды дамуы арқасында. Процессорлар мен есептеу техникасының қазіргі таңда дамуы зор мүмкіндік беріп отыр деп айтуға болады. Қазіргі уақытта ЭЕМ микропроцессорларын өндіру бойынша нарықтың көшбасшылары екі бәсекелес фирмалар Intel және AMD болып табылады (Сурет 1).



Сурет 1 – Intel және AMD микропроцессорлары

Жұмыстың өзектілігі есептеуіш техникасының болашақта дамуы тікелей микропроцессорларды құру саласында ғылыми жаңалықтардың пайда болуына байланысты. Бүгінгі күні микропроцессорлар компьютерлік техниканың негізін құрайды, сондықтан есептеу құралдарының дамуы ерекше өзектілікке ие болады. Бұл үлкен өлшемді күрделі есептерді шешу қажеттіліктеріне байланысты.

НЕГІЗГІ БӨЛІМ

Микропроцессор немесе орталық процессор CPU (Central Processing Unit) дербес компьютердің – негізгі миы болып табылады. Микропроцессор мәліметтерді есептеуді және өңдеуді орындайды, сонымен қатар компьютердің ең қымбат микросхемасы болып табылады. Микропроцессорды әртүрлі логикалық функцияны орындайтын етіп программалауға болады, сондықтан программаны өзгерту арқылы микропроцессорды арифметикалық құрылғы немесе енгізу-шығару жұмыстарын басқарушы ролінде қолдануға болады. Микропроцессорлардың бір-бірінен өзгешелігі олардың типтерінде (модельдерінде), яғни оның қарапайым амалдарды орындайтын жұмыс жылдамдығының көрсеткіші – мегагерц - МГц бірлігімен берілген тактілік жиілігінде жатыр.

Электронды есептеуіш машинасының микропроцессоры келесідей сипатталады:

1) Тактілік жиілігі электронды есептеуіш машинасының элементтеріне қосылу үшін белгілі бір операцияны орындауына кететін максималды уақытын айқындайды;

2) Микропроцессордың разрядтылығы екілік разрядтың бір мезгілде өнделетін ең көп саны.

Разрядтылық $m/n/k$ арқылы белгіленеді және ондағы:

m – ішкі регистрлер разряды, сол немесе басқа процессорлар сыныбына тиістілігін анықтайды;

n – мәліметтер шинасының разряды, ақпаратты беру жылдамдығын анықтайды;

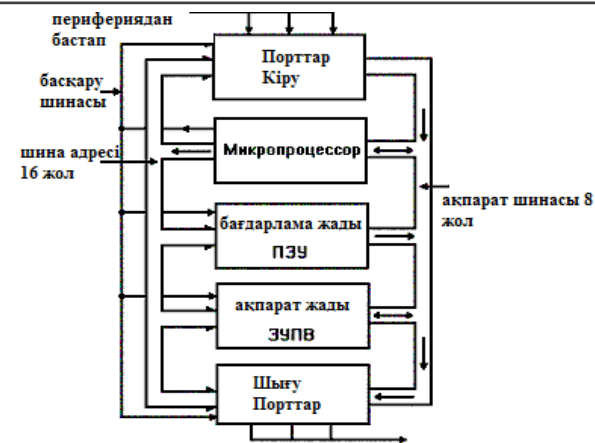
k – адрестік шина разряды, адрестік кеңістік мөлшерін анықтайды. Мысалы, i8088 микропроцессоры $m/n/k=16/8/20$ мәндерімен сипатталады;

3) Микропроцессордың сәулеті түсінігі командалар жүйесін және адрестеу тәсілдерін, уақытылы командаларды орындау мүмкіндігін, микропроцессордың құрамындағы қосымша құрылғылардың болуын, жұмыс істеу принципі мен режимін қамтиды. Ол микроархитектура және макроархитектура ұғымдарын бөледі.

Микропроцессордың микроархитектурасы – бұл аппараттық ұйымдастыру және микропроцессордың логикалық құрылымы, регистрлер, басқару схемасы, арифметикалық-логикалық құрылғылары, есте сақтаушы құрылғылар мен оларды байланыстыратын ақпараттық магистраль.

Макроархитектура – микропроцессордың адрестеу режимдері мен жұмыс істеу принциптерінің командалар жүйесі.

МикроЭЕМ негізінде шағын есептеу жүйесінің архитектурасы (сурет 2) көрсетілген. Мұндай микроЭЕМ құрамында барлық 5 негізгі блок цифрлық машиналары: құрылғыға ақпаратты енгізу, басқару құрылғысы (БК), арифметикалық-логикалық құрылғы (АЛК) (микропроцессордың құрамына кіретін), есте сақтау құрылғылары (ЕСҚ) және ақпаратты шығару құрылғысы кіреді.



Сурет 2 – Микро ЭЕМ-нің микропроцессорының сызбасы

Микропроцессор басқару шинасының көмегімен барлық сандық жүйесінің құрылғыларының жұмысын үйлестіреді. Басқару шинасынан басқа 16-разрядты адрестік шина қамтиды, ол енгізу немесе шығару портына белгілі бір ұяшық жадын таңдау үшін қызмет етеді. 8 биттік ақпараттық шина немесе деректер шинасы бойынша микропроцессордан және микропроцессорға екі жақты жөнелту арқылы жүзеге асырылады. Айта кету керек, МП ақпаратты микроЭЕМ жадына жібере немесе бір шығару портына, сондай-ақ ақпаратты жадыдан немесе бір енгізу портынан қабылдай алады.

МикроЭЕМ-нің тұрақты есте сақтау құрылғысы (ТЕСК) құрамында кейбір бағдарламаны құрайды. Бағдарлама есте сақтау құрылғысына еркін таңдаумен енгізіледі және сыртқы есте сақтау құрылғысынан таңдалады. Бұл пайдаланушының бағдарламасы.

Мысал ретінде, микроЭЕМ жұмысын сипаттау үшін келесі қарапайым амалдарды орындалу процедурасын қарастырайық.

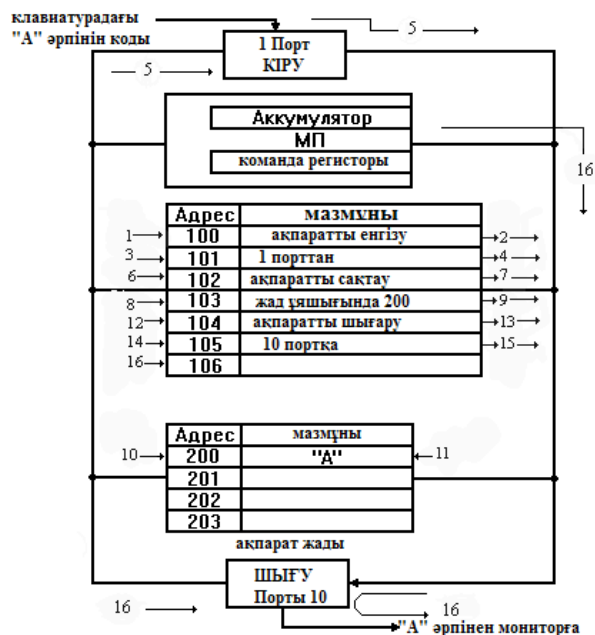
- 1 пернетақтада «А» әрпін басу.
- 2 микроЭЕМ жадына «А» әрпін орналастыру.
- 3 «А» әрпін экран бетіне шығару.

Бұл әдеттегі енгізу-есте сақтау-шығару амалдары, мұндай амалдарды қарастыру микроЭЕМ құрамына кіретін кейбір құрылғылардың қолданылу принциптерін анықтауға мүмкіндігін береді.

Енгізу-есте сақтау-шығару амалдарының орындалуы (сурет 3) көрсетілген. Командалар алғашқы алты ұяшық жадына жүктелгендігіне назар аудару керек.

Сақталатын бағдарлама құрамында келесі командалар тізбегі бар:

- 1 Енгізу портынан деректерді енгізу 1.
- 2 Жады ұяшығындағы деректерді есте сақтау 200.
- 3 Деректерді шығару портына қайта жіберу 10.



Сурет 3 – Енгізу-есте сақтау-шығару процедураларының орындалуы

Бұл бағдарламада барлығы үш команда бар, дегенмен, 2-суретте бағдарлама жадында алты команда жазылған сияқты көрінуі мүмкін. Бұл әдетте командалардың бөліктерге бөлінуіне байланысты. Жоғарыда көрсетілген бірінші бөлім командалары деректерді енгізу. Екінші бөлімінде деректерді қайдан енгізу керек екендігі көрсетілген. Команданың бірінші бөлімі нақты әрекетті орындайтын операция коды деп аталады, ал екінші бөлігі - операнд. Операция коды және операнд программаның жеке ұяшықтар жадында орналастырылады. Бағдарламаның операция коды 100 ұяшықта, операнд коды 101 ұяшығында сақталады (сурет 3). Соңғысы ақпаратты қайдан алу керектігін көрсетеді.

3-суретте Тағы екі жаңа блок ерекшеленген. Олар аккумулятор және регистр командасы. *МикроЭЕМ ішіндегі деректер мен командалардың отуін диаграммадағы номерлену көмегімен қарастырайық. Естеріңізге*

сала кетейік, микропроцессор - бұл орталық торап, барлық деректер мен орындалатын операцияларды өткізуді басқарады.

Сонымен, микроЭЕМ-дегі енгізу-есте сақтау-шығару процедурасын орындау кезінде келесі іс-әрекеттердің реті жүзеге асырылады:

1 Микропроцессор 100 адресін шина адресіне береді. Оқу режимінде бағдарлама жадысын орнататын шиналық басқару бойынша сигнал түседі.

2 Бағдарламалар бірінші команда («Деректерін енгізу») бойынша деректер шинасына жолдайды және МП бұл кодталған хабарламаны алады. Команда регистр командасына орналастырылады. МП алынған команданы анықтайды.

3 Микропроцессор 101 адресін шина адресіне береді. Шиналық басқару бағдарламаның жадын оқу режиміне аудару үшін қолданылады.

4 Бағдарламаның жадынан деректер шинасына («1 порттан») операнд қайта жіберіледі. Бұл операнд 101 ұяшығындағы бағдарлама жадында орналасқан.

5 МП өзін құрылғымен байланыстырып отырған адрестік шина мен басқару шинасын пайдалана отырып 1 портты ашады. «А» әрпінің цифрлық коды микропроцессор ішіндегі аккумуляторға жіберіледі және есте сақталады.

6 МП адрестік шина бойынша 102 ұяшығына жүгінеді. Шиналық басқару бағдарлама жадын оқу режиміне көшіру үшін қолданылады.

7 «Деректерді есте сақтау» командасының коды деректер шинасына беріліп, МП қайта жіберіледі де, регистр командасына орналастырылады.

8 МП осы команданы дешифрациялайды және ол үшін операнд қажет екенін анықтайды.

9 Бағдарламалар жадысынан деректер шинасына «200 ұяшығының жадысына» деген код хабарламасы қайта жіберіледі.

10 Енді командалардың орындалу процесі басталады. МП деректер жадысына қатысты 200 адресін адрестік шинаға қайта жіберіп, енгізу жазбасын жандандырады.

11 МП аккумуляторда сақталған ақпаратты деректер жадына бағыттайды. «А» әрпінің коды деректер шинасына жіберіліп, осы жадының 200 ұяшығына жазылады. Екінші команда орындалды. Есте сақтау процесі аккумулятор құрамын бұзбайды. «А» әрпінің коды ол жерде бұрынғысынша бола береді.

12 МП жаңа команданы таңдау үшін 104 ұяшығына жүгінеді және бағдарлама жадын оқу режиміне ауыстырады.

13 Шығару командасының коды деректер шинасы арқылы микропроцессорге қайта жіберіледі, ол оны регистр командасына орналастырады.

14 МП 105 адресін адрестік шинаға береді және бағдарлама жадысын оқу режиміне орнатады.

15 Бағдарлама жадысынан деректер шинасы бойынша МП операнд коды «10 портына» түсіп, одан әрі регистр командасына көшіріледі.

16 МП «10 портына деректерді енгізу» командасын дешифрлейді. Шығару құрылғысымен байланыстыратын адрестік шина мен басқару шинасы көмегімен МП 10 портын ашады және «А» әрпінің кодын деректер шинасы бойынша қайта жібереді. Ал «А» әрпі 10 порты арқылы экран бетіне шығады.

Көптеген микропроцессорлық жүйелерде ақпарат беру тәсілі жоғарыда қарастырылған жағдайларға ұқсас жүзеге асырылады. Ең елеулі айырмашылықтар аппаратты енгізу және шығару блоктарында болуы мүмкін.

Микропроцессордың логикалық құрылымы логикалық сұлбасын және олардың арасындағы байланыстардың конфигурациясын құрайтын функционалдық мақсаты бойынша анықталады. Әр түрлі микропроцессорлардың логикалық құрылымы олардың мүмкіндігі мен әртүрлі жылдамдықта деректерді өңдеуін қамтамасыз етеді.

ҚОРЫТЫНДЫ

Қорыта келе, микропроцессор жүйенің ядросы және барлық операцияларды басқаруды жүзеге асырады.

Осылайша микропроцессор келесі функцияларды орындайды:

- негізгі жадыдан бағдарлама командасын таңдау;
- команданы дешифрлеу;
- арифметикалық, логикалық және басқа операцияларды орындау;
- ақпаратты регистр мен негізгі жады және енгізу/шығару құрылғылары арасында жіберуді басқару;
- микропроцессордың негізгі тораптарын басқару және үйлестіру.

Микропроцессор архитектурасы тұрақты өнімділігінің артуы бойынша дамып келеді. Микропроцессордың тактілік жиілігін арттыру және микропроцессордегі конвейер есебінен бір мезгілде орындалатын командалар санын ұлғайту дәстүрлі бағыт болып табылады. Процессорды таңдау барысында тапсырмаларды шешу бағытын ескеру қажет.

Ұсынылған жұмыста микропроцессорлық техникаға қатысты негізгі ұғымдар: анықтамасы, жіктелуі, логикалық құрылымы және микропроцессорлар архитектурасы, командалар форматы мен жүйесі, ұйымдастыру, енгізу/шығару микропроцессорлық жүйесі, негізгі ақпаратпен алмасу тәсілдері мен принциптеріне қатысты мәселелер қарастырылды. Микропроцессорлық техниканың болашағы бүгін екі жаңа бағытқа - нанотехнология және кванттық есептеуіш жүйелеріне байланысты.

ПАЙДАЛАНҒАН ДЕРЕКТЕР ТІЗІМІ

1 **Новожилов, О. П.** Основы микропроцессорной техники : в 2-х т. / О. П. Новожилов. – 2-е изд. – М. : РадиоСофт. – 2012 – Т. 1 : учебное пособие. – М., 2012.

2 **Васильев, А. Е.** Микроконтроллеры. Разработка встраиваемых приложений : учебное пособие – СПб. : БХВ-Петербург, 2008.

3 **Новожилов, О. П.** Основы микропроцессорной техники : в 2-х т. / О. П. Новожилов. – М. : РадиоСофт. – 2012. – Т. 2 : учебное пособие. – 2-е изд. – М., 2012. – 333 с.

4 **Баранов, В. Н.** Применение микроконтроллеров AVR: Схемы, алгоритмы, программы : научное издание / В. Н. Баранов. – 3-е изд., перераб. – М. : Додэка – XXI, 2006. – 287 с.

5 **Кохц, Дитер.** Измерение, управление и регулирование с помощью PIC-микроконтроллеров: схемы и программы для микроконтроллеров PIC 16C71, PIC 16F84 и семейства PIC 16C5X : научное издание: пер. с нем. / Дитер Кохц. – Киев : «МК-Пресс», 2007. – 296 с.

6 **Басманов, А. С., Широков, Ю. Ф.** Микропроцессоры и однокристальные микроЭВМ : Номенклатура и функциональные возможности / Под ред. В. Г. Домрачева. – М. : Энергоатомиздат, 1988. – 127 с.

7 **Костров, Б. В.** Микропроцессорные системы и микроконтроллеры : учебное пособие / Б. В. Костров, В. Н. Ручкин. – М. : ДЕСС, 2007. – 320 с.

Материал баспаға 10.01.18 түсті.

А. А. Шалтабаев¹, С. Тілеубек²

Характеристика работы систем микропроцессоров ЭВМ

^{1,2}Жетысуский государственный университет имени И. Жансугурова, г. Талдыкорган, 040000, Республика Казахстан.
Материал поступил в редакцию 10.01.18.

A. Shaltabayev¹, S. Tyleubek²

Characteristics of the operation of microprocessor systems of electronic computers

^{1,2}Zhetysu State University named after I. Zhansugurov, Taldykorgan, 040000, Republic of Kazakhstan.
Material received on 10.01.18.

В статье рассмотрены основные, базовые понятия микропроцессорной техники: определение, классификация,

логическая структура и архитектура микропроцессоров, система и формат команд, организация ввода/вывода в микропроцессорной системе, основные способы обмена информацией и принципы взаимодействия устройств на системной магистрали, подсистема памяти и теоретические аспекты проектирования МПС. В данной работе объектом изучения послужили микропроцессоры ПК.

На сегодняшний день самым активно развивающимся элементом компьютерных технологий является микропроцессор.

Были раскрыты основные понятия, используемые в выбранной теме; дана классификация микропроцессоров и краткая характеристика их элементов; рассмотрена структура и основные характеристики микропроцессоров ПК.

На базе полученных знаний по этой статье не составит особого труда определить архитектурные особенности современных центральных процессоров персональных ЭВМ, рассмотреть новые технологии в производстве микросхем полупроводниковой памяти, разработать собственные проекты МПС для автоматизации физического эксперимента или для решения бытовых проблем, проанализировать и выделить основные тенденции развития микропроцессорной техники.

The main basic concepts of microprocessor technology are considered: the definition, classification, logical structure and architecture of microprocessors, the system and format of commands, the organization of input / output in the microprocessor system, the basic methods of information exchange and the principles of device interaction on the system backbone, memory subsystem and theoretical aspects of designing of microprocessor computers. In this work, the object of study was the microprocessor of personal computers.

To date, the most actively developing element of computer technology is a microprocessor.

The basic concepts used in the chosen topic were revealed; the classification of microprocessor and a brief description of their elements was given; the structure and main characteristics of personal computer microprocessor were considered.

On the basis of the knowledge gained on this article will not be difficult to determine the architectural features of modern central processors of personal IBM, to consider new technologies in the production of semiconductor memory chips, to develop own projects of a microprocessor computer to automate a physical experiment or to solve everyday problems, to analyze and highlight the main trends in the development of microprocessor technology.

ГРНТИ 27.19

Б. Н. Дроботун¹, А. К. Хасенов²

¹д.п.н, профессор, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар, 140008, Республика Казахстан;

²магистрант, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар, 140008, Республика Казахстан

e-mail: ¹drobotun.nina@mail.ru; ²ace.xak@gmail.ru

ЛОКАЛЬНЫЕ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНЫХ ИСЧИСЛЕНИЙ (I)

Данная статья представляет собой первую часть работы, посвященной доказательному обоснованию связи между локальными свойствами формальных языков логических исчислений, нашедшими отражение в теореме компактности Мальцева и топологическими свойствами стоуновских пространств, соответствующих этим исчислениям. В статье приводится система понятий, а также излагаются базовые результаты теории топологических пространств применительно к стоуновским пространствам алгебр Линденбаума логических исчислений. Доказательство компактности стоуновского пространства для исчисления высказываний, ориентированное на доказательное обоснование взаимной обусловленности локальных и топологических свойств формального языка этого исчисления будет приводиться в следующей статье. Полученные описания и результаты ориентированы на применение в доказательном обосновании связи между локальными и топологическими свойствами формальных языков пропозициональных исчислений.

Ключевые слова: логическое исчисление, ультрафильтр, топологическое пространство, булева алгебра, компактность, открытое покрытие.

ВВЕДЕНИЕ

Пусть $L_{\sigma}^{(n)}$ – множество всех формул исчисления предикатов и функций сигнатуры σ , свободные переменные которых содержатся в множестве

$\{x_1; x_2; \dots; x_n\}$. Нетрудно проверить, что бинарное отношение \sim , определенное на множестве $L_\sigma^{(n)}$ по правилу:

$$(\forall A(x_1; \dots; x_n); B(x_1; \dots; x_n) \in L_\sigma^{(n)})((A(x_1; \dots; x_n) \sim B(x_1; \dots; x_n)) \Leftrightarrow \Leftrightarrow ((\forall x_1) \dots (\forall x_n)(\neg((A(x_1; \dots; x_n) \rightarrow B(x_1; \dots; x_n)) \& (B(x_1; \dots; x_n) \rightarrow A(x_1; \dots; x_n))))))$$

является отношением конгруэнтности по алгебре $\langle L_\sigma^{(n)}; \vee; \&; \neg; l; u \rangle$, т.е. если $A \sim A'$ и $B \sim B'$, то

- а) $(A \vee B) \sim (A' \vee B')$;
- б) $(A \& B) \sim (A' \& B')$;
- в) $(\neg A) \sim (\neg A')$,

для любых $A; A'; B; B' \in L_\sigma^{(n)}$. Положим

$$[A]_\sim = \{B / ((B \in L_\sigma^{(n)}) \& (A \sim B))\},$$

т.е. $[A]_\sim$ – класс эквивалентности, порожденный формулой $A_n \in L_\sigma^{(n)}$..

Свойства а) – в) позволяют определить на фактор-множестве

$$(L_\sigma^{(n)} / \sim) = \{[A]_\sim / (A \in L_\sigma^{(n)})\}$$

бинарные и унарные алгебраические операции $\mathbf{V}; \&$ и \mathbf{C} , а также выделенные элементы 0 и 1 , согласно равенствам:

- 1 $([A]_\sim \mathbf{V} [B]_\sim) = [A \vee B]_\sim$;
- 2 $([A]_\sim \& [B]_\sim) = [A \& B]_\sim$;
- 3 $\mathbf{C}([A]_\sim) = [\neg A]_\sim$;
- 4 $\mathbf{0} = [l]_\sim$;
- 5 $\mathbf{1} = [u]_\sim$

для любых $[A]_\sim; [B]_\sim \in (L_\sigma^{(n)} / \sim)$ соответственно.

В частности, 0 – класс, порожденный любой тождественно ложной формулой (т.е. противоречием), а 1 – класс, порожденный любой общезначимой формулой.

Для любого $n \in N$, алгебраическая система

$$(L_\sigma^{(n)} / \sim) = \langle (L_\sigma^{(n)} / \sim); \mathbf{V}; \&; \mathbf{C}; \mathbf{0}; \mathbf{1} \rangle$$

является булевой алгеброй, которая называется алгеброй Линденбаума [1].

Отметим, что полнота исчисления предикатов в широком смысле позволяет вместо отношения \sim рассматривать на множестве $L_\sigma^{(n)}$ бинарное отношение \equiv – равносильности, т.е. отношение определяемое по правилу:

$$(\forall A(x_1; \dots; x_n); B(x_1; \dots; x_n) \in L_\sigma^{(n)})((A(x_1; \dots; x_n) \equiv B(x_1; \dots; x_n)) \Leftrightarrow \Leftrightarrow (\text{формула } (A(x_1; \dots; x_n) \rightarrow (B(x_1; \dots; x_n)) \& (B(x_1; \dots; x_n) \rightarrow A(x_1; \dots; x_n)))$$

$\rightarrow (A(x_1; \dots; x_n))$ является общезначимой).

Согласно этому утверждению, будем рассматривать, далее, фактор-множество $(L_\sigma^{(n)} / \equiv) = \{[A]_\equiv / (A \in L_\sigma^{(n)})\}$ и булеву алгебру $(L_\sigma^{(n)} / \equiv) = \langle (L_\sigma^{(n)} / \equiv); \mathbf{V}; \&; \mathbf{C}; \mathbf{0}; \mathbf{1} \rangle$. Эта алгебра называется алгеброй Линденбаума, основные операции и выделенные элементы которой определяются по тем же правилам 1 – 5, с заменой символа \sim на символ \equiv . В случае $n = 0$, получаем булеву алгебру всех предложений сигнатуры σ .

На множестве $F(L_\sigma^{(n)} / \equiv)$ – всех ультрафильтров булевой алгебры $(L_\sigma^{(n)} / \equiv)$ определяется топология τ , посредством задания базиса

$$\mathbf{B} = \{U_{[A]_\equiv} / ([A]_\equiv \in (L_\sigma^{(n)} / \equiv)) -$$

открыто-замкнутых множеств

$$U_{[A]_\equiv} = \{F / (F \in F(L_\sigma^{(n)} / \equiv)) \& ([A]_\equiv \in F)\}.$$

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1 Под топологическим пространством [2] понимается упорядоченная пара $\langle X; \mathcal{O} \rangle$, состоящая из множества X и некоторого семейства \mathcal{O} подмножеств этого множества, удовлетворяющего условиям:

- 1) $\emptyset \in \mathcal{O}$ и $X \in \mathcal{O}$;
- 2) Если $U_1; U_2 \in \mathcal{O}$, то $U_1 \cap U_2 \in \mathcal{O}$;
- 3) Если $S \subseteq \mathcal{O}$, то $\cup_{U \in S} U \in \mathcal{O}$.

Элементы x множества X называются точками пространства $\langle X; \mathcal{O} \rangle$, а подмножества U принадлежащие семейству \mathcal{O} , открытыми подмножествами этого пространства. Дополнения (в множестве X) открытых подмножеств называются замкнутыми подмножествами в пространства $\langle X; \mathcal{O} \rangle$. Если $x \in X$; $U \in \mathcal{O}$ и $x \in U$, то U называется окрестностью точки x . Таким образом, любое открытое множество, которому принадлежит точка x , называется окрестностью этой точки.

Нетрудно проверить, применяя индукцию по натуральному параметру n , что условие 2) выполняется для любого конечного подсемейства $\{U_1; U_2; \dots; U_n\}$ семейства \mathcal{O} , т.е. имеет место утверждение: если $U_1; U_2; \dots; U_n \in \mathcal{O}$, то $U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_n \in \mathcal{O}$.

Совокупность \mathbf{B} , открытых в пространстве $\langle X; \mathcal{O} \rangle$ подмножеств называется базой, если каждое непустое открытое подмножество этого пространства можно представить в виде объединения некоторой подсовокупности совокупности \mathbf{B} .

Из вышеприведенного определения следует, это топологическое пространство с множеством X , в качестве множества точек этого пространства, можно задать, указав семейство \mathbf{B} базисных множеств. Для того, чтобы такой способ задания топологического пространства имел

практическую ценность, нужно указать те свойства, которыми должно обладать семейство \mathbf{B} подмножеств рассматриваемого множества X , чтобы совокупность объединений всевозможных подсемейств этого семейства могла бы быть принята за совокупность \mathcal{O} открытых подмножеств, т.е. чтобы эта совокупность подмножеств удовлетворяла вышеприведенным условиям 1) – 3). Эти свойства определяются посредством следующего утверждения.

Предложение 1. Пусть в непустом множестве X выделено семейство подмножеств \mathbf{B} , обладающее следующими свойствами:

а) для каждой точки $x \in X$ существует хотя бы одно подмножество $U \in \mathbf{B}$, такое, что $x \in U$;

б) если точка $x \in X$ содержится в пересечении двух подмножеств U_1 и U_2 из \mathbf{B} , то существует такое подмножество $U \in \mathbf{B}$, что $U \subseteq U_1 \cap U_2$ и $x \in U$.

Если в качестве семейства \mathcal{O} – открытых множеств взять все подмножества множества X , представимые в виде объединения подмножеств каких-либо подсемейств семейства \mathbf{B} , то упорядоченная пара $\langle X; \mathcal{O} \rangle$ будет топологическим пространством, при этом, семейство \mathbf{B} будет базой этого пространства.

Доказательство. Покажем, что для семейства \mathcal{O} выполняются условия 1) – 3) определения топологического пространства.

1) Для каждой точки $x \in X$ через V_x обозначим такое подмножество из \mathbf{B} , что $x \in V_x$. Существование подмножества V_x гарантируется условием а). Тогда согласно условию б), получаем, что $\emptyset \in \mathcal{O}$ и $X \in \mathcal{O}$. Действительно, $X = \bigcup_{x \in X} V_x$, а \emptyset – есть объединение подмножеств пустого подсемейства семейства \mathbf{B} , т.е. $\emptyset \in \mathcal{O}$ и $X \in \mathcal{O}$, в соответствии с описанием семейства \mathcal{O} – открытых множеств.

2) Пусть $V_1 \in \mathcal{O}$; $V_2 \in \mathcal{O}$. Тогда, вновь согласно описанию семейства подмножеств \mathcal{O} существуют такие подсемейства S_1 и S_2 семейства \mathbf{B} , что $V_1 = \bigcup_{U' \in S_1} U'$ и $V_2 = \bigcup_{U'' \in S_2} U''$. Отсюда:

$$V_1 \cap V_2 = (\bigcup_{U' \in S_1} U') \cap (\bigcup_{U'' \in S_2} U'') = \bigcup_{U' \in S_1; U'' \in S_2} (U' \cap U'') \quad (1)$$

Таким образом, для любой точки $x \in V_1 \cap V_2$ существуют такие $U' \in S_1$ и $U'' \in S_2$ что $x \in U' \cap U''$. Так как $S_1 \subseteq \mathbf{B}$ и $S_2 \subseteq \mathbf{B}$, то $U' \in \mathbf{B}$ и $U'' \in \mathbf{B}$, то отсюда, применяя свойство б), получаем, что, для любой точки $x \in U' \cap U''$, существует такое $U_x \in \mathbf{B}$, что

$$x \in U_x \subseteq U' \cap U'' \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что $V_1 \cap V_2 = \bigcup_{x \in V_1 \cap V_2} U_x \in \mathcal{O}$.

3) Пусть $S \subseteq \mathcal{O}$, т.е. для любого подмножества $V \in S$ существует подсемейство $T(V)$ семейства \mathbf{B} такое, что $V = \bigcup_{U \in T(V)} U$. Тогда

$$\bigcup_{V \in S} V = \bigcup_{V \in S} (\bigcup_{U \in T(V)} U). \quad (3)$$

Полагая $T = \bigcup_{V \in S} T(V)$, получаем, что $T \subseteq \mathbf{B}$. Отсюда, с учетом равенства (3), следует, что $\bigcup_{V \in S} V \in \mathcal{O}$, в соответствии с определением совокупности \mathcal{O} .

Система $\{U_\alpha / (\alpha \in J)\}$ – подмножеств множества X такая, что $\bigcup_{\alpha \in J} U_\alpha = X$ называется покрытием этого множества. Если $\{U_\alpha / (\alpha \in J)\}$ – покрытие X , $J' \subseteq J$ и $\bigcup_{\beta \in J'} U_\beta = X$, то система подмножеств $\{U_\beta / (\beta \in J')\}$ называется подпокрытием покрытия $\{U_\alpha / (\alpha \in J)\}$. Таким образом, любая часть данного покрытия, которая сама образует покрытие, называется подпокрытием данного покрытия.

Покрытие множества X топологического пространства $\langle X; \mathcal{O} \rangle$ системой открытых (замкнутых) множеств называется открытым (замкнутым) покрытием этого пространства.

Топологическое пространство $\langle X; \mathcal{O} \rangle$ называется компактным, если любое его открытое покрытие содержит конечное подпокрытие.

2 Пусть $\mathbf{B} = \langle \mathbf{B}; \cup; \cap; 0; 1 \rangle$ – произвольная булева алгебра. На основном множестве \mathbf{B} этой алгебры вводится бинарное отношение \leq по следующему правилу:

$$(\forall a; b \in \mathbf{B}) ((a \leq b) \Leftrightarrow ((a \wedge b) = a))$$

Нетрудно проверить что система $\langle \mathbf{B}; \leq \rangle$ является частично упорядоченным множеством, в котором 0 и 1 играют роли наименьшего и наибольшего элементов, соответственно. Более того, эта система является булевой решеткой [3;4].

Подмножество F основного множества \mathbf{B} булевой алгебры \mathbf{B} называется фильтром, если выполняется условие:

- 1) $1 \in F$;
- 2) $(\forall x \in F)(\forall y \in F)(x \wedge y \in F)$;
- 3) $(\forall x \in F)(\forall y \in \mathbf{B})(x \leq y) \Rightarrow (y \in F)$.

Индукцией по натуральному параметру t условие 2) определения фильтра может быть обобщено следующим образом:

$$(\forall x_1 \in F)(\forall x_2 \in F) \dots (\forall x_t \in F)(x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_t \in F).$$

Из определения фильтра, с очевидностью, следует, что основное множество B алгебры \mathbf{B} является фильтром. Этот фильтр называется несобственным, а фильтры отличные от B – собственными фильтрами этой алгебры. Фильтр F алгебры \mathbf{B} называется главным, если в F есть наименьший (относительно \leq) элемент.

Пусть $F(\mathbf{B})$ – множество всех фильтров булевой алгебры \mathbf{B} . Нетрудно проверить, что система $\langle F(\mathbf{B}); \subseteq \rangle$, где \subseteq – отношение теоретико-множественного включения на $F(\mathbf{B})$ является частично упорядоченным множеством (ч.у.м.). Максимальные элементы этого ч.у.м. называются ультрафильтрами. Имеет место следующее утверждение.

Собственный фильтр $F \in \mathbf{F}(\mathbf{B})$ является ультрафильтром, если выполняется условие:

$$(\forall x \in \mathbf{B})(x \in F \vee (C(x) \in F)).$$

В частности, $0 \notin F$.

Множество всех ультрафильтров булевой алгебры \mathbf{B} будем обозначать через $\mathbf{F}(\mathbf{B})$.

3 Пусть L – множество всех формул исчисления высказываний. Рассматривая это множество, как множество формул сигнатуры σ , содержащей только нульместные предикаты, т.е. символы $A_1; A_2; \dots; A_t; \dots$ – пропозициональных переменных, определим, аналогично тому, как это было сделано в разделе «Введение» для функционально-предикатной сигнатуры общего вида, булеву алгебру

$$(L/\equiv) = \langle (L/\equiv); \mathbf{V}; \&; \mathbf{C}; \mathbf{0}; \mathbf{1} \rangle.$$

Применительно к булевой алгебре (L/\equiv) , определение отношения \leq на произвольной булевой алгебре, данное в пункте 2, принимает следующий вид:

$$(\forall [x]_{\equiv} \in F)(\forall [y]_{\equiv} \in \mathbf{B})([x]_{\equiv} \leq [y]_{\equiv}) \Leftrightarrow [x]_{\equiv} \& [y]_{\equiv} = [x]_{\equiv}.$$

В дальнейшем, для упрощения записи: элементы $[A]_{\equiv}$ фактор-множества (L/\equiv) будем обозначать через $[A]$, опуская знак \equiv – отношения равносильности; алгебраические операции и $\mathbf{V}; \&; \mathbf{C}$ и элементы $0; 1$, соответственно; отношение \leq через \leq . Вместо записи $\neg A$, будем использовать также запись \bar{A} .

Образование $\tau: \{A_1; A_2; \dots; A_t; \dots\} \rightarrow \{l; u\}$ будем называть истинностной оценкой (или означиванием) множества $A = \{A_1; A_2; \dots; A_t; \dots\}$ – пропозициональных переменных.

С использованием метода индуктивных определений (индукцией по сложности формул), истинностная оценка множества A может быть продолжена, в соответствии с правилами классической истинностной семантики, до истинностной оценки множества L – всех формул исчисления высказываний.

Пусть $\Sigma \subseteq L$. Множество формул Σ называется:

– совместным относительно истинной семантики, если существует хотя бы одна истинностная оценка τ для множества L , такая, что $\tau(A)$ для любой формулы $A \in \Sigma$;

– конечно (или локально) совместным относительно истинной семантики, если каждое конечное подмножество Δ этого множества совместно относительно этой семантики;

– максимально конечно совместным относительно истинностной семантики, если оно конечно совместно относительно этой семантики и для любой формулы $A \in L$ или $A \in \Sigma$ или $\bar{A} \in \Sigma$.

В дальнейшем, говоря о совместности (конечной совместности, максимально конечной совместности) относительно истинной семантики, слова «относительно истинностной семантики» будем опускать.

Предложение 2. Пусть $F \subseteq (L/\equiv)$, является ультрафильтром булевой алгебры (L/\equiv) тогда и только тогда, когда $\Sigma(F) = \{A / ([A] \in F)\}$ является максимальным конечно совместным подмножеством множества L – формул исчисления высказываний.

Доказательство. \Rightarrow Пусть F – ультрафильтр и $\Delta = \{A_1; A_2; \dots; A_t\}$ произвольное конечное подмножество множества $\Sigma(F)$. Тогда, $\{[A_1]; [A_2]; \dots; [A_t]\} \subseteq F$, следовательно $[A_1] \& [A_2] \& \dots \& [A_t] \in F$, согласно обобщенному условию 2) определения ультрафильтра (смотри пункт 2). Но, в соответствии с определением операции $\&$, $[A_1] \& [A_2] \& \dots \& [A_t] = [A_1 \& A_2 \& \dots \& A_t]$. Таким образом $[A_1 \& A_2 \& \dots \& A_t] \in F$, т.е. $[A_1 \& A_2 \& \dots \& A_t] \neq 0$ и, следовательно, формула $A_1 \& A_2 \& \dots \& A_t$ не является тождественно ложной. Тем самым, существует такое означивание $\tau: \{A_1; A_2; \dots; A_t; \dots\} \rightarrow \{l; u\}$, множества A – пропозициональных переменных, при котором все формулы подмножества Δ принимают значение «и», что и означает совместность этого подмножества. Так как Δ – произвольное конечное подмножество множества $\Sigma(F)$, то $\Sigma(F)$ – конечно совместно.

Докажем теперь, что $\Sigma(F)$ – максимальное конечно совместное множество, т.е. что для любой формулы $A \in L$ или $A \in \Sigma(F)$, или $\bar{A} \in \Sigma(F)$.

Применяя метод от противного, предположим, что нашлась такая формула $A \in L$, что $A \notin \Sigma(F)$ и $\bar{A} \notin \Sigma(F)$. Но тогда будем иметь, что $[A] \notin F$ и $[\bar{A}] \notin F$, что невозможно, так как F – ультрафильтр.

\Leftarrow Пусть теперь Σ – максимальное конечно совместное множество формул. Докажем, что $F(\Sigma) = \{[A] / (A \in \Sigma)\}$ – ультрафильтр.

1) Так как каждое максимальное конечно совместное множество формул исчисления высказываний – совместно [4], то $l \notin \Sigma$ и, следовательно, $u = \bar{l} \notin \Sigma$, так как Σ – максимально конечно совместное множество, то $1 = [u] \in F(\Sigma)$.

2) Пусть $[A] \in F(\Sigma)$ и $[B] \in F(\Sigma)$, т.е. $A \in \Sigma$ и $B \in \Sigma$. Покажем, что $[A] \& [B] \in F(\Sigma)$. Так как $[A] \& [B] = [A \& B]$, то для этого нужно показать, что $A \& B \in \Sigma$. Применяя метод от противного, предположим, что $A \& B \notin \Sigma$. Тогда, $\bar{A} \vee \bar{B} = \overline{A \& B} \in \Sigma$ в силу того, что Σ – максимальное конечно совместное множество формул. Ранее отмечалось, что $A \in \Sigma$ и $B \in \Sigma$, т.е. $\Delta = \{A; B; \bar{A} \vee \bar{B}\}$ – конечное подмножество множества Σ . Так как множество Σ – конечно совместное, то подмножество Δ этого множества должно быть совместным. Но нетрудно заметить, что при любом означивании $\tau: A \rightarrow \{l; u\}$, формулы подмножества Δ не могут быть одновременно

истинными. Полученное противоречие говорит о том, что противное предположение неверно, и, следовательно, $A \& B \in \Sigma$.

3) Предположим, далее, что $[A] \in F(\Sigma)$; $[B] \in (L/\equiv)$ и $[A] \leq [B]$. Докажем, что $[B] \in \Sigma(F)$. Вновь применяя метод от противного, предположим, что $[B] \notin \Sigma(F)$, т.е. $B \notin \Sigma$. Отсюда, в силу того, что Σ – максимально конечно совместное множество формул, получаем, что $\bar{B} \in \Sigma$. Согласно предположению (с учетом определения отношения \leq на фактор-множество (L/\equiv)), будем иметь: $A \in \Sigma$ и $((A \& B) \leftrightarrow A) \in \Sigma$. Таким образом $\Delta = \{\bar{B}; A; ((A \& B) \leftrightarrow A)\}$ – конечное подмножество множества Σ . Так как Σ – конечно совместно, то подмножество Δ должно быть совместным. Но, как нетрудно заметить, при любом означивании $\tau: A \rightarrow \{l; u\}$, формулы подмножества Δ не являются истинными одновременно. Т.е. вновь получаем противоречие. Следовательно $B \in \Sigma$.

ВЫВОДЫ

В качестве основных итогов работы, проделанной в данной статье, следует отметить следующие положения:

– описание базовых понятий и результатов, сопутствующих понятиям фильтра и ультрафильтра, применительно к булевой алгебре (алгебре Линденбаума)

$$(L/\equiv) = \langle (L/\equiv); \vee; \&; C; 0; 1 \rangle,$$

где L – формальный язык исчисления высказываний;

– выявление соответствия между множеством ультрафильтров алгебры (L/\equiv) и множеством максимальных конечно совместных подмножеств формального языка L этого исчисления и установление его свойств.

Полученные описания и результаты ориентированы на применение в доказательном обосновании связи между локальными и топологическими свойствами формальных языков пропозициональных исчислений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Кейслер, Г., Чэн, Ч.Ч. Теория моделей. – М. : Мир, 1977.
- 2 Энкельгинг, Р. Общая топология. – М. : Мир, 1968.
- 3 Гончаров, С. С. Счетные булевы алгебры и разрешимость. – Новосибирск : Научная книга, 1996.
- 4 Гончаров, С. С., Дроботун, Б. Н., Никитин, А. А. Методические аспекты изучения алгебраических систем в высшем учебном заведении: Моногр. – Новосибирск : изд-во НГУ. Научное издание, 2007.

Материал поступил в редакцию 10.01.18.

Б. Н. Дроботун¹, А. К. Хасенов²

Пропозиционалды есептеулердің локальды және топологиялық қасиеттері I

^{1,2}С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті,
Павлодар қ., 140008, Қазақстан Республикасы.
Материал баспаға 10.01.18 түсті.

B. N. Drobotun¹, A. K. Khassenov²

Local and topological properties of propositional calculations I

^{1,2}S. Toraighyrov Pavlodar State University,
Pavlodar, 140008, Republic of Kazakhstan.
Material received on 10.01.18.

Берілген жұмыста Мальцевтің компакттілік теоремасына дәлел тапқан логикалық есептеулердің формальді тілдерінің локальды қасиеттері мен осы есептеулерге сәйкес келетін стоундық кеңістіктің топологиялық қасиеттері арасындағы байланысының негізделген дәлелдемесіне арналған жұмыстың бірінші бөлімін көрсетеді. Мақалада ұғымдардың жүйесі келтіріледі және Линденбаум логикалық есептеулер алгебраларының стоундық кеңістіктеріне қолданылатын топологиялық кеңістіктер теориясының базалық дәлелдемелер сипатталады. Формальді тілдің өзара шартты локальді және топологиялық қасиеттерінің негіздемелік дәлелдемелеріне бағытталған есептеулер өрнектері үшін стоундық кеңістіктің компакттіліктің дәлелдемесі келесі мақалада келтіріледі. Алынған сипаттамалар мен қорытынды нәтижелер формальді тілдерінің пропозициялық есептеулерінің локальді және топологиялық қасиеттері арасындағы байланысының дәлелдемелік негізін қолдануға арналған.

This article is the first part of the paper devoted to the proof of the substantiation of the connections between local objects of formal languages, logical calculi reflected in Mal'tsev's compactness theorem and the topological properties of Stone spaces corresponding to these calculi. In this paper we present a system of concepts and present the basic results of the theory of topological spaces with respect to the Stone spaces of the Lindenbaum algebras of logical calculi. The proof of the compactness of the Stone space for the calculus of propositions, oriented to the proof of the mutual conditionality of the local and topological properties of the formal language of this calculus, will be given in the

following article. The obtained descriptions and results are oriented to the application in a provisional substantiation of the connection between local and topological properties of formal languages of propositional calculi

ГРНТИ 27.19

Б. Н. Дроботун¹, А. К. Хасенов²

¹д.п.н, профессор, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар, 140008, Республика Казахстан;

²магистрант, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар, 140008, Республика Казахстан
e-mail: ¹drobotun.nina@mail.ru, ²ace.xak@gmail.ru

ЛОКАЛЬНЫЕ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНЫХ ИСЧИСЛЕНИЙ (II)

Данная статья представляет собой вторую часть работы, посвященной доказательному обоснованию связи между локальными свойствами формальных языков логических исчислений, нашедшими отражение в теореме компактности Мальцева и топологическими свойствами стоуновских пространств, соответствующих этим исчислениям. В предыдущей статье приводилась система понятий, а также излагались базовые результаты теории топологических пространств применительно к стоуновским пространствам алгебр Линденбаума логических исчислений. В данной статье приводится доказательство компактности стоуновского пространства для исчисления высказываний, ориентированное на доказательное обоснование взаимной обусловленности локальных и топологических свойств формального языка этого исчисления. Связь между локальными и топологическими свойствами формальных языков логических исчислений в наиболее доступных формах может быть описана применительно к языкам пропозициональных исчислений. В данной статье предпринимается опыт получения подобного описания на примере формального языка исчисления высказываний.

Ключевые слова: логическое исчисление, ультрафильтр, топологическое пространство, булева алгебра, компактность, открытое покрытие.

ВВЕДЕНИЕ

В данной статье, как непосредственном продолжении статьи [1], нумерации разделов, предложений и формул продолжают соответствующие нумерации, принятые в этой статье.

Топологическое пространство $\langle \mathbf{F}(L_\sigma^{(n)}/\equiv); \mathcal{O}_\tau \rangle$, где \mathcal{O}_τ – семейство всех открытых множеств в топологии, определенное в работе [1] называется стоуновским пространством булевой алгебры $(L^{(n)}/\equiv)$. Это пространство является компактным и хаусдорфовым [2].

Одним из наиболее применяемых инструментов исследования в теории моделей и ее приложениях является локальная теорема Мальцева: множество формул Σ , $\Sigma \subseteq L_\sigma$ является совместным тогда и только тогда когда оно конечно (или локально) совместно.

Компактность топологического пространства $\langle \mathbf{F}(L_\sigma^{(n)}/\equiv); \mathcal{O}_\tau \rangle$ обусловлена локальными свойствами языка L_σ , нашедшими отражение в теореме Мальцева. В связи с этим, локальную теорему Мальцева называют также теоремой компактности.

Следует отметить, что в учебно-монографической литературе доказательного обоснования связи между локальными свойствами языка L_σ и компактностью соответствующего ему топологического пространства $\langle \mathbf{F}(L_\sigma^{(n)}/\equiv); \mathcal{O}_\tau \rangle$ обычно не приводится.

Остается «за кадром», в частности, непосредственная реализация возможности получения свойства компактности пространства $\langle L_\tau^{(n)}; \mathcal{O}_\tau \rangle$, исходя из локальной теоремы.

В наиболее доступных формах эта связь может быть описана применительно к языкам пропозициональных логических исчислений. В соответствии с этим, в предполагаемой работе рассматривается формальный язык исчисления высказываний, как язык наиболее известного пропозиционального исчисления математической логики.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

4 Через $\mathbf{F}(L/\equiv)$, как и в случае языка L_σ сигнатуры σ общего вида, обозначим множество всех ультрафильтров булевой алгебры (L/\equiv) . С каждым элементом $[A] \in (L/\equiv)$ этой алгебры свяжем множество $U_{[A]} = \{F / (F \in \mathbf{F}(L/\equiv)) \& ([A] \in F)\}$. Таким образом, $U_{[A]}$ – множество всех ультрафильтров алгебры (L/\equiv) , содержащих элемент $[A]$. Положим $B = \{U_{[A]} / ([A] \in (L/\equiv))\}$.

Предложение 3. Множество B замкнуто относительно теоретико-множественных операций \cup – объединения, \cap – пересечения, операции $\bar{}$ – взятия дополнения в B и содержит элементы U_0 и U_1 при этом:

- а) $U_0 = \emptyset$;
- б) $U_1 = \mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv)$;
- в) $U_{[A]} \cup U_{[B]} = U_{[A \vee B]}$;
- г) $U_{[A]} \cap U_{[B]} = U_{[A \& B]}$;
- д) $\bar{U}_{[A]} = U_{[A]}$.

Доказательство. Равенства а) и д) следуют из определения свойств ультрафильтров, определения множеств $U_{[A]}$; $[A] \in (\mathbf{L}/\equiv)$ и определения алгебры (\mathbf{L}/\equiv) . Доказательства остальных равенств также не вызывает затруднений.

Приведем, для примера, доказательство свойств б) и г).

б) Так как, согласно условию 1) определения ультрафильтра, $1 \in F$, для любого $F \in \mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv)$, то $U_1 \in \mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv)$.

г) Равенство г) докажем, применяя метод включений. Пусть

$$F \in U_{[A]} \cap U_{[B]} \stackrel{\textcircled{1}}{\Rightarrow} ((F \in U_{[A]}) \& (F \in U_{[B]})) \stackrel{\textcircled{2}}{\Rightarrow} (([A] \in F) \& ([B] \in F)) \stackrel{\textcircled{3}}{\Rightarrow} \\ \stackrel{\textcircled{3}}{\Rightarrow} (([A] \& [B]) \in F) \stackrel{\textcircled{4}}{\Rightarrow} (([A \& B]) \in F) \stackrel{\textcircled{5}}{\Rightarrow} (F \in U_{[A \& B]}).$$

В вышеприведенной импликативной цепочке:

- переход $\textcircled{1}$ осуществлен на основе определения операции \cap ;
- переходы $\textcircled{2}$ и $\textcircled{5}$ – на основе определения множеств $U_{[A]}$; $[A] \in (\mathbf{L}/\equiv)$;
- переход $\textcircled{3}$ – на основе условия 2) определения ультрафильтра;
- переход $\textcircled{4}$ – на основе определения операции $\&$ алгебры (\mathbf{L}/\equiv) .

Пусть $S \subseteq B$. Подмножеству S сопоставим подмножество $U_S = \cup_{U_{[A]} \in S} U_{[A]}$ множества $\mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv)$. Положим $\mathcal{O} = \{U_S / (S \subseteq B)\}$.

Предложение 4. Упорядоченная пара $\langle \mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv); \mathcal{O} \rangle$ является топологическим пространством, базой которого является семейство подмножеств B .

Доказательство. Покажем, что для совокупности подмножеств выполняются условия 1) – 3), приведенные в пункте 1.

- 1) Выполнимость условия 1) следует из равенств а) и б) предложения 3.
- 2) Пусть $U_{S'} \in \mathcal{O}$ и $U_{S''} \in \mathcal{O}$, т.е. $U_{S'} = \cup_{U_{[A]} \in S'} U_{[A]}$ и $U_{S''} = \cup_{U_{[B]} \in S''} U_{[B]}$.

Тогда

$$U_{S'} \cap U_{S''} = (\cup_{U_{[A]} \in S'} U_{[A]}) \cap (\cup_{U_{[B]} \in S''} U_{[B]}) = \\ = \cup_{U_{[A]} \in S'; U_{[B]} \in S''} (U_{[A]} \cap U_{[B]}) = \textcircled{1} \cup_{U_{[A \& B]} \in S} U_{[A \& B]}, \quad (4)$$

где

$$S = \{U_{[A \& B]} / ((U_{[A]} \in S') \& (U_{[B]} \in S''))\}.$$

Отметим, что в цепочке (4) равенств, переход $\textcircled{1}$ осуществлен на основе равенства 2) предложения 3.

Таким образом $U_{S'} \cap U_{S''} = U_S$. Так как $S \subseteq B$, то $U_{S'} \cap U_{S''} \in \mathcal{O}$, в соответствии с определением семейства \mathcal{O} .

3) Пусть $\mathcal{O} \subseteq \mathcal{O}'$. Покажем, что $\cup_{U_S \in \mathcal{O}'} U_S \in \mathcal{O}$. Действительно, каждое $U_S \in \mathcal{O}'$ есть $\cup_{U_{[A]} \in U_S} U_{[A]}$. Следовательно,

$$\cup_{U_S \in \mathcal{O}'} U_S = \cup_{U_S \in \mathcal{O}'} (\cup_{U_{[A]} \in U_S} U_{[A]}) = \cup_{U_{[A]} \in S^*} U_{[A]},$$

где $S^* = \cup_{U_S \in \mathcal{O}'} S \subseteq B$. Следовательно $\cup_{U_S \in \mathcal{O}'} U_S \in \mathcal{O}$, согласно определению семейства \mathcal{O} .

Таким образом, система $\langle \mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv); \mathcal{O} \rangle$, действительно, является топологическим пространством.

Нетрудно видеть, что для семейства B выполняются свойства а) и б) предложения 1. Действительно:

а) Пусть $F \in \mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv)$ и $[A] \in F$. Тогда $F \in U_{[A]} \in B$;

б) Пусть $U_{[A]}; U_{[B]} \in B$, $F \in \mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv)$ и $F \in U_{[A]} \cap U_{[B]}$. Так как $U_{[A]} \cap U_{[B]} = U_{[A \& B]} \in B$, то $F \in U_{[A \& B]} \subseteq U_{[A]} \cap U_{[B]}$.

Так как семейство \mathcal{O} – открытых множеств пространства $\langle \mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv); \mathcal{O} \rangle$ было получено в полном соответствии с предписаниями предложения 1, то B действительно является базой этого пространства.

Завершая доказательство, заметим, что, в силу равенств д) предложения 3, эта база состоит из открыто-замкнутых подмножеств.

5 Доказательство нижеприведенного предложения о компактности существенным образом опирается на локальную теорему Мальцева и на утверждение о том, что каждое, конечно совместное множество формул языка L можно расширить до максимального конечно совместного множества формул этого языка.

Предложение 5. Топологическое пространство $\langle \mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv); \mathcal{O} \rangle$ является компактным.

Доказательство. Докажем предварительно, что из каждого открытого покрытия множества $\mathbf{F}(\mathbf{L}/\equiv)$ системой базисных множеств можно выделить

конечное подпокрытие, а затем рассмотрим случай произвольно открытого покрытия.

Таким образом, вначале докажем следующее утверждение: если $S \subseteq B$ и $\cup_{U_{[A]} \in S} U_{[A]} = F(L/\equiv)$, то существует такое конечное подмножество $\{U_{[A_1]}; U_{[A_2]}; \dots; U_{[A_t]}\}$ множества S , что

$$\cup_{i=1}^t U_{[A_i]} = F(L/\equiv).$$

Применяя метод от противного, предположим, что для любого конечного подмножества $\{U_{[A_1]}; U_{[A_2]}; \dots; U_{[A_t]}\}$ множества S существует такой ультрафильтр $F_S \in F(L/\equiv)$, что $F_S \notin \cup_{i=1}^t U_{[A_i]}$. Исходя из этого (противного) предположения, докажем, что множество формул $\Sigma = \{\bar{A}/(U_{[A]} \in S)\}$ является конечно совместным.

Действительно, пусть $\Delta = \{\bar{A}_1; \bar{A}_2; \dots; \bar{A}_t\}$ конечное подмножество множества Σ . Тогда, согласно определению множества Σ , $U_{[A_i]} \in S$, $i=1; 2; \dots; t$, т.е. $\{U_{[A_1]}; U_{[A_2]}; \dots; U_{[A_t]}\}$ – конечное подмножество множества S . В соответствии с противным предположением, существует ультрафильтр F_S такой, что $F_S \notin \cup_{i=1}^t U_{[A_i]}$. Отсюда следует, что $F_S \notin U_{[A_i]}$, т.е. $[A_i] \notin F_S$ и, следовательно, $[\bar{A}_i] = \overline{[A_i]} \in F_S$, так как F_S – ультрафильтр, $i=1; 2; \dots; t$.

Из того, что F_S – ультрафильтр, получаем также, основываясь на предложении 2, что множество

$$\Sigma(F_S) = \{B/([B] \in F_S)\}$$

является максимальным конечно совместным множеством формул. А так как $\Delta = \{\bar{A}_1; \bar{A}_2; \dots; \bar{A}_t\} \subseteq \Sigma(F_S)$, то Δ , как конечное подмножество множества $\Sigma(F_S)$, является совместным.

Исходя из того, что Δ являлось произвольным конечным подмножеством множества Σ , заключаем, что это множество является конечно совместным.

Так как каждое конечно совместное множество формул можно расширить до максимально конечно совместного множества, то существует такое множество Σ^* , $\Sigma^* \subseteq L$, что $\Sigma \subseteq \Sigma^*$ и Σ^* – максимальное конечно совместное множество.

Вновь применяя предложение 2, получаем, что $F^* = \{B/([B] \in \Sigma^*)\}$ – ультрафильтр алгебры (L/\equiv) , т.е. $F^* \in F(L/\equiv) = \cup_{U_{[A]} \in S} U_{[A]}$ и, следовательно, $F^* \in U_{[A_0]}$ для некоторого $U_{[A_0]} \in S$.

Из того, что $F^* \in U_{[A_0]}$ следует, что $[A_0] \in F^*$. Но так как $\Sigma(F^*) = \Sigma^*$ и $\Sigma \supseteq \Sigma^*$, то $[\bar{A}_0] \in \Sigma$ и, следовательно, $[\bar{A}_0] = \overline{[A_0]} \in F^*$. Тем самым, мы получаем, что $[A_0] \in F^*$ и $[\bar{A}_0] \in F^*$, что невозможно, так как F^* – ультрафильтр.

Полученное противоречие показывает, что противное предположение неверно и, следовательно, из любого покрытия множества $F(L/\equiv)$ системой базисных множеств можно извлечь конечное подпокрытие.

Переходя к общему случаю, будем полагать, что система $\{U_{S_i}/(S_i \subseteq B, i \in J)\}$ – произвольное открытое покрытие множества $F(L/\equiv)$, т.е. $F(L/\equiv) = \cup_{i \in J} U_{S_i}$. Тогда $\{U_{[A]}/(S_{[A]} \subseteq S_i; i \in J)\}$ – покрытие множества $F(L/\equiv)$ системой базисных множеств. Как было получено ранее, из этого покрытия можно извлечь конечное подпокрытие $\{U_{[j]}/(j = 1; 2; \dots; l)\}$. Тогда $\cup_{j=1}^l U_{[A_j]} = \cup_{i \in J} U_{S_i}$ и, следовательно, для каждого $j \in \{1; 2; \dots; l\}$ найдется такое $i_j \in J$, что $U_{[A_j]} \in U_{[S_{i_j}]}$. Тогда, как нетрудно видеть, $\{U_{S_{i_j}}/j = 1; 2; \dots; l\}$ – конечное подпокрытие покрытия $\{U_{S_i}/(S_i \subseteq B, i \in J)\}$, что завершает доказательство предложения в полном объеме.

ВЫВОДЫ

Как отмечалось во введении, связь между локальными и топологическими свойствами формальных языков логических исчислений в наиболее доступных формах может быть описана применительно к языкам пропозициональных исчислений.

В данной статье предпринимается опыт получения подобного описания на примере формального языка исчисления высказываний.

Уместно еще раз подчеркнуть, что при получении доказательного обоснования взаимной обусловленности локальных и топологических свойств существенным образом применялась теорема компактности Мальцева. Достаточно простое доказательство этой теоремы для формального языка исчисления высказываний приводится в работе [3]. В этой работе при доказательстве теоремы компактности применялся адаптированный до уровня языков пропозициональных сигнатур аналог теоремы Линденбаума.

При доказательстве предложения 5, локальная теорема Мальцева использовалась следующим образом.

Предварительно было доказано, что множество формул

$$\Sigma = \{\bar{A}/(U_{[A]} \in S)\}$$

является конечно совместным. Отсюда, на основании теоремы Мальцева делается заключение о совместности этого множества и, далее, на основании вышеупомянутого аналога теоремы Линденбаума совместное множество Σ включается в максимально совместное множество формул Σ^* .

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Дроботун, Б. Н., Хосенов, А. К.** Локальные и топологические свойства пропозициональных исчислений (I) // Вестник ПГУ им. С. Торайгырова, серия физико-математическая. – Павлодар, 2018. – № 2. – 2017. – 40 с.

2 **Энкельгинг, Р.** Общая топология. – М.: Мир, 1968.

3 **Гончаров, С. С., Дроботун, Б. Н., Никитин, А. А.** Алгебраические и алгоритмические свойства логических исчислений. Часть 1. Издание второе исправленное и дополненное: Монография. – Новосибирск : изд-во: Учреждение Российской академии образования «Институт педагогических исследований одаренности детей», 2009.

Материал поступил в редакцию 10.01.18.

Б. Н. Дроботун¹, А. К. Хасенов²

Пропозиционалды есептеулердің локальды және топологиялық қасиеттері II

^{1,2}С. Торайгыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті,
Павлодар қ., 140008, Қазақстан Республикасы.

Материал баспаға 10.01.18 түсті.

B. N. Drobotun¹, A. K. Khassenov²

Local and topological properties of propositional calculations II

^{1,2}S. Toraihyrov Pavlodar State University,
Pavlodar, 140008, Republic of Kazakhstan.

Material received on 10.01.18.

Берілген жұмыс Мальцевтің компакттілік теоремасында дәлел тапқан логикалық есептеулердің формальді тілдерінің локальды қасиеттері мен осы есептеулерге сәйкес келетін стоундық кеңістіктің топологиялық қасиеттері арасындағы байланысының негізделген дәлдемесіне арналған жұмыстың екінші бөлімін көрсетеді. Алдыңғы мақалада Линденбаум логикалық есептеулер алгебраларының стоундық кеңістіктеріне қолданылатын топологиялық кеңістіктер теориясының базалық дәлдемелер сипатталды және ұғымдар жүйесі енгізілді. Осы мақалада формальді тілдің өзара шартты локальді және топологиялық қасиеттерінің негіздемелік дәлдемелеріне бағытталған есептеулер өрнектері үшін стоундық кеңістіктің компакттіліктің дәлдемесі келтіріледі. Логикалық есептеулердің формальді тілінің

локальді және топологиялық қасиеттері арасындағы байланыс пропозициялық есептеулер тілдеріне қатысты қолжетімді түрде сипатталынады. Мақалада осы тәріздес сипаттаманы жіктеп алу процесі өрнектер есептеулерінің формальді тілінің мысалында көрсетіледі.

This article is the second part of the paper devoted to the proving substantiation of the connection between the local properties of formal languages of logical calculi, reflected in Mal'tsev's compactness theorem and the topological properties of Stone spaces corresponding to these calculi. In the previous article, a system of concepts was given, and also the basic results of the theory of topological spaces were introduced with respect to the Stone spaces of the Lindenbaum algebras of logical calculi. In this paper we prove the compactness of the Stone space for the calculus of propositions, oriented to the proof of the mutual conditionality of the local and topological properties of the formal language of this calculus. The connection between the local and topological properties of formal languages of logical calculi in the most accessible forms can be described with reference to the languages of propositional calculi. In this article, we take the experience of obtaining such a description using the example of the formal language of propositional calculus.

М. Мұхтаров¹, А. Д. Кажмурат²

¹ф.-м.ғ.к., доцент, С. Торайғыров Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ., 140008, Қазақстан Республикасы;

²магистрант, С. Торайғыров Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ., 140008, Қазақстан Республикасы

e-mail: ²azhar.kazhmurat@gmail.com

ТИІМДІ БАСҚАРУДА ВАРИАЦИЯЛЫҚ ӘДІСТЕРДІ ҚОЛДАНУ ТУРАЛЫ

Автоматты басқарудың кез келген жүйесі (АБЖ) автоматиканың жеке өзара байланысқан элементтердің жиынтығы (сезімтал, аралық және орындаушылық) түрінде қарастырылуы мүмкін. Олар бір бірімен және басқару (реттеу) объектісімен өзара әрекеттеседі [1].

Бірақ автоматты басқаруда болатын процесстерді аналитикалық зерттеу үшін АБЖ жұмысын анықтайтын теңдеулер қажет. Қазіргі АБЖ-нің күрделілігіне қатысты, АБЖ-ны анықтайтын теңдеулерді АБЖ-ны қарапайым бөліктерге бөліп, әрқайсысы үшін жеке теңдеулер құрастыру арқылы алады.

АБЖ-ның жұмысын математикалық түрде сипаттау үшін оны динамикалық тізбектерге бөлген тиімді. Динамикалық тізбек деп қандай да бір түрдегі дифференциалдық (немесе басқа түрдегі) теңдеумен сипатталатын басқару жүйенің бөлігі немесе жүйенің өзі аталады. Көп жағдайда динамикалық тізбектердің математикалық түрде сипатталуы дифференциалдық теңдеулердің қандай да бір түріне әкеледі. Нәтижесінде физикалық есеп тізбектің жұмысын сипаттайтын, дифференциалдық теңдеудің шешімін табатын математикалық есепке келеді.

Берілген жұмыста автоматты басқару жүйесінің есептерін шешуде вариациялық әдісті қолдану процесі көрсетілген. Бұл әдіс басқарудың қойылған есебінің тиімді шешімін табуға мүмкіндік береді. Автоматты басқару жүйесінің бір тізбегінің берілген $\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \beta x = \gamma$ жалпы дифференциалдық теңдеуі үшін координаталарды $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 0$ алғашқы орналасудан $x(\infty) = \dot{x}(\infty) = 0$ соңғы орналасуға көшіруде u басқару заңы

анықталған, және де ол $J(u) = \int_0^{\infty} (x^2 + cu^2) dt \rightarrow \min$ тиімділіктің

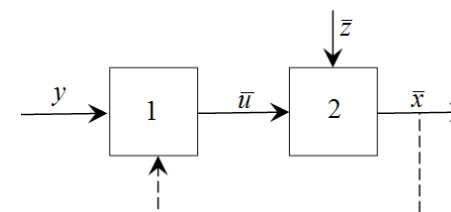
квадраттық критерийіне сәйкес болуы тиіс.

Кілтті сөздер: регулятор теңдеуі, Эйлер теңдеулері, вариациялық әдіс.

КІРІСПЕ

Регулятордың «аналитикалық құрастыруы» деп берілген объектінің белгілі шектеулер мен тиімділік критерийлерінде автоматты тиімділеуді жүзеге асыратын құрылғының дифференциалдық теңдеулерін табу әдістемесін атайды [1]. Сонымен қатар, мұнда шығатын теңдеулердің физикалық іске асырылуының кейбір элементарлы шарттары ескеріледі.

1-ші суретте 1 және 2 тізбектен құрастырылған, басқару жүйесінің жалпы құрылымдық сызбасы көрсетілген.



Сурет 1 – Басқару жүйесінің құрылымдық сызбасы

Бұл сызба бірнеше ондық жылдар бойы автоматты басқару облысында жаңа идеялардың сарқылмас қайнар көзі болып келеді.

1 тізбегі басқаратын орган (регулятор) деп аталады, 2 тізбегі тек машиналар мен механизмдер деп түсінілмейді, сонымен қатар, мысалы, экономикалық, экологиялық т.б. формациялар болады. 1 тізбегі (яғни, басқаратын орган, немесе құрылғы) 2 тізбегінің (яғни, басқару объектісінің), оның жұмысын күшейту үшін, параметрлерімен басқарады.

Басқару объектісі $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ вектормен сипатталады. Оның x_1, x_2, \dots, x_n құраушыларының табиғаты әр түрлі болуы мүмкін: мысалы, гидрогенератор үшін – кернеу, қуат және жиілік; кәсіпорын үшін – жоспардың кейбір көрсеткіштері және т.б. \bar{x} вектордың құраушыларына $x_1 \leq X_1, x_2 \leq X_2, \dots, x_n \leq X_n$ түріндегі шектеулер қойылуы мүмкін және көбінесе үнемі қойылады.

Басқару объектісіне әсер ететін күштер қойылған: $\bar{u} = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ векторымен сипатталатын басқаратын күштер, және, $\bar{z} = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ векторымен сипатталатын сыртқы әсер ететін күштер беріледі. \bar{u} вектордың құраушыларына $u_1 \leq U_1, u_2 \leq U_2, \dots, u_m \leq U_m$ түріндегі шектеулер қойылады.

Басқарушы орган, ең алдымен, \bar{u} векторын өндіру қабілетімен сипатталады. \bar{u} вектордың u_1, u_2, \dots, u_m координаттардың уақытта немесе кеңістіктегі өзгерісі басқарудың алгоритмі деп аталады. Сонымен, басқарушы құрылғы басқару объектісіне \bar{u} вектордың өзгеруі ретінде алгоритмін береді. Өз кезегінде, басқару құрылғысы у сыртқы командаларды қабылдайды, олар басқарушы құрылғыны іске қосу және қайта орнату үшін қызмет етеді.

Сонымен қатар, басқару объектіге сыртқы әсер ететін күштер әсерін тигізеді, олар \bar{u} басқарудың алгоритмін бұрмалайды, басқарудың мақсатына жетуге бөгет жасайды, сондықтан оларды көбінесе кедергілер деп атайды.

\bar{z} вектордың кейбір құраушылары пайдалы болуы да мүмкін, яғни, объект оларды жеңу үшін болатындай алынады. Сыртқы әсер ететін күштер көп жағдайда адамға бағынбайды және де олардың өзгеру сипаты туралы тек статистикалық мағынада айтуға болады.

$\bar{x}, \bar{u}, \bar{z}$ векторлары қандай да бір заңдылықпен байланысады. Векторлар арасындағы байланыс

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, z_1, z_2, \dots, z_k), \quad i=1, 2, \dots, n$$

жай дифференциалдық теңдеулер жүйесі түрінде немесе $\frac{d\bar{x}}{dt} = f(\bar{x}, \bar{u}, \bar{z})$

векторлық формада жазылатын объектілер ғана қарастырылады. Мұндағы f_i функциялары $\bar{x} \in X$ кейбір облысқа тиісті болатын кез келген \bar{x} мәндері үшін және $\bar{u} \in U$ басқару облысына тиісті кез келген \bar{u} үшін анықталады. X және U облыстары ашық та, тұйық та болуы мүмкін. f_i функциялары x_1, x_2, \dots, x_n жиынтығы бойынша үзіліссіз болады және x_1, x_2, \dots, x_n бойынша үзіліссіз дифференциалданады. \bar{u} векторы үзіліссіз, бөлшек-үзіліссіз немесе бөлшек-тегіс функция болуы мүмкін.

Автоматты басқару жүйесін сипаттаған соң, басқару мақсатын анықтап алу керек, яғни, басқару жүйесі не үшін жасалады. Жалпы түрде басқару мақсаты қандай да бір функционал болып анықталады:

$$J = J[\bar{x}(t), \bar{u}(t), \bar{z}(t)].$$

Функционал экстремал мән қабылдайтындай, яғни,

$$J[\bar{x}(t), \bar{u}(t), \bar{z}(t)] = \text{extremum}, \quad \bar{u}(t) \text{ немесе } \bar{u} = f(\bar{x}, \bar{z}) \text{ алгоритмін табу}$$

керек. Әрине, функционалды анықтағанда $\bar{u}, \bar{x}, \bar{z}$ векторларына қойылатын шектеулер есепке алынуы тиіс. Осы есеп *регуляторлардың аналитикалық құрастыруы* атауын алды. $\bar{u}(t)$ немесе $\bar{u}(x)$ алгоритмін біле тұра, оны өндіретін регуляторды құрастыруға болады.

Басқарушы құрылғыны сипаттайтын теңдеулер Эйлер теңдеулері болуы мүмкін

$$\frac{\partial f(t, x, \dot{x})}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f(t, x, \dot{x})}{\partial \dot{x}} = F_x - \frac{d}{dt} F_{\dot{x}} = 0,$$

бірақ олар үнемі іске аса бермейді.

НЕГІЗГІ БӨЛІМ

Тиімді басқаруда вариациялық әдістердің қолдануы келесі алгоритмде негізделген.

$$J = \int_{t_0}^t f(t, x_1, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n) dt$$

функционал және объектіні сипаттайтын, байланыс теңдеулері деп аталатын

$$\varphi_i(t, x_1, \dots, x_n) = 0, \quad i=1, 2, \dots, m; \quad m \leq n$$

теңдеулер жүйесі беріледі. Мұндай есептер шартсыз экстремумға әкелу жолымен шешіледі. Ол үшін жаңа функция еңгізіледі

$$H = f + \sum_{i=1}^m \lambda_i \varphi_i(t, x), \quad (1)$$

мұндағы λ_i – Лагранж көбейткіштері.

H функциясы үшін Эйлер теңдеулерінің жүйесін шешеді

$$H_{x_j} - \frac{d}{dt} H_{\dot{x}_j} = 0, \quad j=1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Бұл жүйе берілген байланыс теңдеулерімен толықтырылады. Сонымен, бізде Эйлердің n теңдеулері және m байланыс теңдеулері бар. Егер шектеу шарттары берілсе, онда осы теңдеулер белгісіз x_1, \dots, x_n функциялар мен $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ Лагранж көбейткіштерін анықтауға жеткілікті. Тек байланыс теңдеулері шектеу шарттарына қайшы келмеуі керек.

Келесі есепті қарастырайық.

Есеп. Айталық автоматты басқару жүйесінің бір тізбегінің (объектінің) дифференциалдық теңдеуі берілсін:

$$\ddot{x} + \alpha \dot{x} + \beta x = \gamma u, \quad (3)$$

координаталарды $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 0$ алғашқы орналасудан $x(\infty) = \dot{x}(\infty) = 0$ соңғы орналасуға көшіруде u басқару заңын анықтау керек, және де ол тиімділіктің квадраттық критерийіне сәйкес болуы тиіс, яғни

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^2 + cu^2) dt \rightarrow \min.$$

Есептің шешуі. Байланыс теңдеуін құрастырамыз. Айталық, $x = x_1$ және $\dot{x} = x_2$. Онда $\ddot{x} = \dot{x}_2$. Байланыс теңдеулерін x_1 және x_2 координаталарына қатысты жазамыз, және де (3)-ті ескереміз, яғни

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\beta x_1 - \alpha x_2 + \gamma u. \end{cases}$$

Теңдеуді басқа түрде жазамыз

$$\begin{cases} \varphi_1(t, x_1, x_2, u) = \dot{x}_1 - x_2 = 0, \\ \varphi_2(t, x_1, x_2, u) = \dot{x}_2 + \beta x_1 + \alpha x_2 - \gamma u = 0. \end{cases}$$

(1)-ге сәйкес функция құрастырамыз

$$H = x^2 + cu^2 + \lambda_1 \varphi_1 + \lambda_2 \varphi_2 = x^2 + cu^2 + \lambda_1 (\dot{x}_1 - x_2) + \lambda_2 (\dot{x}_2 + \beta x_1 + \alpha x_2 - \gamma u),$$

λ_1, λ_2 – Лагранж көбейткіштері. (2) Эйлер теңдеулерінің жүйесін шешеміз:

$$\begin{cases} H_{x_1} - \frac{d}{dt} H_{\dot{x}_1} = 0, \\ H_{x_2} - \frac{d}{dt} H_{\dot{x}_2} = 0, \\ H_u - \frac{d}{dt} H_{\dot{u}} = 0. \end{cases}$$

$$H_{x_1} = 2x_1 + \lambda_2 \beta \quad H_{\dot{x}_1} = \lambda_1 \Rightarrow \frac{d}{dt} H_{\dot{x}_1} = \dot{\lambda}_1,$$

$$H_{x_2} = -\lambda_1 + \lambda_2 \alpha \quad H_{\dot{x}_2} = \lambda_2 \Rightarrow \frac{d}{dt} H_{\dot{x}_2} = \dot{\lambda}_2,$$

$$H_u = 2cu - \lambda_2 \gamma \quad H_{\dot{u}} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} H_{\dot{u}} = 0.$$

$$\begin{cases} 2x_1 + \lambda_2 \beta - \dot{\lambda}_1 = 0, \\ -\lambda_1 + \lambda_2 \alpha - \dot{\lambda}_2 = 0, \\ 2cu - \lambda_2 \gamma = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Соңғы (4) теңдеулер жүйесінен $u = \frac{\lambda_2 \gamma}{2c}$. Байланыс теңдеуінде $u = \frac{\lambda_2 \gamma}{2c}$

алмастырып және (4) жүйесімен біріктіріп, келесі жүйеге келеміз:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\beta x_1 - \alpha x_2 + \frac{\gamma^2}{2c} \lambda_2, \\ \dot{\lambda}_1 = 2x_1 + \beta \lambda_2, \\ \dot{\lambda}_2 = -\lambda_1 + \alpha \lambda_2. \end{cases} \quad (5)$$

(5) жүйенің шешімін төмендегі түрде іздейміз:

$$\begin{cases} x_1 = A_1 e^{pt}, \\ x_2 = A_2 e^{pt}, \\ \lambda_1 = A_3 e^{pt}, \\ \lambda_2 = A_4 e^{pt}. \end{cases} \quad \text{осыдан} \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 p e^{pt}, \\ \dot{x}_2 = A_2 p e^{pt}, \\ \dot{\lambda}_1 = A_3 p e^{pt}, \\ \dot{\lambda}_2 = A_4 p e^{pt}. \end{cases}$$

Соңғы жүйені (5)-ке қоямыз да, e^{pt} шамасына қысқартамыз, сонда

$$\begin{cases} A_1 p = A_2, \\ A_2 p = -\beta A_1 - \alpha A_2 + \frac{\gamma^2}{2c} A_4, \\ A_3 p = 2A_1 + \beta A_4, \\ A_4 p = -A_3 + \alpha A_4. \end{cases}$$

Осыдан A_1, A_2, A_3, A_4 белгісіздерге қатысты біртекті сызықты теңдеулер жүйесін аламыз, яғни

$$\begin{cases} pA_1 - A_2 = 0, \\ 2c\beta A_1 + 2(cp + c\alpha)A_2 - \gamma^2 A_4 = 0, \\ 2A_1 - pA_3 + \beta A_4 = 0, \\ A_3 + (p - \alpha)A_4 = 0. \end{cases} \quad (6)$$

(6) жүйенің анықтауышы

$$\Delta = \begin{vmatrix} p & -1 & 0 & 0 \\ 2c\beta & 2(cp + c\alpha) & 0 & -\gamma^2 \\ 2 & 0 & -p & \beta \\ 0 & 0 & 1 & p - \alpha \end{vmatrix}.$$

Егер анықтауыш $\Delta \neq 0$, онда (6) жүйенің жалғыз тривиалды шешімі бар, яғни $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0$, олай болса $x_1 = x_2 = \lambda_1 = \lambda_2 = 0$. Жүйенің тривиалды емес шешімдерін іздейміз, яғни $\Delta = 0$ болғанда.

$$\begin{vmatrix} p & -1 & 0 & 0 \\ 2c\beta & 2(cp+c\alpha) & 0 & -\gamma^2 \\ 2 & 0 & -p & \beta \\ 0 & 0 & 1 & p-\alpha \end{vmatrix} = 0$$

$$p \cdot \begin{vmatrix} 2(cp+c\alpha) & 0 & -\gamma^2 \\ 0 & -p & -\beta \\ 0 & 1 & p-\alpha \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2c\beta & 0 & -\gamma^2 \\ 2 & -p & \beta \\ 0 & 1 & p-\alpha \end{vmatrix} = 0$$

Келесі сипаттамалық теңдеуге келеміз:

$$p^4 + (2\beta - \alpha^2)p^2 + \frac{\gamma^2}{c} + \beta^2 = 0.$$

Сипаттамалық теңдеу жұп дәрежелі болғандықтан, бізде қос теріс және қос жұп түбірлері табылады, айталық $-p_1, -p_2$ және $p_3, -p_4$. Келесі шешімге келеміз:

$$x = C_1 e^{-p_1 t} + C_2 e^{-p_2 t} + C_3 e^{p_3 t} + C_4 e^{p_4 t}.$$

Координаталарды $x(0) = x_0, \dot{x}(0) = 0$ алғашқы орналасудан $x(\infty) = \dot{x}(\infty) = 0$ соңғы орналасуға көшіру $C_3 = C_4 = 0$ шартымен орындалады, сондықтан

$$x = C_1 e^{-p_1 t} + C_2 e^{-p_2 t}. \tag{7}$$

Берілген теңдеуді дифференциалдаймыз және объектінің

$\ddot{x} + \alpha \dot{x} + \beta x = \gamma u$ теңдеуіне қоямыз

$$p_1^2 C_1 e^{-p_1 t} + p_2^2 C_2 e^{-p_2 t} + \alpha(-p_1 C_1 e^{-p_1 t} - p_2 C_2 e^{-p_2 t}) + \beta(C_1 e^{-p_1 t} + C_2 e^{-p_2 t}) = \gamma u$$

$$(p_1^2 - \alpha p_1 + \beta)C_1 e^{-p_1 t} + (p_2^2 - \alpha p_2 + \beta)C_2 e^{-p_2 t} = \gamma u \tag{8}$$

$x = x_1$ және $\dot{x} = x_2$, онда (7)-ден жүйе аламыз

$$\begin{cases} x_1 = C_1 e^{-p_1 t} + C_2 e^{-p_2 t}, \\ x_2 = -C_1 p_1 e^{-p_1 t} - C_2 p_2 e^{-p_2 t}. \end{cases} \tag{9}$$

(9) жүйесінен $C_1 e^{-p_1 t}$ және $C_2 e^{-p_2 t}$ x_1, x_2 арқылы өрнектейміз.

$$\begin{cases} C_1 e^{-p_1 t} = \frac{p_1}{p_1 - p_2} x_1 + \frac{1}{p_1 - p_2} x_2, \\ C_2 e^{-p_2 t} = -\frac{p_2}{p_1 - p_2} x_1 - \frac{1}{p_1 - p_2} x_2. \end{cases} \tag{10}$$

(10)-ды (8)-ге қоямыз

$$\frac{(p_1^2 - \alpha p_1 + \beta)p_1}{p_1 - p_2} x_1 + \frac{p_1^2 - \alpha p_1 + \beta}{p_1 - p_2} x_2 - \frac{(p_2^2 - \alpha p_2 + \beta)p_2}{p_1 - p_2} x_1 - \frac{p_2^2 - \alpha p_2 + \beta}{p_1 - p_2} x_2 = \gamma u$$

Соңында

$$\frac{(p_1^2 - \alpha p_1 + \beta)p_1 - (p_2^2 - \alpha p_2 + \beta)p_2}{\gamma(p_1 - p_2)} x_1 + \frac{(p_1^2 - \alpha p_1) - (p_2^2 - \alpha p_2)}{\gamma(p_1 - p_2)} x_2 = u.$$

Сонымен, тиімділіктің квадраттық критерийіне басқарудың сызықты заңы сәйкес келеді

$$u = P_1 x_1 + P_2 x_2.$$

ҚОРЫТЫНДЫ

Жұмыста тиімді басқару есебін шешуде вариациялық әдістің қолданылуы қарастырылды, есептегі автоматты басқару жүйесі объектісінің дифференциалдық теңдеуі $\ddot{x} + \alpha \dot{x} + \beta x = \gamma u$ түрінде беріледі. Координаталарды $x(0) = x_0, \dot{x}(0) = 0$ алғашқы орналасудан $x(\infty) = \dot{x}(\infty) = 0$ соңғы орналасуға көшіруде u басқару заңын анықтау керек болатын, және де ол тиімділіктің квадраттық критерийіне сәйкес болуы тиіс еді, яғни

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^2 + cu^2) dt \rightarrow \min.$$

Тіімділіктің берілген квадраттық критерийіне $u = P_1 x_1 + P_2 x_2$ басқарудың сызықты заңы сәйкес келеді, мұнда

$$P_1 = \frac{(p_1^2 - \alpha p_1 + \beta)p_1 - (p_2^2 - \alpha p_2 + \beta)p_2}{\gamma(p_1 - p_2)},$$

$$P_2 = \frac{(p_1^2 - \alpha p_1) - (p_2^2 - \alpha p_2)}{\gamma(p_1 - p_2)}.$$

ПАЙДАЛАНҒАН ДЕРЕКТЕР ТІЗІМІ

1 **Дядик, В. Ф., Байдали, С. А., Креницын, Н. С.** Теория автоматического управления / Учебное пособие. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета. – 2011. – 196 с.

2 **Летов, А. М.** Аналитическое конструирование регуляторов / М. А. Летов // А и Т, I-III. – Т. 21. – 1960. – № 4,5,6; IV. – т. 22. – 1961. – № 4; V. – Т. 23. – 1962. – № 11.

3 **Олейников, В. А.** и др. Основы оптимального и экстремального управления / Учеб. пособие для студентов вузов. – М. : «Высшая школа». – 1969. – 296 с.

4 **Воронов, А. А.** Основы теории автоматического управления. Часть 3: Оптимальные, многосвязные и адаптивные системы / Л. : Энергия, – 1970. – 328 с.

5 **Bellman, R., Glicksberg, J., Gross O.** Some Aspects of the Mathematical Theory of Control Processes. Report 313. RAND Corporation, – 1958.

Материал баспаға 10.01.18 түсті.

М. Мұхтаров¹, А. Д. Қажмурат²

О применении вариационных методов в оптимальном управлении

^{1,2}Павлодарский государственный университет имени

С. Торайгырова, г. Павлодар, 140008, Республика Казахстан

Материал поступил в редакцию 10.01.18.

М. Muhtarov¹, A. D. Kazhmuratov²

On applying the variation methods in optimum control

^{1,2}S. Toraihyrov Pavlodar State University,

Pavlodar, 140008, Republic of Kazakhstan.

Material received on 10.01.18.

Любая система автоматического управления (САУ) может рассматриваться в виде совокупности отдельных связанных между собой элементов автоматики (чувствительных, промежуточных и исполнительных), взаимодействующих друг с другом и с объектом управления (регулирования) [1].

Однако для аналитического исследования процессов, происходящих при автоматическом управлении, необходимы уравнения, описывающие работу САУ. Ввиду сложности современных САУ уравнения, описывающие работу САУ, естественно получать, разбивая САУ на сравнительно простые части и составляя уравнения для каждой из таких частей по отдельности.

Для математического описания работы САУ удобно разбивать ее на динамические звенья. Динамическим звеном называется часть системы управления, либо вся система, описываемая дифференциальным (или иным) уравнением определенного вида. В большинстве случаев математическое описание динамических звеньев приводит к дифференциальным уравнениям того или иного вида. В результате физическая задача сводится к математической задаче отыскания решения дифференциального уравнения, описывающего работу звена.

В данной работе представлен процесс применения вариационного метода при решении задач системы автоматического управления, который позволяет найти оптимальное решение поставленной задачи управления. Для данного общего дифференциального уравнения одного звена (объекта) системы автоматического управления, имеющего вид: $\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \beta x = \gamma u$, определен закон управления и при переводе координат из начального положения $x(0) = x_0, \dot{x}(0) = 0$ в конечное $x(\infty) = \dot{x}(\infty) = 0$, и которое соответствовало бы квадратичному критерию оптимальности

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^2 + cu^2) dt \rightarrow \min$$

Any system of automatic control (SAC) can be considered in the form of the separate automatic equipment elements connected among themselves (sensing, the intermediate and executive) interacting with each other and with object of automatic control (regulation) [1].

However the equations describing work of SAC are necessary for an analytical research of the processes happening at automatic control. In view of complexity of the modern SAC to receive the equations, describing

the work of SAC, it is natural to break SAC into simple parts and work out the equations for each of such parts separately.

For the mathematical description of work of SAC it is convenient to break it into dynamic links. A dynamic link is called a part of a control system, or all system described by differential (or other) equation of a particular type. In most cases the mathematical description of dynamic links leads to differential equations of some type. As a result the physical problem comes down to a mathematical problem of searching of the solution of the differential equation describing work of a link.

In this work the process of using of a variation method on system of automatic control problem which allows to find an optimal solution of an objective of SAC is presented. For this the differential equation of one link (object) of system of the automatic control having an appearance: $\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \beta x = \gamma u$ the law of control u when translating coordinates from initial situation $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 0$ to final $x(\infty) = \dot{x}(\infty) = 0$ is defined and which would correspond to square criterion of optimality

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^2 + cu^2) dt \rightarrow \min.$$

ГРНТИ 530.13:537.8

В. И. Денисов

д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой «Квантовой теории и физики высоких энергий», Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва, 101000, Российская Федерация
e-mail: vid.msu@yandex.ru

ЭФФЕКТИВНОЕ ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ВАКУУМА

В работе показано, что электромагнитное поле оказывает на электромагнитные волны нелинейно-электродинамическое действие, во многом аналогичное действию гравитационного поля: лучи электромагнитных волн в неоднородном электромагнитном поле искривляются, а скорость распространения электромагнитных сигналов зависит не только от внешнего поля, но и от поляризации этих сигналов. Расчеты показали, что современный уровень развития экспериментальной техники вплотную приблизился к тому уровню, на котором возможно наблюдение эффектов нелинейной электродинамики вакуума. Наличие нелинейных слагаемых при старших производных в лагранжиане электромагнитного поля приводит к появлению эффективного псевдориманова пространства-времени, метрический тензор которого зависит не только от внешнего электромагнитного поля, но и от поляризации электромагнитной волны, распространяющейся в этом поле. Полученные в работе результаты позволяют выяснить экспериментальный статус различных моделей нелинейной электродинамики вакуума и исследовать на эксперименте естественную геометрию для электромагнитного поля в нелинейной электродинамике вакуума.

Ключевые слова: пространство-время, метрический тензор, гравитационное поле, вакуум.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1,2], любому физическому полю соответствует некоторая геометрия, называемая естественной, именно такая, что в

отсутствие взаимодействия с другими полями фронт свободной волны этого физического поля движется по геодезическим естественного пространства-времени. Вопрос о выборе естественной геометрии – это вопрос о том, посредством какого эффективного метрического тензора свертываются старшие производные в плотности лагранжиана.

Вполне возможна отмечавшаяся еще Лобачевским [3] ситуация, когда различные физические явления будут описываться в терминах различных естественных геометрий.

Поэтому в нелинейных моделях, сформулированных в некотором псевдоримановом пространстве-времени, но которые содержат нелинейность при старших производных, распространение фронта волны физического поля будет происходить по геодезическим эффективного пространства-времени, метрический тензор которого зависит от метрического тензора исходного псевдориманова пространства-времени и полевых переменных этого физического поля. Все это в полной мере относится и к нелинейной теории электромагнитного поля.

Электродинамика Максвелла в вакууме, как известно, является линейной теорией. Ее предсказания по самому широкому кругу вопросов постоянно подтверждаются со все возрастающей точностью. Именно на основе исследования явлений электродинамики Максвелла была создана специальная теория относительности, изменившая представления о пространстве и времени, существовавшие до того времени в механике Ньютона.

Однако ряд фундаментальных физических соображений говорит о том, что электродинамика Максвелла представляет собой лишь первое приближение более общей нелинейной электродинамики вакуума, применимое в пределе слабых электромагнитных полей, когда величина электромагнитных полей \mathbf{B} и \mathbf{E} значительно меньше характерного квантовоэлектромагнитного значения $B_q = m_0^2 c^3 / e \hbar = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс, где m_0 – масса электрона, e – модуль его заряда, \hbar – постоянная Планка.

В настоящее время в научной литературе наиболее известны два нелинейных обобщения уравнений Максвелла. Одно из них было предложено в тридцатые годы Борном и Инфельдом [4].

Нелинейная электродинамика Борна - Инфельда по используемым идеям является классической теорией и основана на лагранжиане:

$$L = -\frac{1}{4\pi a^2} \left[\sqrt{1 + a^2 (\mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2)} - a^4 (\mathbf{B} \mathbf{E})^2 - 1 \right], \quad (1)$$

где a – постоянная, имеющая размерность, обратную размерности индукции магнитного поля.

При достижимых в земных лабораториях полях величины $a^2 \mathbf{E}^2$ и $a^2 \mathbf{B}^2$ значительно меньше единицы. В этом случае лагранжиан (1) можно разложить по малым параметрам $a^2 \mathbf{E}^2 \ll 1$ и $a^2 \mathbf{B}^2 \ll 1$:

$$L = -\frac{1}{8\pi} (\mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2) + \frac{a^2}{32\pi} [(\mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2)^2 + 4(\mathbf{B} \mathbf{E})^2]. \quad (1)$$

Первая часть этого разложения представляет собой лагранжиан электродинамики Максвелла, а остальная часть – поправку к нему, линейную по указанным малым параметрам.

Другое нелинейное обобщение электродинамики вакуума является прямым следствием эффекта поляризации электронно-позитронного вакуума электромагнитными полями.

Как показано в работе [5], в первом исчезающем приближении теории возмущений квантовой электродинамики

эффективный лагранжиан электромагнитного поля для случая «слабых» электромагнитных полей имеет вид:

$$L = -\frac{1}{8\pi} [\mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2] + \frac{\alpha}{360\pi^2 B_q^2} \{(\mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2)^2 + 7(\mathbf{B} \mathbf{E})^2\}, \quad (3)$$

где $\alpha = e^2 / \hbar c \approx 1/137$ – постоянная тонкой структуры.

Сравнивая выражения (2) и (3), легко заметить, что даже в приближении «слабого» электромагнитного поля никаким выбором постоянной a^2 эти выражения не свести одно к другому.

В теории поля рассматриваются и другие модели нелинейной электродинамики вакуума. В случае слабых полей их лагранжиан может быть записан в параметризованном виде [6], аналогичном параметризованному постньютоновскому формализму [7] в теории гравитации:

$$L = \frac{1}{8\pi} \{[\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2] + \xi [\eta_1 (\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2)^2 + 4\eta_2 (\mathbf{B} \mathbf{E})^2]\} + O(\xi^2 B^6), \quad (4)$$

где $\xi = 1/B_q^2$,

а величина безразмерных пост – максвелловских параметров η_1 и η_2 зависит от выбора модели нелинейной электродинамики вакуума.

В частности, согласно квантовой электродинамике параметры η_1 и η_2 имеют вполне конкретные значения

$$\eta_1 = \alpha / (45\pi) = 5.1 \cdot 10^{-5}$$

$$\eta_2 = 7 \alpha / (180\pi) = 9.0 \cdot 10^{-5}$$

в то время как в теории Борна-Инфельда они выражаются через неизвестную постоянную

$$a^2: \eta_1 = \eta_2 = a^2 B_q^2 / 4.$$

Уравнения электромагнитного поля в нелинейной электродинамике аналогичны уравнениям электродинамики сплошных сред:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, & \operatorname{div} \mathbf{D} &= 0, & \mathbf{D} &= 4\pi \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{E}}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, & \mathbf{H} &= -4\pi \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{B}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Нелинейная электродинамика вакуума длительное время не имела экспериментального подтверждения и поэтому воспринималась многими как абстрактная теоретическая модель. В настоящее время ее статус существенно изменился. Эксперименты [8] по неупругому рассеянию лазерных фотонов на гамма-квантах подтвердили, что электродинамика в вакууме действительно является нелинейной теорией. Поэтому ее различные предсказания, доступные проверке на эксперименте, заслуживают самого серьезного внимания.

В научной литературе последних лет было предложено [9–14] несколько экспериментов по изучению таких эффектов. Однако при достижимых в земных лабораториях полях $B, E \sim 10^6$ Гс нелинейные поправки к уравнениям Максвелла настолько малы, что измерить эффекты, вызываемые ими в вакууме, непросто.

Наиболее ярко нелинейные свойства электродинамики вакуума должны проявляться в сильных электромагнитных полях. Такие поля макроскопических размеров в природе существуют только в окрестности нейтронных звезд. В частности, астрофизические наблюдения показывают, что у многих пульсаров магнитное поле на поверхности достигает значений $10^{12}–10^{13}$ Гс, а у недавно открытых магнетаров до 10^{15} Гс.

Поэтому рассмотрим основные нелинейно-электродинамические эффекты, которые возникают при распространении электромагнитных волн в магнитном поле нейтронных звезд и на их основе исследуем свойства эффективного пространства-времени, по геодезическим которого распространяются электромагнитные волны.

Так как нейтронные звезды обладают значительным гравитационным полем, то выражение (4) следует записать в общеквариантном виде:

$$L = \frac{\sqrt{-g}}{32\pi} \{2J_2 + \xi[(\eta_1 - 2\eta_2)J_2^2 + 4\eta_2 J_4]\} + O(\eta \xi^2 \mathbf{B}^6) - \frac{\sqrt{-g}}{c} j^n A_n, \quad (6)$$

где g – определитель метрического тензора исходного псевдориманова пространства-времени, $J_2 = F_{ik} F^{ki}$ и $J_4 = F_{ik} F^{km} F_{ml} F^{li}$ – независимые инварианты тензора электромагнитного поля F_{ik} .

Система уравнений электромагнитного поля нелинейной электродинамики вакуума с плотностью лагранжиана (6) имеет вид:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^n} \{ \sqrt{-g} Q^{mn} \} = -\frac{4\pi}{c} j^m, \quad (7)$$

$$\frac{\partial F_{mn}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{nk}}{\partial x^m} + \frac{\partial F_{km}}{\partial x^n} = 0,$$

где для сокращения записи введено обозначение:

$$Q^{mn} = [1 + \xi(\eta_1 - 2\eta_2)J_2] F^{mn} + 4\xi\eta_2 F^{ml} F_{lk} F^{kn}.$$

Найдем метрический тензор эффективного пространства-времени нелинейной электродинамики вакуума с плотностью функции Лагранжа (6) и проанализируем основные эффекты, которые возникают при прохождении слабой электромагнитной волны через магнитное дипольное и гравитационное поля нейтронной звезды.

В качестве метрического тензора исходного псевдориманова пространства-времени будем использовать решение Шварцшильда:

$$g_{00} = 1 - \frac{r_g}{r}, \quad g_{rr} = -\frac{r}{r - r_g}, \quad g_{\theta\theta} = -r^2, \quad g_{\varphi\varphi} = -r^2 \sin^2 \theta, \quad (8)$$

где r_g – гравитационный радиус нейтронной звезды.

В рассматриваемой нами задаче имеются два малых параметра r_g/r и $\eta_{1,2} \xi \mathbf{B}^2$.

Поэтому проведем вычисление основных нелинейно-электродинамических и гравитационных эффектов с квадратичной точностью по параметру r_g/r и линейной по параметру $\eta_{1,2} \xi \mathbf{B}^2$.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Уравнение Гамильтона-Якоби

В линейном приближении решение уравнений (7), описывающее дипольное магнитное поле нейтронной звезды, имеет вид:

$$F_{31}^{(0)} = -\frac{|\mathbf{m}|}{r^2} \sin^2 \theta, \quad F_{32}^{(0)} = \frac{2|\mathbf{m}|}{r} \sin \theta \cos \theta, \quad (9)$$

где m – магнитный дипольный момент.

Найдем теперь уравнение Гамильтона-Якоби, которому удовлетворяют лучи слабой высокочастотной электромагнитной волны, распространяющейся в гравитационном (8) и магнитном (9) полях нейтронной звезды.

Тензор электромагнитного поля, входящий в уравнения (7), в этом случае следует представить в виде суммы дипольного магнитного поля $F_{ik}^{(0)}$ звезды (9) и поля слабой электромагнитной волны f_{ik} :

$$F_{ik} = F_{ik}^{(0)} + f_{ik}.$$

В линейном приближении по слабой электромагнитной волне f_{ik} уравнения (7) принимают вид:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^n} \{ \sqrt{-g} Q_{(1)}^{mn} \} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial f_{mn}}{\partial x^k} + \frac{\partial f_{nk}}{\partial x^m} + \frac{\partial f_{km}}{\partial x^n} = 0,$$

где

$$Q_{(1)}^{mn} = \left[1 + \xi(\eta_1 - 2\eta_2) J_2^{(0)} \right] f^{mn} + 4\xi\eta_2 \left[f^{ml} F_{lk}^{(0)} F_{(0)}^{kn} + F_{(0)}^{ml} f_{lk} F_{(0)}^{kn} + F_{(0)}^{ml} F_{lk}^{(0)} f^{kn} \right] + \left[2\xi(\eta_1 - 2\eta_2) f_{ik} F_{(0)}^{ki} \right] F_{(0)}^{mn}.$$

Так как нас интересует прежде всего воздействие гравитационного и магнитного полей звезды на лучи слабой электромагнитной волны, то используя систему уравнений (10), найдем уравнение, которому должен удовлетворять в рассматриваемом случае эйконал. Для этого представим тензор f_{nm} слабой электромагнитной волны в виде:

$$f_{nm} = A_{nm}(\mathbf{r}, t) e^{iS(\mathbf{r}, t)}, \quad (11)$$

где, как обычно, амплитуда $A_{nm}(\mathbf{r}, t)$ является медленно изменяющейся функцией координат и времени, а эйконал $S(\mathbf{r}, t)$ – быстро изменяющейся функцией.

В результате производные от S оказываются чрезвычайно большими величинами, так что выполняется условие:

$$|A_{nm}(\mathbf{r}, t) \partial S / \partial x^l| \gg |\partial A_{nm}(\mathbf{r}, t) / \partial x^l|.$$

Подставим выражение (11) в уравнения (10). Учтем, что для точек, находящихся вне звезды, по порядку величины выполняются соотношения:

$$\partial F_{nm}^{(0)} / \partial r \sim F_{nm}^{(0)} / R, \quad |\partial g_{nm}^{(0)} / \partial r| \ll |g_{nm}^{(0)} / R|, \quad \partial S / \partial r \sim S / \lambda,$$

где R – радиус звезды, λ – длина волны.

Так как для высокочастотного электромагнитного излучения $R/\lambda \gg 1$, то при дифференцировании $Q_{(1)}^{nm}$ в уравнениях (10) следует оставить только производные от эйконала S . В результате линейно независимые уравнения системы (10) примут вид однородной системы линейных алгебраических уравнений:

$$\left[1 + \xi(\eta_1 - 2\eta_2) J_2^{(0)} \right] f^{\mu n} \frac{\partial S}{\partial x^n} + \left[2\xi(\eta_1 - 2\eta_2) f_{ik} F_{(0)}^{ki} \right] F_{(0)}^{\mu n} \frac{\partial S}{\partial x^n} = 0, \quad (12)$$

$$f_{\alpha\beta} \frac{\partial S}{\partial x^0} + f_{\beta 0} \frac{\partial S}{\partial x^\alpha} + f_{0\alpha} \frac{\partial S}{\partial x^\beta} = 0.$$

Домножая первое уравнение системы (12) на $\partial S / \partial x^0$ и исключая из него компоненты $f_{\alpha\beta}$ с помощью второго уравнения (12), приходим к системе уравнений вида

$$\Pi^{\mu\beta} f_{0\beta} = 0.$$

Уравнение эйконала, как известно, является следствием условия

$$\det \|\Pi^{\mu\beta}\| = 0.$$

Учитывая, что в нашей задаче отличными от нуля компонентами тензора $F_{ik}^{(0)}$ являются только компоненты (9), отсюда, после сокращения на несущественный множитель, получим следующее уравнение Гамильтона – Якоби:

$$\left\{ \frac{r}{(r-r_g)} \left(\frac{\partial S}{\partial x^0} \right)^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{4\eta_1 \xi m^2}{r^6} \left[\left(\sin \theta \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{2 \cos \theta}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{(1+3 \cos^2 \theta)}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right] + O(\eta \xi^2 B^4) \right\} \times \left\{ \frac{r}{(r-r_g)} \left(\frac{\partial S}{\partial x^0} \right)^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{4\eta_2 \xi m^2}{r^6} \left[\left(\sin \theta \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{2 \cos \theta}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{(1+3 \cos^2 \theta)}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right] + O(\eta \xi^2 B^4) \right\} = 0.$$

Таким образом, в зависимости от поляризации слабой электромагнитной волны ее эйконал будет удовлетворять одному из двух уравнений Гамильтона – Якоби:

$$\frac{r}{(r-r_g)} \left(\frac{\partial S}{\partial x^0} \right)^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{4\eta_{1,2} \xi m^2}{r^6} \left[\left(\sin \theta \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{2 \cos \theta}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{(1+3 \cos^2 \theta)}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right] = O(\eta \xi^2 B^4), \quad (13)$$

где $\eta_{1,2} = \eta_2$ для электромагнитной волны, поляризованной в плоскости, содержащей векторы \mathbf{B} и \mathbf{k} , и $\eta_{1,2} = \eta_1$ для электромагнитной волны, поляризованной перпендикулярно к этой плоскости.

Геометрия пространства-времени и ее метрический тензор в нелинейной электродинамике вакуума в поле магнитного диполя

Сравнивая уравнение (13) с уравнением Гамильтона-Якоби в общем виде

$$g_{eff}^{mn} \frac{\partial S}{\partial x^m} \frac{\partial S}{\partial x^n} = 0,$$

найдем компоненты метрического тензора эффективного пространства-времени для электромагнитных волн, распространяющихся в поле нейтронной звезды:

$$\begin{aligned} g_{eff}^{00} &= \frac{r}{r - r_g}, & g_{eff}^{rr} &= -1 + \frac{r_g}{r} + \frac{4\eta_{1,2}\xi\mathbf{m}^2}{r^6} \sin^2 \theta, \\ g_{eff}^{\theta\theta} &= -\frac{1}{r^2} \left[1 - \frac{16\eta_{1,2}\xi\mathbf{m}^2}{r^6} \cos^2 \theta \right], & g_{eff}^{r\theta} &= -\frac{8\eta_{1,2}\xi\mathbf{m}^2}{r^7} \sin \theta \cos \theta, \\ g_{eff}^{\varphi\varphi} &= -\frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left[1 - \frac{4\eta_{1,2}\xi\mathbf{m}^2}{r^6} (1 + 3 \cos^2 \theta) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Используя эти выражения, несложно вычислить компоненты тензора Риччи для пространства с метрическим тензором (14):

$$\begin{aligned} R_{rr} &= -\frac{24\eta_{1,2}\xi\mathbf{m}^2(5 + 12 \cos^2 \theta)}{r^8}, & R_{r\theta} &= -\frac{48\eta_{1,2}\xi\mathbf{m}^2 \sin \theta \cos \theta}{r^7}, \\ R_{\theta\theta} &= -\frac{12\eta_{1,2}\xi\mathbf{m}^2(3 + 7 \cos^2 \theta)}{r^6}, \\ R_{\varphi\varphi} &= -\frac{60\eta_{1,2}\xi\mathbf{m}^2(1 + \cos^2 \theta) \sin^2 \theta}{r^6}. \end{aligned}$$

Отметим, что скалярная кривизна этого пространства также отлична от нуля:

$$R = R_{ik}g^{ik} = \frac{216\eta_{1,2}\xi\mathbf{m}^2(1 + 2 \cos^2 \theta)}{r^8}.$$

Следует однако подчеркнуть, что эффективное пространство-время при $\eta_1 \neq \eta_2$ не является универсальным даже для электродинамики, так как его воздействие на распространение электромагнитных волн зависит от их состояния поляризации.

В результате во внешних электромагнитных полях возникает эффект двулучепреломления: скорость распространения электромагнитных волн становится зависящей от их поляризации.

И только в тех нелинейных моделях электродинамики вакуума, у которых $\eta_1 = \eta_2$ метрический тензор (14) в рассматриваемом приближении становится одинаковым для всех электромагнитных волн, независимо от их поляризации. Примером такой теории является теория Борна - Инфельда.

Нелинейно-электродинамическое искривление лучей в поле магнитного диполя

Найдем решение уравнений (13) для лучей, лежащих в плоскости магнитного экватора нейтронной звезды. Поместим начало координат в центр нейтронной звезды и ориентируем ось z вдоль вектора дипольного магнитного момента \mathbf{m} . В плоскости магнитного экватора $\theta = \pi/2$ введем полярные координаты r и φ .

Тогда уравнение Гамильтона-Якоби для лучей, лежащих в плоскости $\theta = \pi/2$, принимает вид:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{r^2} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial x^0} \right)^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \\ + \frac{4\eta_{1,2}\xi\mathbf{m}^2}{r^6} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right] = 0. \end{aligned}$$

Решая это уравнение методом разделения переменных, получим:

$$S = -\mathcal{E}_0 t + \alpha \varphi \pm \int_r^r dr \sqrt{f(r)}, \quad (15)$$

где знак плюс соответствует распространению электромагнитной волны от нейтронной звезды, а знак минус – к звезде, \mathcal{E}_0 и α – произвольные постоянные и введено обозначение

$$f(r) = \frac{\mathcal{E}_0^2}{c^2} \left[1 + \frac{2r_g}{r} + \frac{3r_g^2}{r^2} + \frac{4\xi\eta_{1,2}\mathbf{m}^2}{r^6} \right] - \frac{\alpha^2}{r^2} \left[1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{r^2} \right]. \quad (16)$$

Рассмотрим некоторый луч электромагнитной волны частоты ω_0 , начинающийся на пространственной бесконечности и имеющий прицельное расстояние $b_{1,2}$. Если этот луч обходит нейтронную звезду в направлении по

часовой стрелке, то константы интегрирования \mathcal{E}_0 и α , входящие в выражения (11) и (12), принимают вид:

$$\mathcal{E}_0 = \omega_0, \quad \alpha = -\frac{\omega_0 b_{1,2}}{c}. \quad (17)$$

Уравнение луча можно получить, если продифференцировать выражение (11) по α , приравнять результат некоторой константе φ_0 и учесть соотношения (13):

$$\varphi = \varphi_0 \mp \frac{\omega_0 b_{1,2}}{c} \int \frac{dr}{r^2 \sqrt{f(r)}} \left[1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{r^2} \right]. \quad (18)$$

Рассмотрим две электромагнитные волны, одна из которых поляризована в плоскости магнитного экватора нейтронной звезды, а другая – перпендикулярно этой плоскости, и распространяющиеся по лучам, имеющим при $R_0 \rightarrow \infty$ одинаковые прицельные параметры: $b_1 = b_2 = b$.

Ограничиваясь принятой нами точностью, найдем углы искривления этих лучей:

$$\delta\varphi_{1,2} = -\frac{2r_g}{b} - \frac{15\pi r_g^2}{16b^2} - \frac{15\pi\eta_{1,2}\xi m^2}{4b^6}. \quad (19)$$

Первые два слагаемых в этом выражении дают гравитационное искривление луча, а последнее – нелинейно-электродинамическое. Знак минус в выражении (19) показывает, что гравитационное и магнитное поля нейтронной звезды в плоскости магнитного экватора действуют на электромагнитные волны как собирающая линза.

Угол $\delta\varphi$ между асимптотами этих двух лучей при $R_1 = \infty$ будет равен:

$$\delta\varphi = \delta\varphi_1 - \delta\varphi_2 = \frac{15\pi(\eta_2 - \eta_1)\xi m^2}{4b^6}.$$

Таким образом, в нелинейных моделях электродинамики вакуума, у которых $\eta_2 \neq \eta_1$, угол $\delta\varphi \neq 0$.

Запаздывание электромагнитного сигнала в поле магнитного диполя

Закон движения электромагнитного сигнала $T = T(r)$ по лучу можно найти, если продифференцировать выражение (15) по \mathcal{E}_0 , приравняв результат некоторой константе t_0 и учесть соотношения (17):

$$T = t_0 \pm \frac{\omega_0}{c^2} \int \frac{dr}{\sqrt{f(r)}} \left[1 + \frac{2r_g}{r} + \frac{3r_g^2}{r^2} + \frac{4\xi\eta_{1,2}m^2}{r^6} \right].$$

Дифференцируя это равенство по r , несложно получить:

$$\frac{dT}{d\Psi} = -\frac{1}{cb_{1,2}u^2} \left\{ 1 + \frac{2\eta_{1,2}\xi m^2}{b_{1,2}^6} + \frac{r_g^2}{2b_{1,2}^2} \right\} - \frac{3r_g}{2cb_{1,2}u} - \frac{b_{1,2}}{c} \left\{ \frac{2\eta_{1,2}\xi m^2}{b_{1,2}^6} [1 + \sin^2 \Psi + 2 \sin^4 \Psi] + \frac{15r_g^2}{8b_{1,2}^2} \right\}.$$

Интегрируя это уравнение, найдем:

$$T = t_{1,2} - \frac{r_g}{c} \ln \left| \text{Vtg} \frac{\Psi(\varphi)}{2} + W - \sqrt{W^2 - V^2} \right| + \quad (20)$$

$$+ \frac{r_g}{c} \ln \left| \text{Vtg} \frac{\Psi(\varphi)}{2} + W + \sqrt{W^2 - V^2} \right| + \frac{r}{c} \left[1 + \frac{r_g^2}{8b_{1,2}^2} \right] \cos \Psi(\varphi) - \frac{b_{1,2}}{c} \left\{ \frac{\eta_{1,2}\xi m^2}{8b_{1,2}^6} [36\Psi(\varphi) - 12 \sin 2\Psi(\varphi) + \sin 4\Psi(\varphi)] + \frac{15r_g^2}{8b_{1,2}^2} \Psi(\varphi) \right\},$$

где t_1 и t_2 - постоянные интегрирования.

Следует отметить, что T – это время, измеряемое по часам наблюдателя, находящегося на значительном удалении ($r_g/R_1 \rightarrow 0$) от нейтронной звезды.

При $r_g \rightarrow 0$ и $m^2 \rightarrow 0$ выражение (20), как и следовало ожидать, описывает движение электромагнитного сигнала со скоростью $v = c$ по прямой, проходящей на расстоянии $b_{1,2}$ от начала координат.

Из выражения (20) следует, что в плоскости магнитного экватора при $\eta_1 \neq \eta_2$ два электромагнитных сигнала, поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях (один в плоскости магнитного экватора, а другой - перпендикулярно этой плоскости) и излученные в один и тот же момент времени из одного и того же источника, придут к наблюдателю по различным лучам и в различные моменты времени $T_2 \neq T_1$.

Как показывает детальный анализ, если источник высокочастотного излучения находится вблизи нейтронной звезды, то асимптотически главный член разности $\Delta T = T_2 - T_1$ принимает вид:

$$\Delta T = \frac{9\pi(\eta_2 - \eta_1)\xi m^2}{4b^5 c}. \quad (21)$$

Величина ΔT существенно зависит от разности постмаксвелловских параметров. В частности, в нелинейной электродинамике Борна - Инфельда $\Delta T = 0$, в то время как согласно электродинамике Гейзенберга - Эйлера выражение (21) в магнитных полях пульсаров и магнетаров может достигать величины 10^{-6} секунды.

Современная электроника в состоянии зарегистрировать сигналы различной поляризации, разделенные такими промежутками времени.

ВЫВОДЫ

Таким образом, наличие нелинейных слагаемых при старших производных в лагранжиане электромагнитного поля приводит к появлению эффективного псевдориманова пространства-времени, метрический тензор которого зависит не только от внешнего электромагнитного поля, но и от поляризации электромагнитной волны, распространяющейся в этом поле.

В результате внешнее электромагнитное поле оказывает на электромагнитные волны нелинейно-электродинамическое действие, во многом аналогичное действию гравитационного поля: лучи электромагнитных волн в неоднородном электромагнитном поле искривляются, а скорость распространения электромагнитных сигналов зависит не только от внешнего поля, но и от поляризации этих сигналов. Расчеты [15–30] показали, что современный уровень развития экспериментальной техники вплотную приблизился к тому уровню, на котором возможно наблюдение эффектов нелинейной электродинамики вакуума.

Нелинейно-электродинамическое воздействие в астрофизических условиях происходит на фоне обычного гравитационного воздействия. Поэтому при проведении измерений различных гравитационных эффектов, происходящих в окрестностях пульсаров и магнетаров, необходимо проводить поиск и измерение и нелинейно-электродинамических эффектов.

Полученные при таких измерениях результаты позволят выяснить экспериментальный статус различных моделей нелинейной электродинамики вакуума и исследовать на эксперименте естественную геометрию для электромагнитного поля в нелинейной электродинамике вакуума.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 **Логунов, А. А.** Лекции по теории относительности и гравитации. М., 1987.
- 2 **Денисов, В. И., Денисов, М. И., Кравцов, Н. В., Пинчук, В. Б.** Теоретическая и математическая физика. – 1998. – Т. 117. – № 3. – С. 498.
- 3 **Лобачевский, Н. И.** Полное собрание сочинений. М. : Гостехиздат, 1949. – Т. 2. – С. 159.
- 4 **Born, M., Infeld, L.** Proc. Roy. Soc. – 1934. – V. A144. – P. 425.
- 5 **Heisenberg, W., Euler, H., Phys, Z.** 1936. – V. 26. – P. 714.
- 6 **Денисов, В. И., Денисова, И. П.** ДАН. – 2001. – Т. 378. – № 4. – С. 463.
- 7 **Уилл, К.** Теория и эксперимент в гравитационной физике. – М. : Энергоатомиздат, 1985.
- 8 **Burke, D. L., Feld, R. C., Horton-Smith, G.** et al. Rhs. Rev. Lett. – 1997. – V. 79. – P. 1626.
- 9 **Александров, Е. Б., Ансельм, А. А., Москалев, А. Н.** ЖЭТФ. – 1985. – Т. 89. – С. 1181.
- 10 **Розанов, Н. Н.** ЖЭТФ. – 1993. – Т. 103. – С. 1996.
- 11 **Denisov, V. I.** Phys. Rev. – 2000. – V. D61. – № 3. – P. 036004.
- 12 **Denisov, V. I.** Journal of Optics. – 2000. – V. 2. – P. 372.

- 13 **Денисов, В. И., Денисова, И. П.** Оптика и спектроскопия. – 2001. – Т. 90. С. 1022.
- 14 **Денисов, В. И., Денисова, И. П., Свертилов, С. И.** ДАН. – 2001, – Т. 380. – С. 754.
- 15 **Denisov, V. I., Denisova, I. P.** Optics and Spectroscopy, 2001. – V. 90. – № 2. – P. 282.
- 16 **Denisov, V. I., Denisova, I. P.** Theoretical and Mathematical Physics. 2001. – V. 129. – № 1. – P. 1421.
- 17 **Denisov, V. I., Krivchenkov, I. M., Denisova, I. P.** Journal of Experimental and Theoretical Physics, 2002. – V. 95. – № 2. – P. 194.
- 18 **Vshivtseva, P. A., Denisov, V. I., Denisova, I. P., Doklady Physics, I. P.** 2002. – V. 47, – № 11. – P. 798.
- 19 **Denisov, V. I.** Theoretical and Mathematical Physics. – 2002. – V. 132. – № 2. – P. 1071.
- 20 **Denisov, V. I., Svertilov, S. I.** Astronomy & Astrophysics. – 2003. – V. 399. – № 3. – P. L39.
- 21 **Denisov, V. I., Denisova, I. P., Krivchenkov, I. V.** Doklady Mathematics. – 2003. – V. 67, – № 1. – P. 90.
- 22 **Denisov, V. I., Kravtsov, N. V., Krivchenkov, I. V.** Quantum Electronics. – 2003. – V. 33, № 10. – P. 938.
- 23 **Denisov, V. I., Denisova, I. P., Svertilov, S. I.** Theoretical and Mathematical Physics, 2003. – V. 135. – № 2. – P. 720.
- 24 **Denisov, V. I., Denisova, I. P., Krivchenkov I. V.** et al, Doklady Physics. – 2003. – V. 48, – № 12. – P. 657.
- 25 **Denisov, V. I., Denisova, I. P., Svertilov, S. I.** Theoretical and Mathematical Physics. – 2004. – V. 140. – № 1. – P. 1001.
- 26 **Denisov, V. I., Denisova, I. P., Krivchenkov I. V.** et al. Doklady Physics. – 2004. – V. 49, – № 11 – P. 630.
- 27 **Denisov, V. I., Krivchenkov, I. V., Kravtsov, N. V.** Physical Review D. – 2004. – V. 69. – № 6.
- 28 **Denisov, V. I., Svertilov, S. I.** Physical Review D. – 2005. – V. 71, – № 6.
- 29 **Denisov, V. I., Krivchenkov, I. V., Kravtsov, N. V.** Optics and Spectroscopy. – 2006. – V. 100. – № 5. – P. 641.
- 30 **Vshivtseva, P. A., Denisov, V. I., Krivchenkov, I. V.** Theoretical and Mathematical Physics. – 2007. – V. 150, – № 1. – P. 73.

Материал поступил в редакцию 10.01.18.

В. И. Денисов

Тиімді кеңістік-уақыттың вакуумдағы сызықтық емес электродинамикасы

М. В. Ломоносов Мәскеу мемлекеттік университеті,
Мәскеу қ., 101000, Ресей.
ММатериал баспаға 10.01.18 түсті.

V. I. Denisov

Efficient space-time in the non-linear electrodynamics of the vacuum

M. V. Lomonosov Moscow State University,
Moscow, 101000, Russia.
Material received on 10.01.18.

Жұмыста электромагниттік өрісте электромагниттік толқындарға сызықты емес электродинамикалық әсер етеді, көптеген жағдайда гравитациялық өріс әсеріне сәйкес келеді: электромагниттік толқындардың сәулелері біртекті емес электромагниттік өрісте қисайтылады, ал электромагниттік өрістің таратылу жылдамдығы тек қан сыртқы өріске ғана емес, сонымен қатар сигналдар поляризациясына байланысты. Қазіргі эксперименталды техниканың даму деңгейге жақын келеді, вакуумдағы сызықтық емес эффектілерін бақылауға мүмкіндік береді. Лагранжиана электромагниттік өрістің ең жоғары туындысы сызықтық емес шарттарын болуына тәуелді болатын тиімді жалған кеңістік-уақыттың сыртқы электромагниттік өріс бойынша ғана емес, сонымен қатар осы саладағы таралатын электромагниттік толқын поляризациясына әкеледі. Метрикалық тензор әкеледі. Алынған нәтижелер вакуумдағы сызықты емес электродинамика модельдерінің түрлі статусын және вакуумның сызықты емес электродинамиканың электромагнитті өрісі үшін табиғи геометриясын тәжірибе жүзінде анықтауға мүмкіндік береді.

It is shown that electromagnetic field has a nonlinear electrodynamic effect on electromagnetic waves, in many respects analogous to the action of the gravitational field: the rays of electromagnetic waves in an inhomogeneous electromagnetic field are bent, and the speed of propagation of electromagnetic signals depends not only on the external field, but also on the polarization of these signals. Calculations showed that the current level of experimental technology development has come

close to the level at which it is possible to observe the effects of nonlinear electrodynamics of vacuum. The presence of nonlinear terms in the higher derivatives in the Lagrangian of the electromagnetic field leads to the appearance of an effective pseudo-Riemannian space-time, the metric tensor of which depends not only on the external electromagnetic field, but also on the polarization of the electromagnetic wave propagating in this field. The results received in work allow to find out the experimental status of various models of a non-linear electrodynamics of a vacuum and to investigate on an experiment natural geometry for an electromagnetic field in a non-linear electrodynamics of a vacuum.

С. С. Жүзбаев¹, Д. С. Сабитова²

¹к.ф.-м.н., доцент, Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева, г. Астана, 010008, Республика Казахстан;

²докторант, факультет информационных технологий, Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева, г. Астана, 010008, Республика Казахстан

e-mail: ¹juzbayev@mail.ru; ²dianasabitova@yahoo.com

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Необходимость анализа волновых процессов в деформируемом теле и прогнозирования закономерностей его поведения привели к совершенствованию математических методов решения задач. В связи с развитием информационных технологий и доступности к вычислительным мощностям компьютеров, получили новое развитие численные методы решения: метод конечных разностей, метод расщепления и метод пространственных характеристик и т.д. Статья посвящена компьютерному моделированию волновых процессов. В качестве примера было взято упругое тело с распределенной динамической нагрузкой. Построена математическая модель волнового процесса, определен метод анализа распространения волн. Была определена точечная схема и выбран шаблон. Определены условия для внутренних, граничных и угловых точек области. Разработано программное обеспечение и проверен результат расчетов. Были получены осциллограммы продольных скоростей и нормального напряжения, изолинии нормального напряжения.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, математическая модель, метод бихарактеристик, характеристические конусы, разрешающие разностные уравнения, точечная схема.

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний большой интерес представляют преобразования, происходящие в твердых телах в результате внешней деформации. Этот интерес нашел отражение в теоретических, но в большой степени, прикладных областях механики.

Существование статических нагрузок и их влияние в процессе строительства или проектировании можно рассчитать. В то время, как динамические нагрузки могут принести значительные финансовые затраты в случае, если их не учитывать при проектировании. Так, для изучения динамических нагрузок необходимо исследовать тело в пространственно-временной проекции, чтоб проанализировать волновые процессы в этом теле. Поэтому, исследование неустановившихся процессов в механике твердого тела приобретает в настоящее время все большее значение.

Так как процесс распространения волн и анализ деформации в теле невозможно проводить в реальных условиях, то становится актуальным компьютерное математическое моделирование волнового процесса.

Основной задачей компьютерного моделирования является построение и манипулирование абстрактными математическими или графическими представлениями экономических, инженерных, производственных, социальных и других типов ситуаций и природных явлений, моделируемых с помощью компьютерной системы [1].

Изучение компьютерных моделей более удобно и применяется во всех сферах деятельности человека: в экономике, инженерии, производстве и т.п.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Компьютерное моделирование – это метод решения задачи анализа или синтеза сложной системы на основе использования ее компьютерной модели. Суть компьютерного моделирования заключается в получении количественных и качественных результатов модели.

Качественные выводы, которые получаются в результате анализа и синтеза, дают возможность получить новые сведения о комплексном объекте или системе, такие как целостность, устойчивость, динамику и пр. Количественные выводы помогают спрогнозировать будущее системы или же, наоборот, объяснить прошлые события или значения переменных, отражающих сущность системы.

Изучение компьютерных моделей более удобно и применяется в тех случаях, когда действительная постановка эксперимента является невозможной или носит характер непредсказуемости.

Если обозначить переменные, влияющие на процесс как x_1, x_2, \dots, x_n , и значения после моделирования как y_1, y_2, \dots, y_k , то можно символически обозначить связь между ними с помощью функции (рисунок 1):

$$y_k = F_j(x_1, x_2, \dots, x_n); (j=1, 2, \dots, k),$$

где F_j – это действие, которое необходимо совершить по отношению к x_n , чтобы получить y_k .

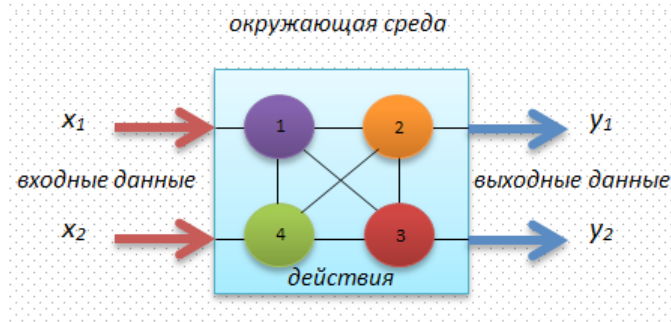


Рисунок 1 – Схематическое изображение связи входных данных и выходных данных

Рассмотрим процесс компьютерного математического моделирования на конкретной задаче.

Постановка задачи. В прямоугольной системе координат рассматривается идеально упругое тело D плоское сечение, которого является прямоугольником $|x_1| \leq L_1, 0 \leq x_2 \leq L_2$ (рисунок 2).

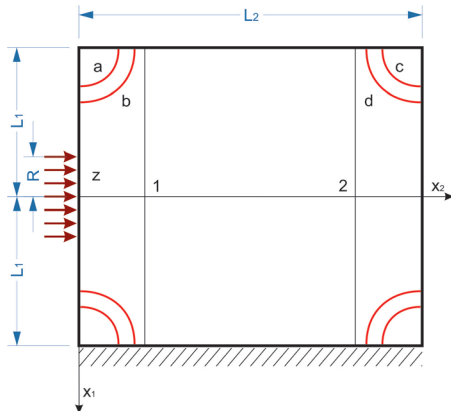


Рисунок 2 – Область исследования

В начальный момент времени тело находится в состоянии покоя:

$$v_i = \sigma_{ij} = 0, \quad (i, j = 1, 2). \quad (1)$$

Кроме того, левая боковая граница тела подвергается локальному динамическому возмущению, т.е. при:

$$\begin{aligned} x_2 = 0, |L_1 - x_1| \leq R: \sigma_{22} = f(t), \sigma_{12} = 0, \\ x_2 = 0, |L_1 - x_1| > R: \sigma_{22} = 0, \sigma_{12} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Правая боковая и верхняя граница тела свободны от напряжения, т.е. при:

$$\begin{aligned} x_2 = L_2, |x_1| \leq L_1: \sigma_{22} = 0, \sigma_{12} = 0, \\ 0 \leq x_2 \leq L_2, x_1 = -L_1: \sigma_{11} = 0, \sigma_{12} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Нижняя граница жестко закреплена, т.е. при:

$$x_1 = L_1, 0 \leq x_2 \leq L_2: v_1 = 0, v_2 = 0. \quad (4)$$

Необходимо исследовать напряженное состояние упругого тела D при $t > 0$.

Построение математической модели. Для решения задачи с заданными начальными и граничными условиями используется система уравнений, состоящая из уравнений движения и обобщенного закона Гука:

$$\begin{cases} \sigma_{11,1} + \sigma_{12,2} = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \\ \sigma_{21,1} + \sigma_{22,2} = \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \end{cases}, \quad (5)$$

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \lambda(u_{1,1} + u_{2,2}) + 2\mu u_{1,1} \\ \sigma_{22} = \lambda(u_{1,1} + u_{2,2}) + 2\mu u_{2,2}, \\ \sigma_{12} = \mu(u_{1,2} + u_{2,1}) \end{cases}, \quad (6)$$

где ρ – плотность, λ, μ – постоянные Ламе, δ_{ij} – дельта Кронекера.

Для удобства вводится независимые безразмерные переменные и искомые величины [2]:

$$\begin{aligned} \bar{t} = \frac{tc_1}{b}; \quad \bar{x}_i = \frac{x_i}{b}; \quad \bar{v}_i = \frac{1}{c_1} \frac{\partial u_i}{\partial t}; \quad \bar{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\rho c_1^2}, \\ \gamma_{12} = \frac{c_2}{c_1}; \quad \gamma_{11} = 1 - 2\gamma_{12}^2; \quad (i, j = 1, 2), \end{aligned}$$

где b – характерная длина, $c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$; $c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ – скорости.

В дальнейшем черта над безразмерными параметрами опускается.

После объединения безразмерных величин, уравнения движения (5) и дифференцированных по времени соотношений обобщенного закона Гука (6), приобретают вид:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = \sigma_{11,1} + \sigma_{12,2} \\ \dot{v}_2 = \sigma_{21,1} + \sigma_{22,2} \\ \dot{\sigma}_{11} = v_{1,1} + \gamma_{11}v_{2,2} \\ \dot{\sigma}_{11} = \gamma_{11}v_{1,1} + v_{2,2} \\ \dot{\sigma}_{12} = \gamma_{12}^2(v_{1,2} + v_{2,1}) \end{cases} \quad (7)$$

Индексы после запятой означают частные производные по декартовым координатам, точка сверху – частные производные по времени.

Метод бихарактеристик. Характеристические поверхности системы (7) представляют собой конусы с осями, параллельными оси времени (рисунок 3).

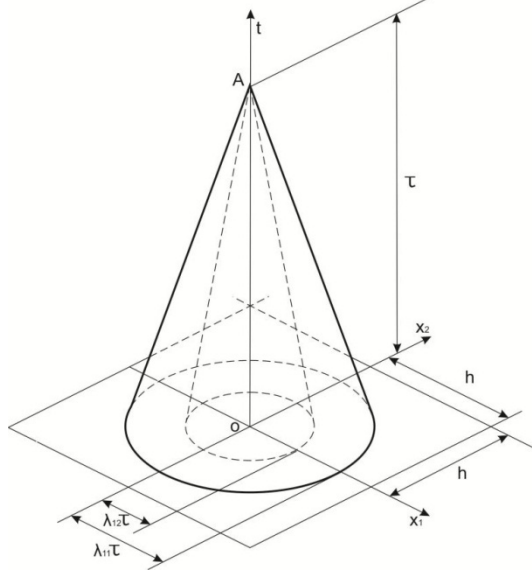


Рисунок 3 – Характеристический конус

Образующие этих конусов совпадают с бихарактеристиками уравнений (7). Для получения уравнения этих бихарактеристик и условий на них, расщепляем двухмерную систему (7) на одномерные. Это можно выполнить, если в системе (7) поочередно зафиксировать одну из пространственных переменных. Этот прием соответствует идее К. А. Багриновского и С. К. Годунова о расщеплении многомерных t-гиперболических систем на одномерные системы.

При $x_k = const$ имеем:

$$\begin{cases} \dot{v}_i - \sigma_{ij,j} = a_{ij} \\ \dot{\sigma}_{ij} - \lambda_{ij}^2 v_{i,j} = b_{ij} \end{cases}, (i, j = 1, 2) \quad (8)$$

где

$$a_{ij} = \sigma_{ik,k}; \lambda_{ij} = \delta_{ij} + \gamma_{12}(1 - \delta_{ij}); b_{ij} = [\gamma_{11}\delta_{ij} + \gamma_{12}^2(1 - \delta_{ij})]v_{p,k}.$$

Здесь и в дальнейшем $i, j, k, p = 1, 2; p \neq i; k \neq j$.

Отсюда применяя известные методы для получения дифференциальных уравнений бихарактеристик и условия на них, получим:

$$dx_j = \pm \lambda_{ij} dt, \quad (9)$$

$$d\sigma_{ij} \mp \lambda_{ij} dv_i = (b_{ij} \mp \lambda_{ij} a_{ij}) dt. \quad (10)$$

Здесь, dv_i означает приращение скорости перемещения v_i вдоль бихарактеристики (9) за время dt . Из (9) видно, что в каждой из двух гиперплоскостей (x_j, t) имеются две пары семейства бихарактеристик, распространяющихся с продольными ($\lambda_{11} = \lambda_{22} = 1$) и сдвиговыми ($\lambda_{12} = \lambda_{21} = \gamma_{12}$) скоростями соответственно. В каждой из двух плоскостей (x_j, t) имеются по два семейства бихарактеристик положительного и отрицательного направления.

В уравнениях (9) и (10) верхний знак соответствует бихарактеристикам положительного, а нижний знак – отрицательного направления.

Выбор точечной схемы и шаблона. Данное тело разбивается на квадратные ячейки, стороны которых $\Delta x_1 = \Delta x_2 = h$. В узловых точках ищутся значения функций v_i, σ_{ij} в различные моменты времени с шагом τ . Точечная сетка на основе которых строится разностная схема, помимо упомянутых узловых точек, содержит точки, образованные пересечением бихарактеристик с гиперплоскостями $t = const$.

Принимается шаблон, состоящих из узла O и точек E_{ij}^v , отстоящих от точки O на расстояния $\lambda_{ij}\tau$.

В дальнейшем значениям функций в точке O приписывается верхний знак "0", в точках E_{ij}^\pm – нижний индекс ij и верхний знак « \pm » (например σ_{ij}^\pm), а в точке A (верхнем слое времени $t_0 + \tau$) дополнительный индекс не приписывается [3–6].

Разрешающие разностные уравнения. Интегрирование уравнения (7) от точки O до точки A и соотношений (10) от точки E_{ij}^\pm до точки A методом трапеции позволяют получить выражения следующего вида [7]:

$$v_i = v_i^0 + \frac{\tau}{2} (\sigma_{ij,j} + a_{ij} + \dot{v}_i^0) \tag{11}$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \frac{\tau}{2} (\lambda_{ij}^2 v_{ij} + b_{ij} + \dot{\sigma}_{ij}^0) \tag{12}$$

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^{\mp} \mp \lambda_{ij} (v_i + v_i^{\pm}) = \frac{\tau}{2} (b_{ij} + b_{ij}^{\pm} \mp \lambda_{ij} [a_{ij} + a_{ij}^{\pm}]). \tag{13}$$

Исключая из σ_{ij} , v_i при помощи (11), можно получить:

$$\lambda_{ij}^2 v_{ij} \mp \lambda_{ij} \sigma_{ij,j} = b_{ij}^{\pm} - \dot{\sigma}_{ij}^0 \pm \lambda_{ij} (\dot{v}_i^0 - a_{ij}^{\pm}) + \frac{2}{\tau} (\sigma_{ij}^{\pm} - \sigma_{ij}^0 \pm \lambda_{ij} [v_i^0 - v_i^{\pm}]) \tag{14}$$

Значения неизвестных в не узловых точках выражении (13) вычисляются по формуле Тейлора вблизи узловой точки O с точностью до второго порядка относительно шага τ , получаем следующее.

$$\lambda_{ij}^2 v_{ij} \mp \lambda_{ij} \sigma_{ij,j} = \lambda (v_{ij}^2 + \tau \dot{v}_{ij}^0) \mp \lambda_{ij} (\sigma_{ij,j}^2 + \tau \dot{\sigma}_{ij,j}^0). \tag{15}$$

Складывая и вычитая каждое уравнение системы (14) с одинаковыми парами индексов, можно установить:

$$v_{ij} = v_{ij}^0 + \tau (\sigma_{ij,j}^0 + a_{ij,j}^0) \tag{16}$$

$$\sigma_{ij,j} = \sigma_{ij,j}^0 + \tau (\lambda_{ij}^2 v_{i,jj}^0 + b_{ij,j}^0) \tag{17}$$

Процедуры получения разрешающихся систем уравнений в узловых точках исследуемого тела в момент времени $t_0 + \tau$ различны для внутренних, граничных и угловых точек исследуемой области.

Для внутренних точек области. Неизвестные производные $\sigma_{ij,j}$; $v_{i,j}$; a_{ij} ; b_{ij} на слое $t=t_0 + \tau$ ищутся из системы уравнений (15). Производные функции в правой части системы уравнений (7) и (15) по квадратной сетке для узла (x^0, x^0, t_0) аппроксимируется центральными разностями второго порядка (рисунок 4).

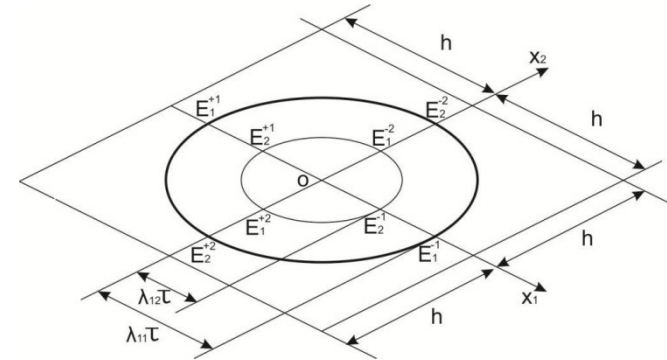


Рисунок 4 – Точечная схема для внутренних точек

Для граничных точек области. Разностные уравнения для граничных точек исследуемой области плоскости $t=t_0 + \tau$ (исключая угловые) по вычисленным или заданным значениям искомого величин на слое времени t_0 получаются с помощью (11) и (14). В расчетах не могут быть использованы условия (14) на двух характеристиках (точки E_{ij}^{ν}), не принадлежащих области тела (рисунок 5).

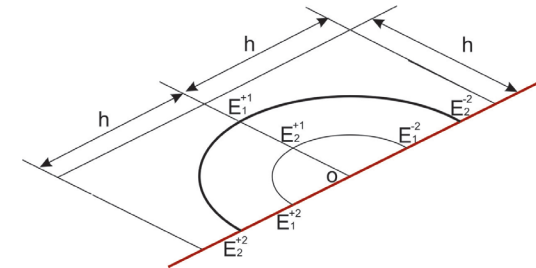


Рисунок 5 – Точечная схема для граничных точек

Тем самым, по сравнению с внутренними точками число уравнений (14) сокращается на два. Совокупность оставшихся уравнений (11), (14) и двух граничных условия является замкнутой линейной системой относительно тринадцати неизвестных. Для аппроксимации производных функций используется разности «вперед» и «назад».

Для угловых точек. Угловые точки рассматриваются как пересечение двух граничных линий. Поэтому в этой точке должна выполняться совокупность условий заданной на этих двух граничных линиях (рисунок 6).

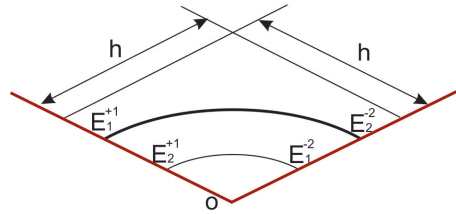


Рисунок 6 – Точечная схема для угловых точек

В угловой точке исследуемой области задаются четыре граничных функций. Тогда уравнения (14), (11) и граничные условия однозначно определяют искомые величины в угловых точках исследуемой области.

Точность и устойчивость численного решения.

Система разностных уравнений (11), полученная в результате интегрирования системы дифференциальных уравнений в частных производных, должна давать решение, сходящееся к решению исходной системы. Общая теория уравнения математической физики требует для этого наложения определенных условий на сеточное отношение шагом по времени и координате в задачах с начальными и граничными условиями, а именно

$$\max \left\{ \left| \frac{\tau \lambda_{ij}}{h} \right| \right\} \leq 1, \tag{16}$$

где λ_{ij} – это коэффициент гиперболической системы. Это означает, что решение в вершине гиперконуса выражается через начальное значение внутри области. Если же такое ограничение не выполнено, то решение в точках вблизи границы будет зависеть от начальных данных, находящихся вне рассматриваемой области, а в таком случае сходимости решений разностных уравнений к решениям дифференциальных уравнений ожидать нельзя.

Согласно формуле (16) в дальнейших вычислениях шаг пространственно-временной сетки выражает условие Куранта - Фридрихса - Леви. В дальнейшем при проведении расчетов шага пространственно-временной сетки выбираются согласно условиям устойчивости (12) и (13). Многочисленными

расчетами экспериментально проверено, что условие $\left| \frac{\tau}{h} \right| \leq \frac{1}{2}$ обеспечивает

устойчивость счета, а шаг $\tau=0.025$ по времени и $h=0.05$ в пространстве обеспечивает сходимость по сетке.

Анализ результатов расчета. Для решения этой задачи была разработана программа, позволяющая получить осциллограммы и изолинии нормальных

напряжений и продольных скоростей. Программа основана на методе бихарактеристики с использованием идей метода расщепления.

Расчет был произведен для стали ($\rho = 7900 \text{ kg/m}^3$, $c_1=5817 \text{ m/s}$, $c_2=3109 \text{ m/s}$) при следующих значениях данных:

$$f(x) = -te^{-x}, L_1=10h, L_2=20h, R=2.$$

Алгоритм реализован на языке Delphi на сетке с шагом $\tau=0.025$, $h=\Delta x_1=\Delta x_2=0.05$. На рисунке 2 схематизированы типы волн, определяющие напряженность точек тела. Возмущенная область z , передним фронтом которой является линия 1, определяется заданной нагрузкой $f(t)$. Угловые точки полосы являются источниками возмущения, вызывающим как продольные (области b и d), так и поперечные (области a и c) волны. Наконец, от закрепленной поверхности распространяется отраженная волна, передний фронт которой обозначен линией 2.

Исследование устойчивости показало, что сеточное отношение τ/h , равное 0.5, обеспечивает устойчивые результаты для достаточно большого времени. Фактически расчет был выполнен до $t=100\tau$.

На рисунке 7 показано, что нормальное напряжение σ_{22} и продольная скорость v_2 в момент времени от 0 до $\tau=30$ в значительной степени повторяют форму граничного воздействия.

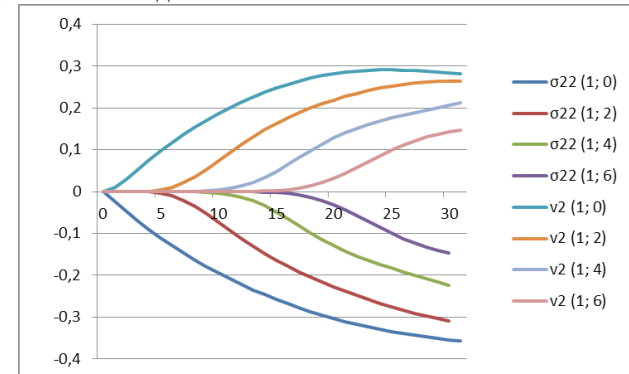


Рисунок 7 – Осциллограммы продольных скоростей v_2 и нормальных напряжений σ_{22} от 0 до момента $\tau=30$

Нормальное напряжение σ_{22} принимают все время отрицательное значение согласно заданному граничному условию, а продольная скорость v_2 – все время положительным (рисунок 8).

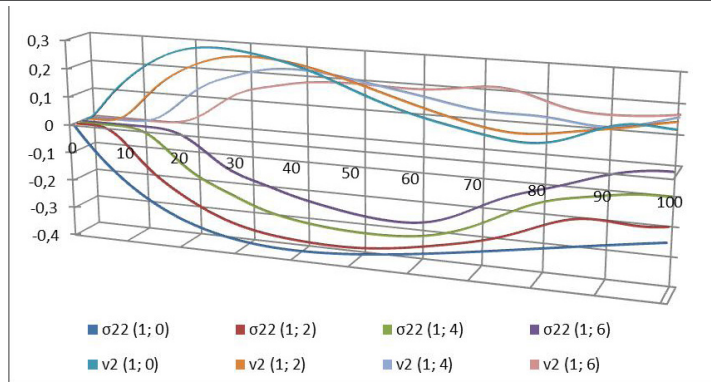


Рисунок 8 – Осциллограммы продольных скоростей v_2 и нормальных напряжений σ_{22} от 0 до момента $\tau=100$

При сравнении нормального напряжения σ_{22} и продольной скорости v_2 , начиная с момента времени $t = 30 \tau$, выявляется появление гармонических линий, которые отличаются от формы заданной граничной нагрузки. Этот эффект обусловлен интерференцией отраженных волн от границ.

На рисунках 9 и 10 в плоскости x_1Ox_2 представлены изолинии нормального напряжения σ_{22} , определяющие напряженное состояние во всей области тела D для моментов $40 \tau, 100 \tau$.

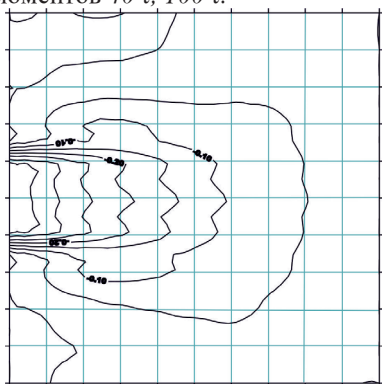


Рисунок 9 – Изолинии нормального напряжения $\sigma_{22}, t = 40 \tau$

За это время возмущение, распространяющееся под влиянием локального участка, прошло расстояние $10 h$ и достигло противоположной границы.

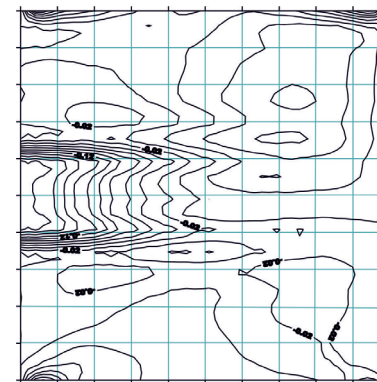


Рисунок 10 – Изолинии нормального напряжения $\sigma_{22}, t = 100 \tau$.

Построенные изолинии тензора напряжений σ_{22} позволяют определить наиболее опасные участки тела D с точки зрения возможных последующих разрушений.

ВЫВОДЫ

Компьютерное моделирование в наши дни стало одной из мощных информационных технологий. Изучение компьютерного математического моделирования открывает широкие возможности для осознания связи информатики с математикой, физикой и другими науками.

Разработанное программное обеспечение с использованием компьютерного моделирования позволило решить поставленную задачу распространения упругих волн в однородной среде с использованием оптимизированного численного метода бихарактеристик и получить осциллограммы и изолинии продольных скоростей и нормальных напряжений в разные моменты времени.

Полученные результаты и разработанное программное приложение могут быть использованы при анализе и исследовании распространения динамических волн, а также в инженерной деятельности при расчетах строительных конструкций, в задачах машиностроения, сейсмологии и др.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Сирота, А. А. Анализ и компьютерное моделирование информационных процессов и систем / Э. К. Алгазинов, А. А. Сирота; Под общ. ред. проф. д.т.н. Э. К. Алгазинов. – М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 2009. – 416 с.

2 **Каримбаев, Т. Д., Джузбаев, С. С.** Сложное напряженное состояние в основании сваи при циклическом его нагружении // Тезисы докладов научно-технической конференции «Прочность материалов и элементов конструкций при звуковых и ультразвуковых частотах напряжения». – 1992. – С. 18.

3 **Ru, Y., Wang, G. F., Wang, T. J.** Diffractions of elastic waves and stress concentration near a cylindrical nano-inclusion incorporating surface effect // Journal of Vibration and Acoustics. – 2009. – V. 131, 2009.

4 **Kim, J.-Y.** On the generalized self-consistent model for elastic wave propagation in composite materials// International Journal of Solids and Structures. – 2004. – P. 4349–4360.

5 **Kanaun, S.K., Levin, V.M., Sabina, F.J.** Propagation of elastic waves in composites with random set of spherical inclusions (effective medium approach) // Wave Motion. – 2004. – V. 40(1). – P. 69–88.

6 **Cosachevskiy, L. Ya.** On propagation of elastic waves in two-component media // Applied Mathematics and Mechanics. – 1959. – V. 23. – P. 1115–1123.

7 **Тарабрин, Г. Т.** Численное решение нестационарных задач динамики анизотропной упругой среды // Известия АН СССР, Механика твердого тела. – 1982. – № 2. – С. 83-95.

8 **Ержанов, Ж. С., Каримбаев, Т. Д., Байтелиев, Т. Б.** Двумерные волны напряжений в однородных и структурно-неоднородных средах/ Ж. С. Ержанов, Т. Д. Каримбаев, Т. Б. Байтелиев. – Алма-Ата : Наука, 1983. – 171 с.

Материал поступил в редакцию 10.01.18.

S. S. Zhuzbayev¹, D. S. Sabitova²

Біртекті ортада серпімді толқындардың таралуын компьютерлік моделдеу

^{1,2}Ақпараттық технологиялар факультеті,

Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,

Астана қ., 010008, Қазақстан Республикасы.

Материал баспаға 10.01.18 түсті.

S. S. Zhuzbayev¹, D. S. Sabitova²

Computer simulation of propagation of elastic waves in a homogeneous medium

^{1,2}Faculty of Information Technologies,

L. N. Gumilyov Eurasian National University,

Astana, 010008, Republic of Kazakhstan.

Material received on 10.01.18.

Деформацияланған денедегі толқынды процестерді талдау және оның тәртібін болжау заңдылықтарының қажеттілігі математикалық әдістерді жетілдіруге әкелді. Ақпараттық технологиялардың дамуы мен компьютерлердің есептік қуатына қол жетімділігіне байланысты сандық шешудің жаңа даму әдістері алынған: соңғы айырымдық әдіс, бөліну әдісі және кеңістіктік сипаттамалар әдісі және т.б. Мақала толқынды процестерді компьютерлік модельдеуге арналған. Мысал ретінде үлестірілген динамикалық жүктемесі бар серпімді дене қабылданды. Толқындық процестің математикалық моделі жасалды, толқындардың таралуын талдау әдісі анықталды. Нүктелік сызба анықталды және үлгі таңдалды. Саланың ішкі, шекаралық және бұрыштық нүктелері үшін жағдайлар анықталады. Бағдарламалық жасақтама жасалды және есептеулердің нәтижесі тексерілді. Бойлық жылдамдықтар мен қалыпты кернеудің, қалыпты кернеудің изосызығының осциллограммалары алынды.

The necessity of analyzing wave processes in a deformed body and predicting the laws of its behavior has led to the improvement of mathematical methods for solving problems. In connection with the development of information technology and accessibility to the computing power of computers, numerical solution methods have developed: the finite difference method, the splitting method and the method of spatial characteristics, etc. This work is devoted to computer modeling of wave processes. As an example, we took an elastic body with distributed normal load transient. A mathematical model of the wave process is constructed, a method is determined for the analysis of wave propagation. We have defined the dot grid and selected the pattern. The conditions are determined for the interior, boundary and corner points of the area. Software was developed and the result of calculations was checked. Oscillograms of longitudinal velocities and normal tension, isolines of normal tension are obtained.

**M. Zhukenov¹, T. Dossanov¹,
N. Ispulov¹, A. Qadir²**

¹S. Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar, 140008, Republic of Kazakhstan;

²Department of Electrical Engineering, Sukkur Institute of Business Administration, Sindh, Pakistan

e-mail: ¹marat_k_zhukonov@mail.ru; ²dosts81@mail.ru

ABOUT THE EXISTENCE OF SURFACE WAVES ON INTERFACE ANTIFERROMAGNET Cr_2O_3

Modern progress in science and technology is inextricably linked with the development of our knowledge in the field of composite materials. The range of applications of composite materials is extremely wide - from space vehicles to household appliances. An important place among the known composite materials is occupied by materials whose unique properties are due to the existence of a magnetoelectric effect. For composite materials, there are wide possibilities for varying their physical properties, and thus optimizing the characteristics of devices based on them. Surface waves of different nature are important for development of different facilities and devices. In present study conditions for the existence of surface waves propagating along the plane boundary of antiferromagnetic Cr_2O_3 are obtained using analytical matrix method. It is found that antiferromagnetic magnetoelectric effect takes place, i.e. electric field creates the magnetization and magnetic field creates the electric polarization. Further investigation of the magnetoelectric effect is subject of interest because of its manifestation in graphene sheets.

Keywords: composite materials, magnetoelectric effect, surface waves, antiferromagnetic, matrix method, electric polarization.

INTRODUCTION

The effect of magnetoelectricity in solid matter was predicted by L. D. Landau and E. M. Lifshitz in 1957 [1]. For phenomenologic matter placed in the uniform magnetic and electric field, the change of free energy volume density can be expressed as following:

$$dF = -P_i dE_i - \mu_0 M_i dH_i$$

where P_i – components of an electric polarization vector, M_i – компоненты вектора намагниченности, E_j and H_j – components of the electric and magnetic field. It is possible to get expressions for polarization and magnetization of a matter:

$$P_i = - \left(\frac{\partial F}{\partial E_i} \right)_{H,T}$$

$$\mu_0 M_i = - \left(\frac{\partial F}{\partial H_i} \right)_{E,T}$$

where T – temperature.

Assuming that electric χ^E and magnetic χ^M susceptibility do not depend on E and H , and taking into account magnetoelectric effect we can obtain

$$F = -\frac{1}{2} \chi_{ij}^E E_i E_j - \alpha_{ij} E_i H_j - \frac{1}{2} \chi_{ij}^M H_i H_j$$

From this we can get relationships for matter

$$P_i = \chi_j^E E_j + \alpha_j H_j$$

$$M_i = \chi_j^M H_j + \alpha_j \mu_0 E_j$$

Magnetoelectric susceptibility tensor is, in general, the second rank tensor.

I. E. Dzyaloshinskiy theoretically showed that among matters with known magnetic structure there is at least one crystal, namely chrome oxide, where magnetoelectric effect should take place [2]. In 1960, D. N. Astrov experimentally found out magnetoelectric effect in chrome oxide and measured longitudinal and transverse magnetoelectric susceptibility. Astrov's measuring apparatus registered magnetic moment created in a sample under applied electric field. Measurements were conducted at 10 kHz frequency.

Study of magnetoelectric effect in band structures like ferrit-piezoelectric was done by M. I. Bitchurin and V. M. Petrov [4]. Detailed study of resonant magnetoelectric effects in paramagnetic and magnetic-ordered medium was done by M. I. Bitchurin [5], microscopical theory of magnetoelectric effect within magnetic resonance region in magnetic-ordered crystals with 3-d ions presented in [6, 7]. In 2005, Fiebig review was published, there was given analysis of main papers on composite magnetoelectric materials.

The team of Chinese scientists predicted magnetoelectric effect in double layer graphene [9]. Authors examined properties of the graphene ribbon that has zig-zag configuration for which there were predictions of two magnetic subarrays existence [10] that gave magnetic moments of opposite signs on two edges of

the ribbon. Also there were reports about hidden ferrielectric properties of such ribbon [11]. Therefore, it was reasonable to suggest that under applied electric field there was proportional to it magnetic moment in the ribbon that is there was linear magnetoelectric effect.

1. Under absence of volume charge density, current density vectors and harmonic dependence of the wave fields solutions on time Maxwell's equations take following form:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -i\omega \vec{B}; \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = i\omega \vec{D}; \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \quad \operatorname{div} \vec{D} = 0; \end{aligned} \quad (1)$$

Dependence of \vec{D} and \vec{B} on \vec{E} and \vec{H} under presence of magnetoelectric effect has the following form:

$$\begin{cases} D_i = \varepsilon_0 \varepsilon_{ij} E_j - \alpha_{ij} H_j \\ B_i = \mu_0 \mu_{ij} H_j - \alpha_{ij} E_j \end{cases} \quad (2)$$

ε_0, μ_0 – absolute dielectric permeability of vacuum; $\varepsilon_{ij}, \mu_{ij}$ – components of relative dielectric and magnetic permeability of medium. α_{ij} – components of the tensor that describes influence of magnetoelectric effect.

Based on the solution written below

$$\vec{F} = \vec{F} \exp(i\omega t - imx - iny) \quad (3)$$

Set of equations (1), (2) can be brought to a set of ordinary differential equations of the first order:

$$\frac{d\vec{u}}{dz} = B\vec{u}; \quad \vec{u} = (E_y, H_x, H_y, E_x)^t \quad (4)$$

Symbol «t» means transpose of the row vector to column vector.

In general, matrix of B coefficients has the following structure:

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{11} & b_{23} & b_{24} \\ -b_{24} & -b_{14} & -b_{11} & b_{34} \\ -b_{23} & -b_{13} & b_{43} & -b_{11} \end{pmatrix} \quad (5)$$

For the antiferromagnetic Cr_2O_3 that is being considered in this article tensor $\hat{\alpha}$ has the following form:

$$\hat{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{\perp} \end{pmatrix} \quad (6)$$

When analysing wave propagation along coordinate planes (xz, yz) matrix of B coefficients takes the following structure:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & 0 & b_{14} \\ b_{21} & 0 & b_{23} & 0 \\ 0 & -b_{14} & 0 & b_{34} \\ -b_{23} & 0 & b_{43} & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

a) if (n=0) xz plane, then b_{ii} elements take the form:

$$b_{12} = i\omega\mu_0\mu_1; \quad b_{14} = -i\omega\alpha_{\perp}; \quad b_{21} = i\varepsilon_0 \left(\frac{m^2}{\beta} \varepsilon_2 + \omega\varepsilon_1 \right); \quad (8)$$

$$b_{23} = -i \left(\frac{m^2}{\beta} \alpha_{\parallel} + \omega\alpha_{\perp} \right); \quad b_{34} = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1; \quad b_{41} = -i\mu_0 \left(\frac{m^2}{\beta} \mu_2 + \omega\mu_1 \right);$$

b) (m=0) yz plane:

$$b_{12} = -i\mu_0 \left(\frac{n^2}{\beta} \mu_2 + \omega\mu_1 \right); \quad b_{14} = -i \left(\frac{n^2}{\beta} \alpha_{\parallel} + \omega\alpha_{\perp} \right); \quad b_{21} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1; \quad (9)$$

$$b_{23} = -i\omega\alpha_{\perp}; \quad b_{34} = -i\varepsilon_0 \left(\frac{n^2}{\beta} \varepsilon_2 + \omega\varepsilon_1 \right); \quad b_{42} = -i\omega\mu_0\mu_1;$$

here $\beta = \omega(\alpha_{\parallel}^2 - \varepsilon_0\varepsilon_2\mu_0\mu_2)$.

2 Within the framework of matricant method in 90's of the past century analytical solution of the set of equations (4) was built for wide range of anisotropic medium:

$$T = \frac{\hat{P} - \tilde{p}_2 E}{\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2} (E \cos kz + \frac{B}{k} \sin kz) - \frac{\hat{P} - \tilde{p}_2 E}{\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2} (\hat{E} \cos \chi z + \frac{\hat{B}}{\kappa} \sin \chi z) \quad (10)$$

Here

$$\hat{P} = \hat{E} + \frac{B^2 h^2}{2} \quad (11)$$

\tilde{p}_1, \tilde{p}_2 – roots of characteristic equation that follows from the condition:

$$\det(\hat{P} - E \cos \tilde{k}h) = 0 \quad (12)$$

k, χ – z components of the wave vector:

$$k^2 = \frac{1}{2h^2}(\tilde{p}_1 - 1); \quad \chi^2 = \frac{1}{2h^2}(\tilde{p}_2 - 1); \quad (13)$$

Exact solution was achieved from averaging periodic nonhomogeneous medium. h – period of nonhomogeneity. In (10) this parameter gets canceled like in (13).

3. Based on (10) the problem of wave refraction and reflection for anisotropic medium was represented and solved analytically.

Thereat, following representation was used:

$$\cos kz = \frac{e^{ikz} + e^{-ikz}}{2}; \quad \sin kz = \frac{e^{ikz} - e^{-ikz}}{2}; \quad (14)$$

Combining $e^{i\omega t - ikz}$ and $e^{i\omega t + ikz}$ from (10) we get:

$$T_{ycp} \Big|_{z=0} = \frac{1}{2} \left(E \mp \frac{B - k\chi B^{-1}}{i(k + \chi)} \right) e^{i\omega t \pm imx} \quad (15)$$

Omitting $e^{i\omega t \pm imx}$, (15) can be written:

$$T_0 = \frac{1}{2}(E \mp R); \quad R = \frac{1}{2i} \frac{B - k\chi B^{-1}}{(k + \chi)} \quad (16)$$

B matrix has the structure as in (7) with elements b_{ij} (8),(9). Inverse matrix B^{-1} :

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{b_{43}}{\Delta_2^2} & 0 & -\frac{b_{23}}{\Delta_2^2} \\ \frac{b_{34}}{\Delta_1^2} & 0 & -\frac{b_{34}}{\Delta_1^2} & 0 \\ 0 & \frac{b_{23}}{\Delta_2^2} & 0 & \frac{b_{21}}{\Delta_2^2} \\ \frac{b_{14}}{\Delta_1^2} & 0 & \frac{b_{12}}{\Delta_1^2} & 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\Delta_1^2 = b_{12}b_{34} + b_{14}^2; \quad \Delta_2^2 = b_{21}b_{43} + b_{23}^2; \quad k\chi = \Delta_1\Delta_2$$

4. Conditions for the existence of surface electromagnetic wave can be obtained based on matrix R .

Metallized surface of the half-space is considered. At the surface we should take $\vec{E}_\tau = 0$, \vec{E}_τ – parallel component of \vec{E} to the surface.

General form of the condition:

$$R\vec{u} = 0; \vec{u} = (0, H_x, H_y, 0)^t \quad (18)$$

Then

$$\begin{pmatrix} 0 & r_{12} & 0 & r_{14} \\ r_{21} & 0 & r_{23} & 0 \\ 0 & -r_{14} & 0 & r_{34} \\ -r_{23} & 0 & r_{43} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ H_x \\ H_y \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \quad (19)$$

From which:

$$r_{12}H_x = 0; r_{43}H_y = 0 \quad (20)$$

or

$$r_{12} = 0; r_{43} = 0 \quad (21)$$

From (7), (17) and (11) we get:

$$r_{12} = \frac{1}{2i(k + \chi)} \left(b_{12} - \frac{k\chi}{\Delta_2^2} b_{43} \right); r_{43} = \frac{1}{2i(k + \chi)} \left(b_{43} - \frac{k\chi}{\Delta_1^2} b_{12} \right) \quad (22)$$

As it follows from (22) both conditions in (21) are equivalent:

$$b_{12} - \frac{k\chi}{\Delta_2^2} b_{43} = b_{12} - \frac{\Delta_1\Delta_2}{\Delta_2^2} b_{43} = b_{12} - \frac{\Delta_1}{\Delta_2} b_{43} = 0 \quad (23)$$

$$b_{43} - \frac{k\chi}{\Delta_1^2} b_{12} = b_{43} - \frac{\Delta_1\Delta_2}{\Delta_1^2} b_{12} = b_{43} - \frac{\Delta_2}{\Delta_1} b_{12} = 0$$

Inserting values in (23) leads to the equation

$$1 - \frac{m^2}{\omega^2 \beta_1 \varepsilon_2 \mu_1 \varepsilon_0 \mu_0} + \frac{\Delta_2}{\Delta_1} = 0$$

$$\Delta_1^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_1 \mu_1 - \omega^2 \alpha_\perp^2$$

$$\Delta_2^2 = \frac{m^4}{\omega^2 \beta_1^2 \varepsilon_2 \mu_2 \varepsilon_0 \mu_0} \left[\left(1 - \frac{\omega^2 \beta_1 \varepsilon_1 \mu_2 \varepsilon_0 \mu_0}{m^2} \right) \left(1 - \frac{\omega^2 \beta_1 \varepsilon_2 \mu_1 \varepsilon_0 \mu_0}{m^2} \right) \right]$$

$$-\frac{\alpha_I^2}{\varepsilon_2 \mu_2 \varepsilon_0 \mu_0} \left(1 - \frac{\omega^2 \beta_1 \varepsilon_2 \mu_2 \varepsilon_0 \mu_0 \alpha_{\perp}}{m^2 \alpha_I} \right)^2 \Bigg]$$

$$\left(1 - \frac{c^2}{V^2 \beta_1 \varepsilon_2 \mu_1} \right)^2 = \frac{\Delta_2^2}{\Delta_1^2} = \frac{c^4}{V^4 \beta_1^2 \varepsilon_2 \mu_2 (\varepsilon_1 \mu_1 - \alpha_{\perp}^2 c^2)} \left[\left(1 - \frac{V^2 \beta_1 \varepsilon_1 \mu_2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{V^2 \varepsilon_2 \mu_1}{c^2} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\alpha_{II}^2 c^2}{\varepsilon_2 \mu_2} \left(1 - \frac{V^2 \beta_1 \varepsilon_2 \mu_2 \alpha_{\perp}}{c^2 \alpha_{II}} \right)^2 \right]$$

CONCLUSION

In this work, some review of literature has been done about studying magnetolectric effect.

Maxwell's system of equations and constitutive equations describing propagation of electromagnetic waves in an anisotropic magnetolectric medium are equated to equivalent system of differential equations of first order. This gives us opportunity to analyze magnetolectric effect on electromagnetic wave propagation along axes planes and in bulk case.

Within the framework of the matricant method the problem of electromagnetic waves reflection and refraction on the border of isotropic and anisotropic medium with magnetolectric effect was formulated and solved.

Conditions for surface electromagnetic waves existence on the plane border of antiferromagnetic material Cr_2O_3 .

REFERENCES

- 1 **Landau, L. D., Lifshitz, E. M.** Statistical physics. – M. : Science, 1976. – P. 564.
- 2 **Dzyaloshinskii, I. B.** To a question of magnetolectric effect in anti-ferromagnetics // ZhETF. – 37. – 1959. – P. 881–882.
- 3 **Astrov, D. N.** Magnetolectric effect in a chrome oxide // ZhETF. – 40. 1961. – P. 1035–1041.
- 4 **Bichurin, M. I., Petrov, V. M.** Magnetic resonance in layered ferrite - ferroelectric structures // ZhTF. – 11.58. – 1988 – P. 2277–2278.
- 5 **Bichurin, M. I.** Resonant magnetolectric effects in the paramagnetic and magnetoarranged environments at ultrahigh frequencies, doctoral dissertation. Novgorod polytechnical instit. – 1988. – 288 P.
- 6 **Nikiforov, I. S.** Resonant magnetolectric effect in oxide of chrome and borate of iron : master's thesis. – Novgorod state university, 2004. – 166 P.

7 **Fillipov, D. A.** Magnetolectric effect in the magnetoarranged crystals with 3d-ions and ferrite, piezoelectric composites in the field of magnetic and electromechanical resonances: doctoral dissertation. – 2004. –196 P.

8 **Fiebig, M.** Revival of the magnetolectric effect // J. Phys. D: Appl. Phys. 38. – 2005. – P. R1–R30.

9 **Zhang, Zh.** et al., Phys. Rev. Lett. 103, 187204. – 2009.

10 **Okada, S., Oshiyama, A.** Phys. Rev. Lett. 87. 146803. – 2001.

11 **Fernández-Rossier, J.** Phys. Rev. B 77, 075430. – 2008.

12 **Tleukenov, S. K., Zhakiyev, N. K., Yeltinova, L. A.** Propagation of coupled waves of different nature in anisotropic continuous media: universal method for theoretical description // General Meeting of Asian Consortium on Computational Materials Science. – Tohoku University, Sendai, Japan, 2012.

13 **Andrew M. Essin, Ari M. Turner, Joel E. Moore, and David Vanderbilt.** Orbital magnetolectric coupling in band insulators // Physical Review B. – V. 81, 20. – 2010 – P. 13.

14 Reflection of thermoelastic wave on the interface of isotropic half-space and tetragonal syngony anisotropic medium of classes 4, $\bar{4}$, 4/m with thermomechanical effect / Nurlybek A. Ispulov, Abdul Qadir, M.A. Shah & others / Chin. Phys. B. – Vol. 25. – № 3. – 2016.

Material received on 10.01.18.

М. Жукенов¹, Т. Доссанов¹, Н. Ипулов¹, Абдул Кадыр²

Антиферромагнетик Cr_2O_3 шекара бөлімінде жер үстінгі толқындардың болуы туралы

¹С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ., 140008, Қазақстан Республикасы;

²Электротехника кафедрасы, Суккур, Искерлік әкімшілік институты, Синд, Пәкістан.

Материал баспаға 10.01.18 түсті.

М. Жукенов¹, Т. Доссанов¹, Н. Ипулов¹, Абдул Кадыр²

О существовании поверхностных волн на границе раздела антиферромагнетик Cr_2O_3

¹Павлодарский государственный университет имени С. Торайғырова, г. Павлодар, 140008, Республика Казахстан;

²Кафедра электротехники, Институт делового администрирования Суккур, Синд, Пакистан.

Материал поступил в редакцию 10.01.18.

Композициялық материалдар саласында біздің біліміміздің дамуына ғылым мен техникадағы қазіргі прогрессты ғыз байланысты болды. Композициялық материалдардың пайдалану спектрі өте кең гарыш аппараттарынан тұрмыстық аспаптарға дейін. Белгілі композициялық материалдар арасында магнитоэлектрлік әсері болғанымен бірегей қасиеттерін түсіндіретін материалдар маңызды орын алады. Композициялық материалдар үшін олардың физикалық қасиеттерін реттеудің кең мүмкіндіктер ашылады, яғни олардың негізінде құрылыстардың сипаттамаларын оңтайландыру. Әр түрлі табиғатты әсер үстіндегі толқындар түрлі құралдар мен құрылыстар жасау үшін маңызды. Осы жұмыста жер үсті толқындар тарайтын бойымен жазық шекарасы антиферромагнетика Cr_2O_3 болу шарттары, талдау матрицант әдісін пайдалана отырып алынады. Антиферромагнитті магнитоэлектрлік әсері болатыны табылған, яғни электр өрісі магниттелуді жасайды, ал магнит өрісі электр поляризацияны жасайтыны табылған. Магнитоэлектрлік әсерін одан әрі зерттеу нәтижесінің графеналарда көрінісі қызығушылық тудырады.

Современный прогресс в науке и технике неразрывно связан с развитием наших знаний в области композиционных материалов. Спектр применений композиционных материалов чрезвычайно широк – от космических аппаратов до бытовых приборов. Важное место среди известных композиционных материалов занимают материалы, уникальные свойства которых обусловлены существованием магнитоэлектрического эффекта. Для композиционных материалов открываются широкие возможности варьирования их физических свойств, а значит и оптимизации характеристик устройств на их основе. Поверхностные волны различной природы важны для создания различных средств и устройств. В настоящей работе получены условия существования поверхностных волн, распространяющихся вдоль плоской границы антиферромагнетика Cr_2O_3 , с использованием аналитического метода матрицанта. Обнаружено, что происходит антиферромагнитный магнитоэлектрический эффект, т.е. электрическое поле создает намагниченность, а магнитное поле создает электрическую поляризацию. Дальнейшее исследование магнитоэлектрического эффекта представляет интерес в результате его проявления в графенах.

ГРНТИ 27.35.29

К. С. Таттибеков¹, Е. Е. Дуйсембиев²

¹к.ф.-м.н., доцент, Физико-математический факультет, Таразский государственный педагогический университет, г. Тараз, 080000, Республика Казахстан;

²к.т.н., доцент, Физико-математический факультет, Таразский государственный педагогический университет, г. Тараз, 080000, Республика Казахстан

e-mail: ¹konsbek@mail.ru; ²duisembiev_di@mail.ru

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОЙ
КВАЗИЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МАГНЕТИКОВ**

При температурах отличных от нуля, атомы ферромагнетика не являются неподвижными, а совершают малые колебания около положений равновесия – узлов кристаллической решетки. Из-за этого меняется энергия обменного взаимодействия и возникают взаимодействия между спиновыми волнами и колебаниями решетки (фононами). Поэтому актуален вопрос о математическом исследовании моделей соответствующих ферромагнетикам с деформируемой решеткой. В статье проведена численная реализация задачи Коши для системы нелинейных эволюционных уравнений, описывающие магнито-фононные взаимодействия в 1Д магнетиках. С помощью Фурье-анализа проводится выбор алгоритма расчета, который является надежным по устойчивости и эффективным по соображениям численной реализации решений. Исследование устойчивости проведено в случае модельных уравнений. На основе разработанной методики проведены численные расчеты и анализ результатов.

Ключевые слова: разностная схема, задача Коши, устойчивость, коммутатор, антикоммутатор.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование нелинейных динамических систем – одна из важнейших задач теоретической и математической физики. Прежде всего это вызвано тем, что нелинейные поведения свойственны большинству реальных процессов и уравнения описывающие их используются в самых различных областях естествознания.

Для изучения динамики нелинейных волн и солитонов в магнитоупорядоченных кристаллах часто используют макроскопическое описание магнетиков на основе уравнения Ландау-Лифшица (ЛЛ) [1]:

$$\vec{S}_t = \vec{S} \times \vec{S}_{xx} + \vec{S} \times \vec{J}\vec{S},$$

где $\vec{S} = (S_1, S_2, S_3)$, $|\vec{S}| = 1$, $J = \text{diag}(j_1, j_2, j_3)$, \times – означает векторное произведение в \mathbb{R}^3 .

Уравнение ЛЛ явно не учитывает деформацию решетки. При температурах отличных от нуля, атомы ферромагнетика не являются неподвижными, а совершают малые колебания около положений равновесия – узлов кристаллической решетки. Из за этого меняется энергия обменного взаимодействия и возникают взаимодействия между спиновыми волнами и колебаниями решетки (фононами). Поэтому актуален вопрос о математическом исследовании моделей соответствующих ферромагнетикам с деформируемой решеткой. В этой работе проведена численная реализация задачи Коши для одной системы нелинейных эволюционных уравнений, описывающей магнот-фононные взаимодействия в 1Д магнетиках.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим задачу Коши для системы нелинейных эволюционных уравнений, предложенной в работах [2]:

$$4iS_t = 2[S, S_{xx}] + (2u + \{S, \sigma_3\})[S, \sigma_3], \\ 2(u_t + u_x) - \lambda(S_3)_x = 0.$$

где $S = \sum_{i=1}^3 S_i \sigma_i$, σ_i – матрицы Паули:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$$

$S(x, t), u(x, t)$ – неизвестные функции, индексы x, t означают соответствующие частные производные по этим переменным, $\alpha, \beta, \Delta, \lambda$ – постоянные действительные числа (параметры уравнений), $[,]$ – коммутатор, $\{, \}$ – антикоммутатор.

Неизвестная матрица-функция $S(x, t)$ должна удовлетворят условию

$$S^2 = I,$$

где I – единичная 2×2 матрица, или в «компонентах»

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1.$$

Вектор $\vec{S} = (S_1, S_2, S_3)$ описывает классический спин атомов магнетика, скалярная функция $u(x, t)$ характеризует деформацию решетки – смещение атома.

Для численного решения системы уравнений удобно перейти от спинового вектора \vec{S} к функциям p, q с помощью формул:

$$S_1 = \frac{2p}{1+p^2+q^2}, \quad S_2 = \frac{2q}{1+p^2+q^2}, \quad S_3 = \frac{1-p^2-q^2}{1+p^2+q^2},$$

которые согласуются с условием $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1$.

Тогда, система переписывается в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = 2 \frac{2pp_x q_x - q(p_x^2 - q_x^2)}{1+p^2+q^2} (\Delta S_3 + u)q, \tag{1a}$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -2 \frac{2qp_x q_x + p(p_x^2 - q_x^2)}{1+p^2+q^2} (\Delta S_3 + u)p, \tag{1b}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\lambda}{2} (S_3)_x = 0. \tag{1в}$$

В дальнейшем нас будут интересовать эволюция движения волн на оси x , имеющие локальные изменения в начальный момент времени, т.е. для уравнений (6.1) рассмотрена задача Коши с начальными условиями

$$p(x, 0) = p_0(x), \quad q(x, 0) = q_0(x), \quad u(x, 0) = u_0(x), \tag{2}$$

для $|x| < \infty$, где p_0, q_0, u_0 – известные функции.

Система уравнений (1) является квазилинейной. Указать точные решения соответствующей задачи Коши вида (1)–(2) представляется невозможным. При некоторых упрощениях точные решения рассматриваемой задачи получены в работе [4]. Следовательно, для детального изучения решений задачи (1)–(2) необходимо использовать приближенные методы.

На практике для численного решения нелинейных уравнений математической физики широко применяется конечно-разностные методы. Суть данного метода заключается в том, что область непрерывного изменения аргумента x заменяется конечно-разностной сеткой, а дифференциальные операторы, определяющие уравнения – разностными соотношениями. При этом решение дифференциальной задачи сводится к решению системы разностных уравнений [5].

В данной работе рассматривается численное решение задачи Коши для системы (1)–(2) конечно-разностными методами. С помощью Фурье-анализа проводится выбор алгоритма расчета, который является надежным по устойчивости и эффективным по соотношениям численной реализации решений. Исследование устойчивости проведено в случае модельных уравнений. На основе разработанной методики проведены численные расчеты и анализ результатов.

Выяснения вопросов устойчивости решения используемых в дальнейшем разностных схем для нелинейных уравнений (1) в общем случае является

затруднительным. Поэтому для получения практических рекомендаций выбора шагов сетки ограничимся исследованием устойчивости разностных схем для следующих уравнений, соответствующие линейной части системы (1а), (1б)

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0. \quad (3)$$

Для системы (3) рассмотрим разностные схемы вида

$$\begin{aligned} p_{\bar{t}}^{n+1} + \Lambda_h [\sigma q^{n+1} + (1 - \sigma) q^n] &= 0, \\ q_{\bar{t}}^{n+1} - \Lambda_h [\sigma p^{n+1} + (1 - \sigma) p^n] &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где Λ_h – разностный оператор второй производной $p_{\bar{t}}^{n+1} = (p^{n+1} - p^n)/\tau$, σ – некоторый вещественный параметр.

Легко показать, что разностная схема (4) аппроксимирует систему уравнений (3) с порядком $O(\tau(\sigma - 0.5) + \tau^2 + h^2)$, т.е для $\sigma \neq 0.5$ имеет первый порядок аппроксимации по τ , а при $\sigma = 0.5$ – второй.

Исследование устойчивости разностной схемы (4) проведем методом Фурье согласно критерию фон-Неймана [3]. В этом случае для множителей перехода гармоник получим следующее дисперсионное соотношение

$$\begin{vmatrix} \lambda - 1 & d \cdot [\sigma \lambda + (1 - \sigma)] \\ -d \cdot [\sigma \lambda + (1 - \sigma)] & \lambda - 1 \end{vmatrix} = 0$$

где $d = 4k \sin^2(\frac{\xi}{2})$, $k = \frac{\tau}{h^2}$, $\xi = kh$, k – соответствующий номер гармоники. Отсюда имеем, что

$$(\lambda - 1)^2 + d^2[\sigma \lambda + (1 - \sigma)]^2 = 0.$$

Следовательно, множители перехода гармоник от одного временного слоя к другому временному слою удовлетворяют соотношению

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \mp id(1 - \sigma)}{1 \pm id\sigma}.$$

Итак,

$$|\lambda_{1,2}|^2 = \frac{1 + d^2(1 - 2\sigma + \sigma^2)}{1 + d^2\sigma^2}.$$

Отсюда видим, что, если $\sigma \geq 1/2$, то $|\lambda_{1,2}| \leq 1$, т.е. согласно критерия фон-Неймана разностная схема устойчива в норме пространства $L_{2,h}(\infty, \infty)$ по начальным данным. Заметим, что явная разностная схема, соответствующая при $\sigma = 0$ является абсолютно неустойчивой.

Для линейной системы (3) теперь рассмотрим разностные схемы более общего вида

$$\begin{aligned} p_{\bar{t}}^{n+1} + \Lambda_n [\sigma q^{n+1} + (1 - \sigma) q^n] + \tau(0.5 - \sigma) \Lambda_h \Lambda_h [\alpha p^{n+1} + \\ + \tau(0.5 - \sigma) \Lambda_h \Lambda_h [\alpha p^{n+1} + (1 - \alpha) p^n] &= 0 \\ q_{\bar{t}}^{n+1} + \Lambda_n [\sigma p^{n+1} + (1 - \sigma) p^n] \\ + \tau(0.5 - \sigma) \Lambda_h \Lambda_h [\alpha q^{n+1} + (1 - \alpha) q^n] &= 0, \end{aligned}$$

Можно показать, что последние разностные соотношения аппроксимирует дифференциальные уравнения на решении с порядком при малых значениях параметров. При этом используются следующие соотношения, являющиеся следствием уравнений (3)

$$\begin{aligned} p_{t t} &= -p_{xxxx}, & q_{t t} &= -q_{xxxx}, \\ q_{x x t} &= p_{xxxx}, & p_{x x t} &= -q_{xxxx}. \end{aligned}$$

Множитель перехода простейших гармоник для разностных соотношении аппроксимируется выражением

$$Q = \frac{1 - (1 - \alpha)d^2(0.5 - \sigma) + id(1 - \sigma)}{1 + \alpha d^2(0.5 - \sigma) + id\sigma}$$

После несложных выкладок можно показать, что критерий фон-Неймана будет выполнен, если

$$(1 - 2\alpha) d^4 (\sigma - 0.5)^2 \leq 0.$$

Т.е. если $\alpha \geq 1/2$ то разностная схема также устойчива по начальным данным в норме пространства $L_{2,h}$ при малых σ .

Заметим, что среди семейства разностных схем вида (6.5) наиболее привлекательны случаи, когда $\sigma = \alpha = 0$ и $\alpha = 0$. В первом случае расчеты ведутся по явным формулам, а во втором случае для нахождения параметров задачи на верхнем временном слое можно ограничиваться использованием формул трехточечной матричной прогонки. Однако в обоих случаях, как показывает вышеприведенный анализ, соответствующие разностные схемы являются абсолютно неустойчивыми.

Руководствуясь вышеуказанными соображениями, будем рассматривать схему вида (4). Тогда соответствующие разностные выражения для уравнений (1а), (1б) будут иметь вид

$$\begin{aligned} p_{\bar{t}}^{n+1} + q_{x\bar{x}}^{n+1} &= f(t_n, x), \\ q_{\bar{t}}^{n+1} + p_{x\bar{x}}^{n+1} &= g(t_n, x), \end{aligned} \quad (5)$$

где функции f и g соответствуют правым частям выражений (1а), (1б) соответственно, вычисленные в узлах сетки в момент времени $t_n = n\tau$

$$u_{\bar{t}}^{n+1} + u_{x^0}^n = -(S_3)_{x^0}^n + \frac{\tau\delta}{2} u_{x\bar{x}}^n, \quad (6)$$

где δ – некоторый вещественный параметр.

Разностная схема (6) при $\lambda = 0$, $\delta = 1$ соответствует схеме Лакса-Вендроффа, аппроксимирующая уравнение смещения с порядком

ВЫВОДЫ

Проведена численная реализация конечно-разностными методами задачи Коши для систем нелинейных эволюционных уравнений описывающих магнон-фононные взаимодействия. Исследование устойчивости построенных разностных схем проводилось методом Фурье-анализа.

Основные расчеты были проведены по разностной схеме (5), (6) при сравнительно малых значениях ($\tau = 0.001 - 0.005$). Сходимость численного решения проверялась по последовательности сеток с числом узлов $N = 1001, 2001$ при различных τ . Сходимость в норме пространства $L_{2,h}$ удовлетворительная. В худшем случае, когда $\Delta = 50$, $\lambda = 1$ относительная погрешность оставляла $\approx 2\%$.

Графики результатов численных расчетов показывают процесс распространения гармонических волн. Расчеты проведены для $N = 2001$ на промежутке $[-20, 20]$, т.е. с шагом $h = 0, 02$.

Функции $S_1(x, t), S_2(x, t)$ имеющие в начальный момент времени форму уединенных волн, по истечении времени продолжают распадаться на волн меньшей амплитуды. Причем с увеличением количества волн, уменьшаются их амплитуды, и при больших значениях времени ($t \approx 5$) $S_1(x, t), S_2(x, t) \rightarrow 0$. Функция $S_3(x, t)$ имеющая в начальный момент форму уединенной волны с течением времени продолжает уменьшать свою амплитуду и при больших t ($t \approx 5$) $S_3(x, t) \rightarrow 1$. Функция $u(x, t)$ не меняя свою профиль, двигается в положительном направлении оси x .

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Косевич, А. М., Иванов, Б. А., Ковалев, А. С.** Нелинейные волны намагнитченности. Динамические и топологические солитоны. – Киев : Наукова думка, 1983. – 192 с.

2 **Мырзакулов, Р.** Новые солитонные модели 1D магнетиков с деформируемой решеткой // Изв.АНКаз ССР, сер. физ.-мат. – 1989. – № 6. – С. 7–10.

3 **Ковеня, В. М., Яненко, Н. Н.** Метод расщепления в задачах газовой динамики. – Новосибирск : Наука, 1981. – 304 с.

4 **Таттибеков, К. С.** Солитоны в одной магнитоупругой модели / Материалы X международной научно-практической конференции

«Ключевые вопросы современной науки» – Т 31. Математика. – София, 2014. – С.11–15.

5 **Самарский, А. А.** Теория разностных схем. М : Наука, 1983. 616 с. Материал поступил в редакцию 10.01.18.

Қ. С. Тәттібеков¹, Е. Е. Дүйсембиев²

Бір квазисызықты магнетиктер теңдеулерінің жүйесін сандық модельдеу

^{1,2}Физика-математика факультеті,

Тараз мемлекеттік педагогикалық университеті,

Тараз қ., 080000, Қазақстан Республикасы.

Материал баспаға 10.01.18 түсті.

K. S. Tattibekov¹, E. E. Duisembiev²

Numerical simulation of a system of quasi-linear equations of magnets

^{1,2}Faculty of Physics and Mathematics,

Taraz State Pedagogical University,

Taraz, 080000, Republic of Kazakhstan.

Material received on 10.01.18.

Нөлден өзге температураларда ферромагнетик атомдары қозғалыссыз болмайды, тепе-теңдік ұстанымдары – кристалдық тордың түйіндері маңайында шағын тербелістер орындалады. Осының салдарынан алмасудың өзара әрекеттесуінің энергиясы өзгереді және спиндік толқындар мен торлы тербелістер (фонондық) арасында өзара әрекеттесу пайда болады. Сондықтан, торлары деформацияланған ферромагнетиктерге сәйкес келетін үлгілерді математикалық зерттеу мәселесі орынды болып табылады. Бұл мақалада 1D магнетиктердегі магнон-фононды өзара әрекеттесулерді сипаттайтын сызықтық емес эволюциялық теңдеулер жүйесінің Коши есебі үшін сандық шығарылымы іске асырылған. Фурье талдауларының көмегімен сандық есептеулерде нақтылығы жағынан сенімді және есептеулерде тиімді алгоритмдері таңдап алынады. Нақтылық мәселелері модельді теңдеулер үшін зерттелген. Жобаланған әдістеме негізінде сандық есептеулер жүргізіліп, нәтижелеріне талдау жасалынған.

At temperatures other than zero, the atoms of the ferromagnet are not fixed, but make small oscillations about the equilibrium positions – the nodes of the crystal lattice. Because of this, the energy of the exchange interaction changes and interactions arise between spin waves and lattice

vibrations (phonons). Therefore, the question of the mathematical study of models corresponding to ferromagnets with a deformable lattice is relevant. In the article the numerical implementation of the Cauchy problem for a system of nonlinear evolution equations describing magnon-phonon interaction in 1D magnetics. With the help of Fourier analysis, a calculation algorithm is chosen that is reliable in stability and effective for numerical implementation reasons. Stability study was carried out in the case of the model equations. On the basis of the developed method numerical calculations and analysis of the results were conducted.

Секция «НАУЧНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ
ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОТРАСЛЯМ»

FTAMP 59.01.85

К. Ж. Айтбаева¹, А. Ж. Асаинова²

¹Физика, математика және ақпараттық технологиялар факультеті, С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ., 140008, Қазақстан Республикасы;

²п.ғ.к., доцент, Физика, математика және ақпараттық технологиялар факультеті, С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті Павлодар қ., 140008, Қазақстан Республикасы
e-mail: ¹akj_86@mail.ru; ²asal_fr@mail.ru

**«АҚЫЛДЫ» ҮЙ ЖҮЙЕСІН ҰЙЫМДАСТЫРУДА ҚОСЫМША
ҚҰРАЛДАРДЫ ҚОЛДАНУ**

Бұл мақалада біздің аймағымызда «Ақылды» үй жүйесін енгізудің мәселелері мен негізгі факторлары қарастырылады. Мақалада «Ақылды» үй жүйесінің негізгі мәні талқыланады. Сондай-ақ, «Ақылды» үйдің негізгі артықшылықтары мен қолдануды ыңғайлылығының қол жетімділігі ұсынылады. Электр аспаптарын қашықтан басқару мобильді қосымша немесе веб-сайт арқылы жүзеге асырылады. «Ақылды» үй жүйесін ұйымдастыруда Интернет желісіне қосылу мүмкіндігі Wi-Fi арқылы сымсыз қол жеткізуге және кабельмен де жүзеге асырылатындығы туралы айтылады. Осыған байланысты, әлемде кең таралған Arduino платформасына қосымша орналастырыла алатын ESP8266 модулі және Shield Ethernet шилдасы қарастырылған. Осы құралдардың көмегімен Интернет желісіне қол жеткізу жүзеге асырылады. ESP8266 модулінің және Ethernet Shields шилдасының артықшылықтары мен техникалық сипаттамалары толық талқыланады.

Кілтті сөздер: «Ақылды» үй, сымсыз байланыс, үйді автоматтандыру, қашықтан басқару құрылғылары, сымды байланыс.

КІРІСПЕ

Бүгінгі күні күнделікті жұмыстың көпшілігі жеңілдетілді және автоматтандырылды, бұл үрдістің сапалығы жыл сайын артып келеді.

Қазіргі адамның күнделікті өмірінде қашықтан басқару технологиялары басым алған. Бұл технологиялар тек уақытты үнемдеумен шектелмей, орналасқан жерге қарамастан тиесілі жұмысты басқаруға мүмкіндік береді. Электрқұрылғыларды басқару жүйесі барлық электр құралдарын пайдаланбаған жағдайда қашықтықтан өшіруді іске асырады.

«Ақылды» үй өмір жайлылығының деңгейін жоғарылатудың заманауи құралы болып табылады. Өйткені, үрдістердің басым бөлігі автоматты түрде іске асырылады, ал қалған бөлігін қашықтықтан басқаруға болады. «Ақылды» үй жүйесін зерттеу және жетілдіру өзекті мәселелердің бірі.

Берілген тақырыптың өзектілігі соңғы үрдістермен анықталады. Қазіргі кезде үйді құрастыру немесе жөндеу барысында жарықтандыруды, жылууды, ауа алмастыруды, аудио, видеотехниканы және күзет дабылдамасын басқаратын «ақылды» үй жүйесінің жеке бөлімдері немесе толық нұсқасы орналастырылады.

НЕГІЗГІ БӨЛІМ

«Ақылды» үй жүйесінің бүкіл әлем бойынша кең тарағанына қарамастан, Қазақстан халқының басым көпшілігі үшін бұл инновация және бүгінгі күнде термин ретінде ғана қабылданады.

Дегенмен, «Ақылды» үйдің кейбір элементтері, мысалы, жарықты немесе жыл еденді бірыңғай панель немесе пульт арқылы басқару жүйесі көбіне таныс.

«Ақылды» үй жүйесінің баяу енгізу үрдісі көптеген факторлармен түсіндіріледі, оның бірі – осындай технологиялардың жұмыс принциптерін және алынатын экономикалық пайданы түсінудің жоқтылығы. Әрине, жарық датчиктері немесе су өтудің датчиктері секілді «ақылды» үй жүйесінің жеке элементтері көптен бері ерекше емес және мегаполис тұрғындарының үйлері мен пәтерлерінде қолданып кеңейтілген.

Келесі факторлардың бірі – баға мәселесі. «Ақылды» үй жүйесінің құны біздің нарығымызда өте жоғары. Мысалы, егер жобаға музыкалық сүйемелдеуді, таратылған теледидарды, үй кинотеатрын, өрт сөндіргіш жүйесін және күзет дабылдамасын енгізген жағдайда жоғары құны өседі.

«Ақылды» үй жүйесінің құны туралы сұрағы – бірінші кезекте бұл объектіні автоматтандыру деңгейі туралы сұрағы, кейін компания инженерінің тәжірибесі және тек соңында ғана берілген өндірушінің өнімін жеткіздіретін компания көңілге алынады.

«Ақылды» үй жүйесінің баяу енгізу үрдісінің келесі факторы тұрғын үй электр өткізгіштік жүйесінің орналасуының өзгертілуі болып табылады. «Ақылды» үй салу үшін пәтердегі барлық электрлік сымдарын ашып, толығымен өзгерту қажет.

«Ақылды» үй – бұл жұмыс кеңістігін өнімді және тиімді пайдалануды қамтамасыз ететін ғимарат. Бұл жүйе адамның өмірін жеңілдету үшін ғана емес, мүмкіндігінше ыңғайлы ету үшін де жасалған.

Әрбір үй иесі өз үйін бір әмбебап құрылғы арқылы басқара алады.

Жүйе қауіпсіздікті, сенімділікті және салыстырмалы эргономиканы қамтамасыз етеді. Қауіпсіздік тұжырымдамасы тек қана күзет дабылы ғана емес, сондай-ақ кіруді бақылау жүйелерін, бейнебақылауды да білдіреді. Ағып кетулерден, электр қуатын өшіруден және басқа да төтенше жағдайлардан қорғау үй иелеріне келеңсіз тұрмыстық мәселелерден аулақ болуға мүмкіндік береді [1].

Тіпті үйде болмаған кезде де үйді тексеруге болады. Бұл тек қана камера арқылы ғана емес. Үшінші тарап жабдықтарын басқаруға мүмкіндік беретін қосымшаны пайдаланып, тіпті жұмыс кезінде немесе кез-келген жерде де жууды қосуға немесе шығыршықтағы ұмытып кеткен үтікті өшіруге болады.

Тұрмыстық техника адам үшін ыңғайлы өмірді қамтамасыз етуге арналған. Бірақ соңғы он жылдықта дерлік үйде көптеген тұрмыстық техника жинақталды, бұдан жаңа мәселе туындады: олардың жұмысын қалай бақылауға болады. Ақылды үй барлық тұрмыстық техниканың жұмысын басқарады.

Үйдегі барлық электр аспаптары үшін - теледидар, темір, тоназытқыш, ыдыс жуғыш және кір жуғыш машина, электр жылытқыштар және т.б. басқару панеліндегі бір немесе екі батырмаға бағынышты болуы үшін, барлық розеткалар бір-бірімен байланысып бір желіге қосылып, ақылды үй жүйесіне бағынышты болуы қажет. Енді басқару панеліндегі батырманы басқанда немесе мобильды қосымша арқылы қажетті құрылғыны немесе құрылғылар тобын қосуға немесе өшіруге болады. Розеткалардың қашықтан басқару құрылғысы тұрмыстық құрылғылардың жұмысын белгілі бір сценарийде алдын ала белгіленген кестеге сәйкес қосуды немесе өшіруді бағдарламалауға мүмкіндік береді [2].

Ақылды үйдің негізгі артықшылықтары уақытты үнемдеу, ресурстарды үнемдеу, үйдегі инженерлік жүйелер мен құрылғылардың қызмет мерзімін кеңейту, үйдің қауіпсіздігі болып табылады.

«Ақылды» үй жүйесінде орталық контроллерді таңдауда мұқият болу қажет. Бұл жағдайда ең танымал Arduino платформасы болып табылады. Arduino – бағдарламалау үшін ашық аппараттық платформасы бар микроконтроллерлер платасы. Түрлі физикалық құрылғылармен өзара әрекеттесу үшін контроллерді бағдарламалауды құрастырудың арнайы ортасы бар [3]. Бұл платформаның әмбебаптылығы және төмен құны басты артықшылықтары болып келеді.

Ақылды үйдің артықшылығы - қашықтан басқару және бақылау болып табылады. Сондықтан ақылды үй жүйесін құруда қолданылатын платформалар интернет желісіне қол жеткізудің мүмкіндігі болуы қажет. Платформалардың интернет желісіне қол жеткізудің түрлі әдістері бар, сонымен қатар платформаны қолданбай, Wi-Fi арқылы сымсыз байланыс функциясына ие болатын және жеке дара жұмыс істей алатын модульдер де болады. Жыл сайын сыртқы контроллерсіз жеке дара жұмыс істей алатын, қайта жазылған модульдер көп таралған. Мысал ретінде ESP8266 – кең танымал, көптеген микроконтроллермен, оның ішінде Arduino-мен жұмыс істей алатын Wi-Fi модуль. ESP8266 модулі ақылды үй жүйесін құрастыруда көптеген жағдайда жеке дара құрал ретінде қолданылады.

ESP8266 модульдері Wi-Fi шешімін алуға мүмкіндік береді және келесі техникалық сипаттамаларға ие: WEP, WPA, WPA2 сияқты Wi-Fi протоколдарын қолдау, клиент (STA), кіру нүктесі (AP) секілді жұмыс істеу режимдерін қолдау, қуат көзі – 1.7-3.6 V, ток тұтынуы – жұмыс режиміне байланысты 300 мА дейін [4].

Бірақ, Wi-Fi сымсыз қол жеткізу нүктесінің болмаған жағдайда, Ethernet Shield атты шилданы қолдануға болады. Ethernet Shield W5100 Arduino микроконтроллерін Ethernet желісіне TCP/IP кабелі арқылы қосылуға және интернетпен байланысуға қызмет етеді. Бұл шилд Arduino мүмкіндігін кеңейтеді және Интернет бар жерде әлемнің кез келген жерінен деректерді жіберуге және алуға мүмкіндік береді. Веб-сайттан қашықтан басқаруға немесе жеке парақшаңызға жаңа хабар келгенде қандай да бір сигналды енгізуге болады. Ethernet Shield жаңа мүмкіндіктердің шексіз санын ашады [5].

Техникалық мінездемесіне келетін болсақ, Ethernet Shield ішкі буфері 16К-ға тең W51000 чипіне негізделген. Интернетке қосылу жылдамдығы 10/100 Мб дейін жетеді. Берілген шилданы қолданудың артықшылықтары - желіге кіру мүмкіндігі, MicroSD карталарына арналған слоттың болуы, Arduino UNO және Mega контроллерімен үйлесімділігі [6].

ҚОРЫТЫНДЫ

«Ақылды» үй жүйесін біздің өңірлерімізде енгізу өзекті мәселелердің бірі болып қалуда. «Ақылды» үй жүйесін жеке нұсқасын құруда түрлі платформаларды қолданып, әрбір адамның қажеттілігі бойынша әмбебап жүйені құрастыруға болады. Платформалардың мүмкіндіктерін кеңейтетін түрлі әдістер мен құралдарды қолдануға болады. Берілген мақалада түрлі электр аспаптарын қашықтан, дәлірек айтқанда интернет желісі арқылы басқаруда Arduino платформасында Ethernet Shield, ESP8266 сияқты құрылғыларды қосымша қолданудың мүмкіндігі қарастырылды.

ПАЙДАЛАНҒАН ДЕРЕКТЕР ТІЗІМІ

1 **Архипов, В.** «Системы для «интеллектуального» здания» СтройМаркет». – № 45. – 1999.

2 **Харке, В.** «Умный дом. Объединение в сеть бытовой техники и системы коммуникаций в жилищном строительстве» – Техносфера, 2006.

3 <https://doc.arduino.ua/ru/about>.

4 <http://www.emc-problem.net>.

5 <http://arduino-diy.com/arduino-ethernet-shield-osnovi>

6 <https://arduino-kit.ru/catalog/id/ethernet-shild-w5100-dlya-mega-2560-1280-328-unr-r3>

Материал баспаға 10.01.18 түсті.

К. Ж. Айтбаева¹, А. Ж. Асаинова²

Использование дополнительных приборов при создании системы «Умный» дом

^{1,2}Факультет Физики, математики и информационных технологий

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова

г. Павлодар, 140008, Республика Казахстан.

Материал поступил в редакцию 10.01.18.

K. Zh. Aitbayeva¹, A. Zh. Asainova²

Using additional devices when creating a Smart house system

^{1,2}Faculty of Physics, Mathematics and Information Technology

S. Toraihyrov Pavlodar State University,

Pavlodar, 140008, Republic of Kazakhstan.

Material received on 10.01.18.

В данной статье рассматриваются проблемы и основные факторы внедрения системы «Умного» дома в нашем регионе. В статье излагается основная суть системы «Умного» дома. Также, указаны основные приоритеты и удобства использования системы «Умного» дома. Удаленное управление электроприборами осуществляется при помощи мобильного приложения, либо с помощью веб-сайта. При создании системы «Умного» дома реализация доступа к сети Интернет может осуществляться как при беспроводной связи, так и посредством кабеля. В связи с этим рассмотрены модуль ESP8266 и шилд Ethernet Shield на основе распространенной платформы Arduino. При помощи данных средств

осуществляется реализация доступа к сети Интернет. Детально рассмотрены преимущества и технические характеристики модуля ESP8266 и шилды Ethernet Shield.

This article examines the problems and main factors of the introduction of the Smart Home system in our region. In the article, the basic essence of the «Smart» house system is being debated. Also, the main priorities and usability of the «Smart» house system are indicated. Remote control of electrical appliances is carried out using a mobile application, or through a website. When creating a «smart» home system, access to the Internet can be achieved both with wireless communication and with a cable. In this regard, there are examined the module ESP8266 and Shield Ethernet Shield based on the widespread platform Arduino. With the help of these means, access to the Internet is realized. The advantages and technical characteristics of the ESP8266 module and Ethernet Shields are discussed in detail.

SRSTI 14.85.09

B. A. Zhekibaeva¹, K. K. Sagadieva², N. Bodaybekova³

¹candidate of pedagogical sciences, Department of «Pedagogy and methods of primary education», Pedagogical faculty, E. A. Buketov Karaganda State University, Karaganda, 100000, Republic of Kazakhstan;

²master of pedagogical sciences, associate professor, Department of «Foreign languages», Mechanical engineering faculty, Karaganda State Technical University, Karaganda, 100000, Republic of Kazakhstan;

³undergraduate student, specialty «Pedagogics and methods of primary education», Pedagogical faculty, E. A. Buketov Karaganda State University, Karaganda, 100000, Republic of Kazakhstan.

e-mail: ¹bota2703@gmail.com; ²k.sagadieva@kstu.kz; ³bodaubekova_n_k@mail.ru

FROM HISTORY OF NEW INFORMATION TECHNOLOGIES' DEVELOPMENT

The article presents the results of the scientific research connected with future teachers' using of new information technologies in pedagogical process of universities and schools. On the basis of studying of the normative and conceptual documents relating to the strategy of modernization of education, authors proved relevance of introduction of information and communication technologies in educational process of the Republic of Kazakhstan. This process is followed by the essential changes in the pedagogical theory and practice connected with entering of the amendments into the content of teaching, promoting harmonious introduction of the personality into information society through using of technical capabilities of the personal computer and other microprocessor equipment. The analysis of scientific works of foreign and domestic scientists allowed to disclose value of each stage of development of new information technologies, to show their advantages in formation of information culture of future experts.

Keywords: new information technologies, computer technologies, new information technologies of teaching, manual information technology, machinery technology, electronic technology, network technology.

INTRODUCTION

The modern stage of the Kazakhstan society's development is characterized by the introduction of information technologies into all spheres of human activity.

Information processes become dominant in the economy, politics, education, culture, scientific research, and the financial system. The state policy in the field of informatization of society is one of the most important indicators of its development.

In the documents of Government of the Republic of Kazakhstan and the Ministry of education and science of Kazakhstan, which related to the strategy of modernization of education, the important meaning is given to the development and implementation of information and communication technologies in the educational process. These technologies are due to both changes in the form of life, when the importance of informational activity increases and inside of informational is active, independent processing of the data, the adoption of new solutions in emergency situations using technical tools and inside educational reasons connected with the informatization of education [1–5].

In the normative and conceptual documents (the Laws of the Republic of Kazakhstan «On Education», «On Informatization», State program of Informatization of secondary education system of the Republic of Kazakhstan, State program of education development in the Republic of Kazakhstan 2011-2020, the Program of Informatization of educational institutions of primary and secondary professional education, etc.) the task of mastering modern information and computer technologies are set, and therefore the system of higher professional education should be aimed at forming a high level of information culture of future specialists, which as a result of the new information technologies create real opportunities for integration into global information space, participation in professional information processes, handling information resources available in different types and using its funds for self-expression [1–5]. This process is accompanied by significant changes in pedagogical theory and practice related to adjustments in the curriculum; contribute to the harmonious joining of identity in the information society, based on adequate use of new information technologies and use of the technical capabilities of a personal computer and other microprocessor based equipment.

MAIN PART

Analyzing the problems facing humanity in the new Millennium, V. T. Kinelev notes that their complexity forces us to speak not only about preservation but also about expanding education, improving its quality: the more you advance in civilization on the way of its historical development, the more people without education are pushed beyond the limit of living conditions worthy of human dignity [6]. In this respect, new information technologies have become an additional «makeweight» in training, but an integral part of the educational process, significantly enhancing its effectiveness. It should be noted that scientific

and theoretical problems of organization of educational process with application of new information technologies in schools, got its start in the system of programmed learning (V. P. Bepalko, N. D. Nikandrov, N. F. Talyzina, etc.) and have been disclosed in the scientific works of V. A. Izvozchikov, A. M. Korotkov, G. M. Kodzhaspirova, M. S. Malibekova, E. I. Mashbits, E. S. Polat, I. V. Robert) [7–13].

Thus, under the new information technology of training of the above-mentioned and other scientists understand how to implement the content of training provided for training programmes, which is a system of forms, methods and means of teaching, ensuring the achievement of educational goals.

Analysis of scientific-pedagogical literature shows that information technologies in its development have come a long way of development.

The study of the historical path of their development shows that, if as the basis (means) of information technologies were selected tools, which helped to the processing of information (instrument of technology), that is the stages of its development can be summarized as follows:

1st phase (until the second half of the XIX-th century) named “manual” information technology, tools which were: a pen, inkwell, book. Communication was carried out manually by transferring through mails letters, packages, dispatches, and the main purpose of technology was the presentation of the information in the right form.

2nd stage (from the end of the XIX-th century) named «mechanical» technology, equipped with more sophisticated means of delivery of mail, tools which were: a typewriter, telephone, tape recorder, where the main goal of technology was the presentation of the information in the right form more conveniently.

3rd stage (the 40-60-ies of the XX-th century) named «mechanical» technology, which Toolbox consisted of large computers and associated software, electric typewriters, copiers, portable recorders. Here we see that the main purpose of information technology begins to move from the forms of presentation of information on the formation of its content.

4-th stage (early 70 s) named «electronic» technology, the main means of which were large computers and created on their basis of the automated control systems (management information system) and information retrieval system, equipped with a wide range of basic and specialized software complexes. Center of gravity technology is even more shifted to the formation of substance information management environment in various spheres of social life, especially on the organization of analytical work.

5-th stage (mid-80s) named «computer» (new) technology, whose main instrument is a personal computer with a wide range of standard software

products for different purposes. At this stage, the process of personalization of the automated control systems (management information system), which is manifested in the creation of systems of support of decision-making defined by experts. Such systems have built-in elements of the analysis and artificial intelligence for different management levels, implemented on a personal computer and using telecommunications. In connection with the transition to microprocessor base significant changes are technical and household, cultural and other purposes.

6th stage is the «network technology». At the present time it is characterized by the rapid development and wide use in various fields of knowledge, due to the popularity of the global computer network Internet [14].

As shows the analysis of the above enumerated stages of formation of information technology studied a phenomenon only in the fifth stage, is entering a new category, due to scientific and technical progress, receives the qualitative characteristics of a higher order and is executed as «new information technologies». It's in the first of all.

Second, the development of new information technologies is associated with such science as Computer science, for formation which the scientists identify two trends: the first is limited to the social sphere, and the second considers Computer science as an integrated scientific and technological direction, to study the most important methodological aspects of the development, design, creation of automated data processing systems, use of programming languages in computer systems, as well as their interaction with humans [10-14]. Therefore, Computer science detects the main characteristics of complex fundamental scientific and technical discipline.

Currently, the scientific direction «Computer science» is considered by the scientists S. V. Simonovich, B. Ya. Sovetov on three levels:

- the first level represents the physical level that includes software, hardware of computers and information networks;

- under the second level we means logic level, which include information technology, i.e. models, methods, ways of organization and automation of information processes;

- the third level, the so-called application layer, which refers to the use of information technology for solving problems of information processing in different spheres of human activity [15].

Disputes about what information technology or new information technology being a long time, some scientists are convinced that it is a science, while others consider them a branch of Computer science. Without going into a scientific debate, we note that the development of new information technologies is connected with development of science Informatics and improvement of instrumentation

technology, which allows you to use a set of methods and ways for collecting, processing and transmitting information.

Information technology, in the aggregate represent, scientists have defined a set of mathematical and cybernetic methods, modern technical means to ensure the implementation of the collection, storage, processing and transmission of data (primary information) to receive information of new quality about the state of an object, process or phenomenon (information product) on the basis of modern computer technology.

Thus, under the information process we understand all stages of transformation of information, ranging from the emergence of the new knowledge to their transformation into information resources.

In recent years, the term «information technology» is often used synonymous with the term «computer technology», because all information processes at present in some way connected with the use of computer. However, the concept of «information technology» significantly, in our view, is broader and includes «computer technology» as a component.

In Pedagogics under of information technology training I. F. Kharlamov, G. K. Selevko, V.V. Afanasiyev take all technologies, using special technical information means (computer, audio, film, video).

As noted by G. N. Alexandrov, O. B. Tyshenko, A. A. Kharlamov, the term «new information technology training» in Pedagogics appeared when computers became widely used in the educational process of the University and schools. Developing this direction, I. F. Kharlamov argues that any pedagogical technology is an information technology as the basis of the technological learning process is information, its movement and transformation.

Generally accepted in the pedagogical science is the opinion of many teachers, scientists that new information technologies contribute to the further development of the ideas of programmed learning, which emerged as a way of teaching activities at the intersection of pedagogy, psychology and Cybernetics, and their appearance was due to both practical needs and theoretical developments in the field of computer training systems.

Analysis of research in this direction indicates that at some stage there was a tendency to partially, and sometimes completely remove the function of teaching the technical devices that can manage the process of learning with the help of special programs, on the one hand, and with another - to identify and focus on the negative aspects of computer-programmed learning, among which it is noted, for example, the impossibility of the formation by means of computer technology worldview of the learners. And, however, almost all researchers have noted that with the advent of new information technologies and their using in pedagogical process of the University and the school opened a brand new, still not fully

explored training options associated with the unique unlimited possibilities of modern computers and telecommunications [6–15].

Consequently, the new information technologies of training are processes of preparation and transfer of information to the learner, the implementation of which is the computer and other microprocessor technology, to implement functions which need special software corresponding to the psychological and didactic requirements.

Developing problems new information technology G. K. Selevko justifies three versions of their application:

- as «penetrating» technology (use of computer-based training on specific topics, sections for individual didactic problems);
- as the main, decisive, the most significant is used in these technology parts;
- as monotehnology(nanotechnology) in which all learning, all education, including all types of diagnostics, monitoring rely on the application of computer [16].

As shown by study and analysis of pedagogical activity of the universities and schools of each of these variants can be successfully applied in practice.

Further study and analysis of scientific works on the research problem allowed disagreeing with the opinion of scientists who identified the main advantages and disadvantages of using information technology in education.

Among the benefits of information technology using the researchers noted the following:

- individualization of training;
- handling large volumes of information;
- complex effects on the channels of perception;
- unlimited number of jobs;
- immediate feedback;
- interactivity;
- adaptivity.

To the disadvantages they list:

- limitation of speech by inner focus,
- excluding the possibility of dialogue with the teacher;
- thought process is enclosed within the original algorithm that doesn't exclude detachment from reality [11–13].

CONCLUSIONS

Thus the development and the natural perfection of new information technologies, managing by the needs of society and the state and, of course, the scientific and technical progress, creating real possibilities for their use in the education system with the purpose of development of creative abilities of human.

The use of a computer, another microprocessor technology and advanced learning technologies promotes not only intellectual development, but also opens new dimensions of consciousness. And interaction of subjects of pedagogical process, their «on-line chat», inseparable from information technologies, concatenates them into a single system, which is the basis of information culture of the student.

The improvement of computer technology, the scientific and theoretical development of psychological and pedagogical bases of its application in the pedagogical process of the University and schools contributed to the emergence of specific based on modern information technologies, practical methods, techniques and means of influencing the mental sphere of students in the learning process, important among which are interactive multimedia tools, the analysis of which we'll present in the next article.

REFERENCES

- 1 Law of the Republic of Kazakhstan «On education». – Almaty : LLP «BASPA», 2007. – 48 p.
- 2 Law of the Republic of Kazakhstan «On Informatization» № 217 dated 11.09. 2007.
- 3 State program of Informatization of secondary education in Kazakhstan. Approved by the Decision of the President dated 22.09.97, – № 3645.
- 4 State program of education development of the Republic of Kazakhstan 2011-2020 // Kazakhstanskaya Pravda. – 25.02.2010.
- 5 Program of Informatization of educational institutions of primary and secondary professional education. Approved by the Decree of the Government of the Republic of Kazakhstan dated 10.05.20107 – № 616.
- 6 **Kinelev, V. T.** Information technology in education // Informatics and education. – 2000. – No. 5. – P. 5–7.
- 7 **Izvozhikov, V. A.** Information technologies in the system of continuous pedagogical education. – SPb.: 1996. – 325 p.
- 8 **Korotkov, A. M.** Computer science learning: the system and the environment // Computer science and education. – 2000. – № 2. – P. 35–38.
- 9 **Kodzhaspirova, G. M., Petrov, K. V.** Technical means of training and methods of their using: Tutorial for students of Pedagogical High Schools. – M. : Academy, 2001. – 256 p.
- 10 **Malibekova, M. S.** Software engineering in SQL. Tutorial. – Karaganda : Publishing house of KSU, 2007. – 253 p.
- 11 **Mashbits, E. I.** Computerization of education: Problems and prospects. – M. : Znanie, 1986. – 80 p.

12 **Polat, E. S.** New pedagogical and information technologies in the educational system. – М. : Publishing center «Academy», 2002. – 272 p.

13 **Robert, I. V.** Modern information technologies in education: didactic problems, prospects of using. – М. : Shkola-Press, 1994. – 240 p.

14 **Gromov, G. R.,** National information resources. – М.: Science, 1985. –237 p.

15 **Sovetov, B. Ya.** Theory of information. The theoretical basis for the transmission of information in the ACS. – L. : Publishing house of Leningrad University, 1977. – 196 p.

16 **Selevko, G. K.** Modern educational technology: Tutorial. – М. : National education, 1998. – 256 p.

Material received on 10.01.18.

Б. А. Жекибаева¹, К. К. Сагадиева², Н. Бодаубекова³

Жаңа ақпараттық технологияның дамуының тари-хынан

^{1,3}Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті,
Қарағанды қ., 100000, Қазақстан Республикасы;

²Қарағанды мемлекеттік техникалық университеті,
Қарағанды қ., 100000, Қазақстан Республикасы.

Материал баспаға 10.01.18 түсті.

Б. А. Жекибаева¹, К. К. Сагадиева², Н. Бодаубекова³

Из истории развития новых информационных технологий

^{1,3}Қарагандинский государственный университет имени

Е. А. Букетова, г. Караганда, 100000, Республика Казахстан;

²Қарагандинский государственный технический университет,
г. Караганда, 100000, Республика Казахстан.

Материал поступил в редакцию 10.01.18.

Мақала жоғары мектеп және мектеп педагогикалық үрдісінде жаңа ақпараттық технологияларды пайдалану болашақ мұғалімдерді дайындаудың байланысты ғылыми зерттеулердің нәтижелерінің бірін ұсынады. Білім беру жаңғырту қатысты нормативтік және концептуалдық құжаттардың негізінде, Қазақстан Республикасының білім беру үрдісінде ақпараттық-коммуникациялық технологияларды енгізу өзектілігін авторлар дәлелдеді. Бұл процесс, дербес компьютермен және басқа да микропроцессорлық техникалық мүмкіндіктерін пайдалануға байланысты, педагогикалық теориясы мен практикасына елулі

өзгерістермен жеке тұлғаның ақпараттық қоғамдағы үйлесімді интеграциялау арқылы жүргізіледі. Шетелдік және отандық ғалымдардың ғылыми еңбектерін талдау арқылы жаңа ақпараттық технологиялардың дамыту әр кезеңінің, олардың болашақ мамандардың жаңа ақпараттық технологияларды мәдениетін артықшылықтарын қалыптастыруын көрсетуге мүмкіндік берді.

В статье представлен один из результатов научного исследования, связанного с подготовкой будущих учителей к использованию новых информационных технологий в педагогическом процессе вуза и школы. На основе изучения нормативных и концептуальных документов, относящихся к стратегии модернизации образования, авторы обосновали актуальность внедрения информационных и коммуникационных технологий в образовательный процесс Республики Казахстан. Этот процесс сопровождается существенными изменениями в педагогической теории и практике, связанными с внесением корректив в содержание обучения, способствующих гармоничному вхождению личности в информационное общество, на основе использования технических возможностей персонального компьютера и другой микропроцессорной техники. Анализ научных трудов зарубежных и отечественных ученых позволил раскрыть значение каждого этапа развития новых информационных технологий, показать их преимущества в формировании информационной культуры будущих специалистов.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ ПГУ ИМЕНИ С. ТОРАЙГЫРОВА
(«ВЕСТНИК ПГУ», «НАУКА И ТЕХНИКА КАЗАХСТАНА»,
«КРАЕВЕДЕНИЕ»)

Редакционная коллегия просит авторов руководствоваться следующими правилами при подготовке статей для опубликования в журнале.

Научные статьи, представляемые в редакцию журнала должны быть оформлены согласно базовым издательским стандартам по оформлению статей в соответствии с ГОСТ 7.5-98 «Журналы, сборники, информационные издания. Издательское оформление публикуемых материалов», пристатейных библиографических списков в соответствии с ГОСТ 7.1-2003 «Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления».

Статьи должны быть оформлены в строгом соответствии со следующими правилами:

– В журналы принимаются статьи по всем научным направлениям в

1 экземпляре, набранные на компьютере, напечатанные на одной стороне листа с полями 30 мм со всех сторон листа, электронный носитель со всеми материалами в текстовом редакторе «Microsoft Office Word (97, 2000, 2007, 2010) для WINDOWS».

– Общий объем статьи, включая аннотации, литературу, таблицы, рисунки и математические формулы не должен превышать **12 страниц печатного текста**. *Текст статьи: кегль – 14 пунктов, гарнитура – Times New Roman (для русского, английского и немецкого языков), KZ Times New Roman (для казахского языка).*

Статья должна содержать:

1 **ГРНТИ** (Государственный рубрикатор научной технической информации);

2 **Инициалы и фамилия** (-и) автора (-ов) – на казахском, русском и английском языках (*прописными буквами, жирным шрифтом, абзац 1 см по левому краю, см. образец*);

3 **Ученую степень, ученое звание;**

4 **Аффилиация** (факультет или иное структурное подразделение, организация (место работы (учебы)), город, область, страна, почтовый индекс) – на казахском, русском и английском языках;

5 **E-mail;**

6 **Название статьи** должно отражать содержание статьи, тематику и результаты проведенного научного исследования. В название статьи необходимо вложить информативность, привлекательность и уникальность (*не более 12 слов, заглавными прописными буквами, жирным шрифтом, абзац 1 см по левому краю, на трех языках: русский, казахский, английский, см. образец*);

7 **Аннотация** – краткая характеристика назначения, содержания, вида, формы и других особенностей статьи. Должна отражать основные и ценные, по мнению автора, этапы, объекты, их признаки и выводы проведенного исследования. Дается на казахском, русском и английском языках (*рекомендуемый объем аннотации – не менее 100 слов, прописными буквами, нежирным шрифтом 12 кегль, абзацный отступ слева и справа 1 см, см. образец*);

8 **Ключевые слова** – набор слов, отражающих содержание текста в терминах объекта, научной отрасли и методов исследования (*оформляются на языке публикуемого материала: кегль – 12 пунктов, курсив, отступ слева-справа – 3 см.*). Рекомендуемое количество ключевых слов – 5-8, количество слов внутри ключевой фразы – не более 3.

Задаются в порядке их значимости, т.е. самое важное ключевое слово статьи должно быть первым в списке (*см. образец*);

9 **Основной текст статьи** излагается в определенной последовательности его частей, включает в себя:

– слово ВВЕДЕНИЕ / KIPICPE / INTRODUCTION (*нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре см. образец*).

Необходимо отразить результаты предшествующих работ ученых, что им удалось, что требует дальнейшего изучения, какие есть альтернативы (если нет предшествующих работ – указать приоритеты или смежные исследования). Освещение библиографии позволит отгородиться от признаков заимствования и присвоения чужих трудов. Любое научное изыскание опирается на предыдущие (смежные) открытия ученых, поэтому обязательно сослаться на источники, из которых берется информация. Также можно описать методы исследования, процедуры, оборудование, параметры измерения, и т.д. (*не более 1 страницы*).

– слова ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ / НЕГІЗГІ БӨЛІМ / MAIN PART (*нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре*).

Это отражение процесса исследования или последовательность рассуждений, в результате которых получены теоретические выводы. В научно-практической статье описываются стадии и этапы экспериментов или опытов, промежуточные результаты и обоснование общего вывода в виде математического, физического или статистического объяснения. При необходимости можно изложить данные об опытах с отрицательным результатом. Затраченные усилия исключают проведение аналогичных испытаний в дальнейшем и сокращают путь для следующих ученых. Следует описать все виды и количество отрицательных результатов, условия их получения и методы его устранения при необходимости. Проводимые исследования предоставляются в наглядной форме, не только экспериментальные, но и теоретические. Это могут быть таблицы, схемы, графические модели, графики, диаграммы и т.п. Формулы, уравнения, рисунки, фотографии и таблицы должны иметь подписи или заголовки (*не более 10 страниц*).

– слово ВЫВОДЫ / ҚОРЫТЫНДЫ / CONCLUSION (*нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре*).

Собираются тезисы основных достижений проведенного исследования. Они могут быть представлены как в письменной форме, так и в виде таблиц, графиков, чисел и статистических показателей, характеризующих основные выявленные закономерности. Выводы должны быть представлены без интерпретации авторами, что дает другим ученым возможность оценить качество самих данных и позволит дать свою интерпретацию результатов (*не более 1 страницы*).

10 **Список использованных источников** включает в себя:

– слово СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ / ПАЙДАЛАНҒАН ДЕРЕКТЕР ТІЗІМІ / REFERENCES (*Нежирными заглавными буквами, шрифт 14 кегль, в центре*).

Очердность источников определяется следующим образом: сначала последовательные ссылки, т.е. источники на которые вы ссылаетесь по очередности в самой статье. Затем дополнительные источники, на которых нет ссылок, т.е. источники, которые не имели место в статье, но рекомендованы вами для кругозора читателям, как смежные работы, проводимые параллельно. Рекомендуемый объем *не более чем из 20 наименований* (ссылки и примечания в статье обозначаются сквозной нумерацией и заключаются в квадратные скобки). Статья и список литературы должны быть оформлены в соответствии с ГОСТ 7.5-98; ГОСТ 7.1-2003 (*см. образец*).

11 **Иллюстрации, перечень рисунков** и подрисовочные надписи к ним представляют по тексту статьи. В электронной версии рисунки и иллюстрации представляются в формате TIF или JPG с разрешением не менее 300 dpi.

12 **Математические формулы** должны быть набраны в Microsoft Equation Editor (каждая формула – один объект).

На отдельной странице (после статьи)

В бумажном и электронном вариантах приводятся полные почтовые адреса, номера служебного и домашнего телефонов, e-mail (для связи редакции с авторами, не публикуются);

Информация для авторов

Все статьи должны сопровождаться двумя рецензиями доктора или кандидата наук для всех авторов. Для статей, публикуемых в журнале «Вестник ПГУ» химико-биологической серии, требуется экспертное заключение.

Редакция не занимается литературной и стилистической обработкой статьи.

При необходимости статья возвращается автору на доработку. За содержание статьи несет ответственность Автор.

Статьи, оформленные с нарушением требований, к публикации не принимаются и возвращаются авторам.

Датой поступления статьи считается дата получения редакцией ее окончательного варианта.

Статьи публикуются по мере поступления.

Периодичность издания журналов – четыре раза в год (ежеквартально).

Статью (бумажная, электронная версии, оригиналы рецензий и квитанции об оплате) следует направлять по адресу:

140008, Казахстан, г. Павлодар, ул. Ломова, 64,

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, Издательство «Кереку», каб. 137.

Тел. 8 (7182) 67-36-69, (внутр. 1147).

E-mail: kereku@psu.kz

Оплата за публикацию в научном журнале составляет **5000 (Пять тысяч) тенге.**

Наши реквизиты:

РГП на ПХВ Павлодарский
государственный университет имени
С. Торайгырова
РНН 451800030073
БИН 990140004654

АО «Цеснабанк»
ИИК KZ57998FTB00 00003310
БИК TSESKZK A
Кбе 16
Код 16
КНП 861

РГП на ПХВ Павлодарский
государственный университет имени
С. Торайгырова
РНН 451800030073
БИН 990140004654

АО «Народный Банк Казахстана»
ИИК KZ156010241000003308
БИК HSBKZKX
Кбе 16
Код 16
КНП 861

ОБРАЗЕЦ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ:

ГРНТИ 396.314.3

А. Б. Есимова

к.п.н., доцент, Гуманитарно-педагогический факультет, Международный Казахско-Турецкий университет имени Х. А. Ясави, г. Туркестан, 161200, Республика Казахстан
e-mail: ad-ad_n@mail.ru

СЕМЕЙНО-РОДСТВЕННЫЕ СВЯЗИ КАК СОЦИАЛЬНЫЙ КАПИТАЛ В РЕАЛИЗАЦИИ РЕПРОДУКТИВНОГО МАТЕРИАЛА

В статье рассматриваются вопросы, связанные с кодификацией норм устной речи в орфоэпических словарях, являющихся одной из отраслей ортологической лексикографии. Проводится анализ составления первых орфоэпических словарей, говорится о том, что в данных словарях большее внимание уделяется устной орфографии в традиционном применении, а языковые нормы устной речи остались вне внимания. Также отмечается, что нормы устной речи занимают особое место в языке программ средств массовой информации, таких как радио и телевидение, и это связано с тем, что диктор читает свой текст в микрофон четко по бумажке. В статье также выявлены отличия устной и письменной речи посредством применения сравнительного метода, и это оценивается как один из оптимальных способов составления орфоэпических словарей.

Ключевые слова: репродуктивное поведение, семейно-родственные связи.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время отрасль мобильной робототехники переживает бурное развитие. Постепенно среда проектирования в области мобильной ...

Продолжение текста

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

На современном этапе есть тенденции к стабильному увеличению студентов с нарушениями в состоянии здоровья. В связи с этим появляется необходимость корректировки содержания учебно-тренировочных занятий по физической культуре со студентами, посещающими специальные медицинские группы в...

Продолжение текста публикуемого материала

ВЫВОДЫ

В этой статье мы представили основные спецификации нашего мобильного робототехнического комплекса...

Продолжение текста

Таблица 1 – Суммарный коэффициент рождаемости отдельных национальностей

	СКР, 1999 г.	СКР, 1999 г.
Всего	1,80	2,22

Диаграмма 1 – Показатели репродуктивного поведения

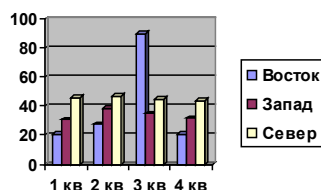


Рисунок 1 – Социальные взаимоотношения

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Эльконин, Д. Б. Психология игры [Текст] : научное издание / Д. Б. Эльконин. – 2-е изд. – М. : Владос, 1999. – 360 с. – Библиогр. : С. 345–354. – Имен. указ. : С. 355–357. – ISBN 5-691-00256-2 (в пер.).
- 2 Фришман, И. Детский оздоровительный лагерь как воспитательная система [Текст] / И. Фришман // Народное образование. – 2006. – № 3. – С. 77–81.
- 3 Антология педагогической мысли Казахстана [Текст] : научное издание / сост. К. Б. Жарикбаев, сост. С. К. Калиев. – Алматы : Рауан, 1995. – 512 с. : ил. – ISBN 5625027587.
- 4 http://www.mari-el.ru/mmlab/home/AI/4/#part_0.

А. Б. Есімова

Отбасылық-туысты қатынастар репродуктивті мінез-құлықты жүзеге асырудағы әлеуметтік капитал ретінде

Гуманитарлық-педагогикалық факультеті,
Қ. А. Ясауи атындағы Халықаралық Қазақ-Түрік университеті,
Түркістан қ., 161200, Қазақстан Республикасы.

A. B. Yesimova

The family-related networks as social capital for realization of reproductive behaviors

Faculty of Humanities and Education,
K. A. Yesevi International Kazakh-Turkish University,
Turkestan, 161200, Republic of Kazakhstan.

Мақалада ортологиялық лексикографияның бір саласы – орфоэпиялық сөздіктердегі ауызша тіл нормаларының кодификациялануымен байланысты мәселелер қарастырылады. Орфоэпиялық сөздік құрастырудың алғашқы тәжірибелері қалай болғаны талданып, дәстүрлі қолданыстағы ауызша емлесімен, әсіресе мектеп өмірінде жазба сөзге ерекше көңіл бөлініп, ал ауызша сөздің тілдік нормалары назардан тыс қалғаны айтылады. Сонымен қатар, ауызша сөз нормаларының бұқаралық ақпарат құралдары – радио, телевизия хабарлары тілінде ерекше орын алуы микрофон алдында диктордың сөзді қағаз бойынша нақпа-нақ, тақпа-тақ айтуымен байланысты екені атап көрсетіледі. Сөздікте ауызша сөзбен жазба сөздің салғастыру тәсілі арқылы олардың айырмасын айқындағаны айтылып, орфоэпиялық сөздік құрастырудың бірден-бір оңтайлы жолы деп бағаланады.

The questions, related to the norms of the oral speech codification in pronouncing dictionary are the one of the Orthologous Lexicography field, are examined in this article. The analysis of the first pronouncing dictionary is conducted, the greater attention in these dictionaries is spared to verbal orthography in traditional application, and the language norms of the oral speech remained without any attention. It is also marked that the norms of the oral speech occupy the special place in the language of media programs, such as radio and TV and it is related to that a speaker reads the text clearly from the paper. In the article the differences of the oral and writing language are also educed by means of application of comparative method and it is estimated as one of optimal methods of the pronouncing dictionary making.

Теруге 13.02.18 ж. жіберілді. Басуға 26.02.2018 ж. қол қойылды.
Пішімі 70x100 ¹/₁₆. Кітап-журнал қағазы.
Шартты баспа табағы 6,9. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
Компьютерде беттеген М. А. Шрейдер
Корректорлар: А. Р. Омарова, К. Б. Жетписбай
Тапсырыс № 3224

Сдано в набор 13.02.2018 г. Подписано в печать 26.02.2018 г.
Формат 70x100 ¹/₁₆. Бумага книжно-журнальная.
Усл.печ.л. 6,9. Тираж 300 экз. Цена договорная.
Компьютерная верстка М. А. Шрейдер
Корректоры: А. Р. Омарова, К. Б. Жетписбай
Заказ № 3224

«Кереку» баспасынан басылып шығарылған
С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«КЕРЕКУ» баспасы
С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.
67-36-69
e-mail: kereku@psu.kz