

Торайғыров университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Торайғыров университета

ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРШЫСЫ

Физика, математика және компьютерлік
ғылымдар сериясы
1997 жылдан бастап шығады



ВЕСТНИК ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Серия: Физика, математика
и компьютерные науки
Издается с 1997 года

ISSN 2959-068X

№ 1 (2023)
Павлодар

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА**

Серия: Физика, математика и компьютерные науки
выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о постановке на переучет периодического печатного издания,
информационного агентства и сетевого издания
№ KZ91VPY00046988

выдано

Министерством информации и общественного развития
Республики Казахстан

Тематическая направленность

публикация материалов в области физики, математики,
механики и информатики

Подписной индекс – 76208

<https://doi.org/10.48081/SGQS7560>

Бас редакторы – главный редактор

Тлеуменов С. К., *ф.-м.г.д., профессор*

Заместитель главного редактора Испулов Н. А., *ф.-м.г.к., профессор*

Ответственный секретарь Жумабеков А. Ж., *PhD*

Редакция алкасы – Редакционная коллегия

Esref Adali,	<i>PhD докторы, профессор (Турция);</i>
Qadir Abdul,	<i>PhD докторы, профессор (Пакистан);</i>
Донбаев К. М.,	<i>ф.-м.г.д., профессор;</i>
Демкин В. П.,	<i>ф.-м.г.д., профессор (Российская Федерация);</i>
Жумадилаева А. К.,	<i>т.г.к., кауымд. профессор;</i>
Ибраев Н. Х.,	<i>ф.-м.г.д., профессор;</i>
Косов В. Н.,	<i>ф.-м.г.д., профессор;</i>
Сентова С. М.,	<i>пед.г.д., профессор;</i>
Шоканов А. К.,	<i>ф.-м.г.к., профессор</i>
Омарова А. Р.,	<i>технический редактор</i>

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели

Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов

При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник Торайгыров
университета» обязательна

© Торайгыров университет

***Л. И. Теняева¹, М. Кудайберген²**

¹Торайғыров университет, Республика Казахстан, г. Павлодар;

²Средняя общеобразовательная школа № 40 города Павлодара,
Республика Казахстан, г. Павлодар

*e-mail: tenyaeva80@mail.ru

ФОРМИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ПОНЯТИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Образование должно дать навыки и знания, которые позволят добиться успеха в современном мире. В связи с этим разнообразием информации и технологий становятся актуальными исследования, посвященные оптимизации содержания, методов и средств обучения, с учетом индивидуальных потребностей и возможностей обучаемых. Основная проблема исследования заключается в необходимости повышения личностной эффективности усвоения знаний и навыков обучающимися по математике на основе развития учебных возможностей. Исследование посвящено разработке методики визуализации содержания темы «Определители второго порядка» на основе формирования трансдисциплинарной системы математических понятий из разных разделов: линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии. В учебно-методической литературе не были отражены геометрические задачи, приводящие к математическому пониманию определителя матрицы, как прямоугольной таблицы элементов произвольной формы. Цель исследования состоит в разработке методики изучения темы трансдисциплинарными средствами визуализации содержания для повышения личностной эффективности усвоения ее обучающимися. Результаты исследования: разработана методика геометрической визуализации изучения алгебраической темы «Определители второго порядка» средствами векторной алгебры. Данная методика позволяет «увидеть» математическое понятие, сформулировать его геометрический смысл.

Ключевые слова: визуализация, наглядность, трансдисциплинарная система знаний, определитель, геометрический смысл.

Введение

Одной из актуальных проблем изучения математики является развитие познавательного интереса у обучающихся для более полной и эффективной реализации их потенциальных учебных возможностей личности. В связи с ростом и доступностью объема информации роль и значение когнитивной субъектности личности обучаемых также возрастает. Поэтому появляется необходимость в разработке дидактического содержания изучаемых дисциплин с учетом теории множественного интеллекта, причем, именно, в понимании Г. Гарднера [1].

В данной статье предложен результат исследования методики учета визуально-пространственного вида интеллекта обучающихся при изучении темы линейной алгебры на примере визуализации учебной информации методом геометрической интерпретации.

Известно, что процесс усвоения дидактического содержания учебного предмета подчиняется определенным психологическим закономерностям и начинается с узнавания – актуализации, восприятия содержания темы всеми органами чувств для осознания – перевода «внешних» знаний в ментальное пространство, во внутреннюю речь и первичное воспроизведение изученного материала на уровне знания, также всеми видами интеллекта [2].

Посредством визуализации учебного материала создаются наглядные образы, которые помогают увидеть изучаемые объекты, их свойства и логические связи. В. А. Далингер предлагает строить процесс обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода к формированию знаний, умений и навыков, основным положением которого является использование познавательной функции наглядности. Одним из достоинств этого метода является то, что он учитывает индивидуальные особенности обучающихся и, в частности, особенности работы левого и правого полушарий головного мозга [3].

Представление учебной информации визуальным (геометрическим) способом позволяет строить обучение на воспринимаемых образах непосредственно, а не на абстрактных понятиях и определениях, что облегчает восприятие нового материала и его усвоение. С помощью геометрического рисунка можно:

- 1) ввести понятие, опираясь на визуальное восприятие;
- 2) интерпретировать определение;
- 3) сопоставить образ и слово;

- 4) проследить ход рассуждений, приводящих к искомому заключению;
- 5) заменить абстрактные выкладки наглядным представлением;
- 6) наглядно представить формулу [4].

Формирование математических понятий в условиях интеграции алгебраического и геометрического методов [5], установление связей между разделами дисциплин [6], использование различных визуализированных задач [7] являются эффективными приемами обучения, которые позволят обучающимся понять связь между абстрактными понятиями и их применением на практике.

Материалы и методы

Приведем определение определителя.

Определителем второго порядка называется число,

вычисляемое следующим образом:
$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \quad [8].$$

Покажем геометрическую интерпретацию понятия определителя второго порядка, с помощью решения следующей задачи.

Задача. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин [9, с. 18].

Заметим, что решение этой задачи имеет общий случай, когда имеем любое положение вершин треугольника и частный, когда одна из вершин совпадает с началом координат.

Пусть одна из вершин треугольника совпадает с началом координат, т.е. дан треугольник, заданный точками $O(0;0)$ $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$. Найдем площадь треугольника OAB .

Решение. На координатной плоскости отметим точки A , B и построим треугольник OAB (Рисунок 1).

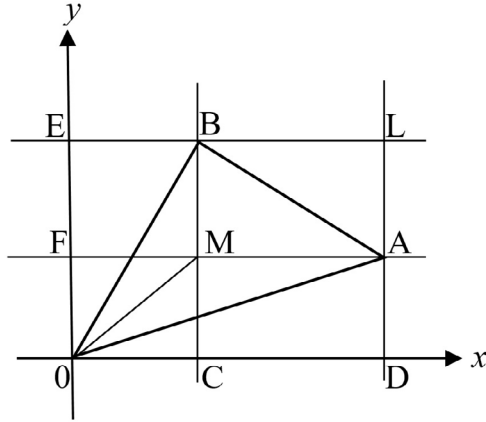


Рисунок 1 – Треугольник с вершиной в начале координат

Через вершины проведем прямые, параллельные осям координат. Пересечение этих прямых с осями обозначим точками $\tilde{N}$, D , E , F , а пересечение прямых точками L , M . Соединим точки O и M .

Рассмотрим треугольники MAB , MBO , MOA . Площади, которых

равны: $S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2}S_{ALBM}$, $S_{\Delta MBO} = \frac{1}{2}S_{MBEF}$, $S_{\Delta MOA} = \frac{1}{2}S_{AMCD}$. Из данных соотношений получаем, что площадь треугольника OAB можно выразить следующим образом:

$$S_{\Delta OAB} = S_{\Delta MAB} + S_{\Delta MBO} + S_{\Delta MOA} = \frac{1}{2}(S_{ALBM} + S_{MBEF} + S_{AMCD}) = \frac{1}{2}(S_{ODLE} - S_{OCMF}).$$

По рисунку 1, площади прямоугольников $ODLF$, $OCMF$

вычисляются по формулам: $S_{ODLF} = |\overrightarrow{OD}| \cdot |\overrightarrow{OE}| = x_1 \cdot y_2$,

$S_{OCMF} = |\overrightarrow{OC}| \cdot |\overrightarrow{OF}| = x_2 \cdot y_1$. Тогда площадь треугольника OAB

определяется как:

$$S_{\Delta MOB} = \frac{1}{2}(x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1). \quad (1)$$

Выражение $y_2 \cdot x_1 - x_2 \cdot y_1$ называется определителем второго порядка, перепишем его в виде квадратной схемы

$$x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \text{ и получим формулу:}$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Замечание 1. При вычислении площади треугольника, используя формулу (2) может получиться отрицательное значение из-за положения вершин или их перестановки, таким образом, формулу следует представить в виде:

$$S_{\Delta OAB} = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Перейдем к рассмотрению второго случая решения задачи.

Треугольник задан координатами своих вершин $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$.

Решение. На координатной плоскости построим треугольник ABC (Рисунок 2).

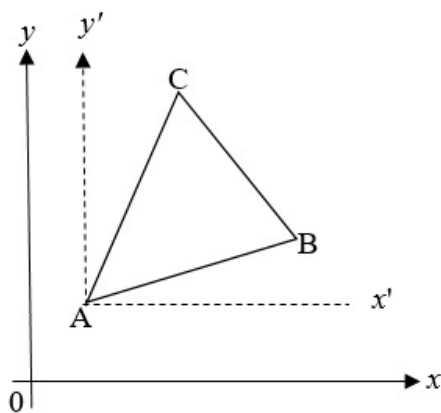


Рисунок 2 – Треугольник с любым положением вершин

Введем новую систему осей x', y' , начало которой совпадает с вершиной A . Тогда точки B и C будут иметь координаты $B(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$,

$C(x_3 - x_1; y_3 - y_1)$. Легко видеть, что получили условие первого случая решения. Тогда по формуле (3), площадь треугольника с заданными вершинами $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ вычисляется формулой:

$$S_{\triangle ABC} = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Результаты и обсуждения

Используя полученные результаты решения задачи, проведем следующие рассуждения. Построим параллелограмм, вершины которого находятся в точках $O(0;0)$, $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ (Рисунок 3). Его площадь равна $S = 2S_{\triangle OAB}$, тогда, согласно формуле (2) получим, что

$$S = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

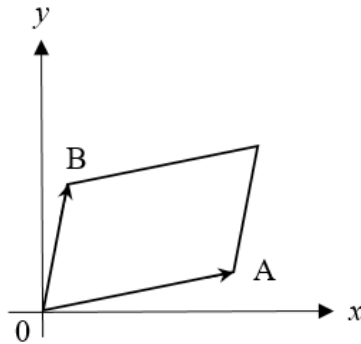


Рисунок 3 – Параллелограмм, построенный на векторах $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$.

Таким образом, определитель второго порядка численно равен площади параллелограмма, построенного на векторах $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ (Рисунок 3).

Заметим, что система векторов $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ положительно ориентирована [10]. Направление вектора $\overrightarrow{OB}$ получается из направления вектора $\overrightarrow{OA}$ поворотом против часовой стрелки, тогда векторы $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ задают

положительную ориентацию плоскости. В этом случае величина площади параллелограмма будет положительной.

Выводы

На основании проведенного исследования следуют выводы. Визуализация понятия определителя второго порядка позволяет обучающимся увидеть изучаемый объект и получить полное представление о нем, повышает личностную эффективность усвоения темы. Представление понятий геометрическим способом, формулировка их геометрического смысла развивает наглядно-образное и логическое мышления обучающихся, устанавливает внутрипредметные связи.

Предложенная методика изучения определителя второго порядка способствует осознанному и прочному усвоению его определения, успешному применению в дальнейшем изучении теоретического материала линейной алгебры, аналитической геометрии и решению практических задач.

СПИСОК ИСПОЛЪЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Gardner, Howard (2006), Multiple Intelligences : New Horizons in Theory and Practice, Basic Books, ISBN 978-0465047680.

2 **Нурумжанова, К. А.** Стратегия модернизации учебного процесса в сельской школе на основе развивающей эвристической технологии // Интернет-журнал «Эйдос». – 2008. – 20 августа. [Электронный ресурс]. – <http://www.eidos.ru/journal/2008/0820.htm>. – В надзаг : Центр дистанционного образования «Эйдос», e-mail : list@eidos.ru.

3 **Далингер, В. А.** Обучение математике на основе когнитивно-визуального подхода [Текст] // Вестник Брянского государственного университета. – 2011. – № 1. – С. 297–303.

4 **Далингер, В. А.** Теоретические основы когнитивно-визуального подхода к обучению математике: монография [Текст]. – Омск : Изд-во ОмГПУ, 2006. – 144 с.

5 **Таратынова, Н. И.** Особенности формирования математических понятий у школьников в условиях интеграции алгебраического и геометрического методов [Текст] // Интеграция образования. – 2009. – № 1. – С. 53–58.

6 **Богданова, Е. А., Богданов, С. Н.** Геометрическая интерпретация понятий линейной алгебры как составляющая формирования предметных компетенций по математике [Текст] // Бюллетень лаборатории математического, естественнонаучного образования и информатизации. – 2015. – Т. 6. – С. 79–84.

7 **Фирер, А. В.** Визуализированные алгебраические задачи в контексте развития познавательных универсальных учебных действий [Текст] // Проблемы современного педагогического образования. – 2017. – № 56–8. – С. 247–256.

8 **Бугров, Я. С., Никольский, С. М.** Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии [Текст]. – М. : Наука, 1980. – 176 с.

9 Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии [Текст]. – 15-е изд. – М. : Наука, 1980. – 240 с.

10 **Автономова, Т. В., Аргунов, Б. И.** Основные понятия и методы школьного курса геометрии [Текст]. – М. : Просвещение, 1988. – 128 с.

REFERENCES

1 **Gardner, Howard** (2006), Multiple Intelligences : New Horizons in Theory and Practice, Basic Books, ISBN 978-0465047680

2 **Nurumzhanova, K. A.** Strategiiia modernizatsii uchebnogo protsessa v sel'skoi shkole na osnove razvivaiushchei evristicheskoi tekhnologii [Strategy for modernization of the educational process in a rural school based on developing heuristic technology] Internet-zhurnal «Eidos». – 2008. – 20 avgusta. <http://www.eidos.ru/journal/2008/0820.htm>. – V nadzag : TSentr distantsionnogo obrazovaniia «Eidos», e-mail : list@eidos.ru

3 **Dalinger, V. A.** Obuchenie matematike na osnove kognitivno-vizual'nogo podkhoda [Teaching mathematics based on a cognitive-visual approach] [Text]. Vestnik Brianskogo gosudarstvennogo universiteta. – 2011. – № 1. – P. 297–303.

4 **Dalinger, V. A.** Teoreticheskie osnovy kognitivno-vizual'nogo podkhoda k obucheniiu matematike [Theoretical foundations of the cognitive-visual approach to teaching mathematics : monograph] [Text]. – Omsk : Izd-vo OmGPU, 2006. – 144 p.

5 **Taratynova, N. I.** Osobennosti formirovaniia matematicheskikh poniatii u shkol'nikov v usloviakh integratsii algebraicheskogo i geometricheskogo metodov [Features of the formation of mathematical concepts in schoolchildren in the conditions of integration of algebraic and geometric methods] [Text]. Integratsiia obrazovaniia. – 2009. – № 1. – P. 53–58.

6 **Bogdanova, E. A., Bogdanov, S. N.** Geometricheskaia interpretatsiia poniatii lineinoi algebrы kak sostavliaiushchaia formirovaniia predmetnykh kompetentsii po matematike [Geometric interpretation of the concepts of linear algebra as a component of the formation of subject competencies in mathematics] [Text]. Biulleten' laboratorii matematicheskogo, estestvennonauchnogo obrazovaniia i informatizatsii. – 2015. – T. 6. – P. 79–84.

7 **Firer, A. V.** Vizualizirovannye algebraicheskie zadachi v kontekste razvitiia poznatel'nykh universal'nykh uchebnykh deistvii [Visualized algebraic problems in the context of the development of cognitive universal learning activities] [Text]. Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniia. – 2017. – № 56 – 8. – P. 247–256.

8 **Bugrov, Ia. S., Nikol'skii, S. M.** Elementy lineinoi algebrы i analiticheskoi geometrii [Elements of linear algebra and analytic geometry] [Text] – Moscow : Nauka, 1980. – 176 p.

9 **Kletenik, D. V.** Sbornik zadach po analiticheskoi geometrii [Collection of problems in analytical geometry] [Text] – 15-e izd. – Moscow : Nauka, 1980. – 240 p.

10 **Avtonomova, T. V., Argunov, B. I.** Osnovnye poniatia i metody shkol'nogo kursa geometrii [Basic concepts and methods of the school geometry course] [Text] – Moscow : Prosveshchenie, 1988. – 128 p.

Материал поступил в редакцию 06.03.23.

**Л. И. Теняева¹, М. Кудайберген²*

¹Торайғыров университет, Қазақстан Республикасы, Павлодар қ.;

²Павлодар қаласының № 40 жалпы орта білім беру мектебі,

Қазақстан Республикасы, Павлодар қ.

Материал 06.03.23 баспаға түсті

ЕКІНШІ РЕТТІ АНЫҚТАУЫШ ТҮСІНІГІНІҢ ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ИНТЕРПРЕТАЦИЯСЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУ

Білім беру қазіргі әлемде жетістікке жетуге мүмкіндік беретін дағдылар мен білім беруі керек. Ақпарат пен технологиялардың көшкін тәрізді өсуіне байланысты білім алушылардың жеке қажеттіліктері мен мүмкіндіктерін ескере отырып, оқу мазмұнын, әдістері мен құралдарын оңтайландыруға арналған зерттеулер өзекті болып отыр. Зерттеудің негізгі мәселесі оқу мүмкіндіктерін дамыту негізінде математикадан білім алушылардың білімі мен дағдыларын игерудің жеке тиімділігін арттыру қажеттілігінде қамтылған. Зерттеу әр түрлі бөлімдерден, яғни, сызықтық алгебра, векторлық алгебра мен аналитикалық геометриядан математикалық ұғымдардың трансдисциплинарлық жүйесін қалыптастыру негізінде «Екінші ретті анықтауыштар» тақырыбының мазмұнын визуализациялау әдістемесін жасауға

арналған. Оқу-әдістемелік әдебиеттерде матрицаның анықтауышын еркін формадағы элементтердің тікбұрышты кестесі ретінде математикалық тұрғыдан түсінуге әкелетін геометриялық есептер көрсетілмеген. Зерттеудің мақсаты білім алушылардың осы тақырыпты меңгеруінің жеке тиімділігін арттыру үшін мазмұнды визуализациялаудың трансдисциплинарлық құралдарымен тақырыпты меңгеру әдістемесін әзірлеу болып табылады. Зерттеу нәтижелері: векторлық алгебра құралдарымен «Екінші ретті анықтауыштар» алгебралық тақырыбын меңгерудің геометриялық визуализация әдістемесі әзірленді. Берілген бұл әдістеме математикалық ұғымды «көруге», оның геометриялық мағынасын тұжырымдауға мүмкіндік береді.

Кілтті сөздер: визуализация, көрнекілік, трансдисциплинарлық білім жүйесі, анықтауыш, геометриялық мағынасы.

***L. I. Tenyayeva¹, M. Kudaibergen²**

¹Toraihyrov University, Republic of Kazakhstan, Pavlodar

²Secondary school № 40 of the city Pavlodar, Republic of Kazakhstan, Pavlodar

Material received on 06.03.23.

FORMATION OF A GEOMETRIC INTERPRETATION OF THE CONCEPT OF A SECOND ORDER DETERMINANT

Education should provide skills and knowledge to succeed in today's world. In view of avalanche growth of information and technology, the study on content optimization, methods and training tools, taking into account an individual needs and capabilities of learners, is becoming relevant. The main problem of the study is the need to increase personal effectiveness of the knowledge acquisition and skills of students in mathematics on the basis of the learning opportunities development. The study is devoted to develop the visualization methodology the content in topic «Second order determinants» on the basis of transdisciplinary system formation of mathematical concepts from different sections: linear algebra and analytical geometry. Educational and methodical literature did not reflect geometric problems leading to a mathematical understanding of the determinant of the matrix, as a rectangular table of elements of an arbitrary shape. The purpose of the study is to develop studying methodology by transdisciplinary means of content visualizing to improve personal effectiveness of students' learning in the topic. Results of the study: technique for geometrical visualization in studying

algebraic topic «Second order determinants» by means of vector algebra is developed. This technique allows you to “see” a mathematical concept, to formulate its geometrical meaning.

Keywords: visualization, visibility, transdisciplinary knowledge system, determinant, geometric meaning.

Теруге 06.03.2023 ж. жіберілді. Басуға 30.03.2023 ж. қол қойылды.

Электрондық баспа

7,50 Mb RAM

Шартты баспа табағы 9,1. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.

Компьютерде беттеген: Е. Е. Калихан

Корректор: А. Р. Омарова, Д. А. Кожас

Тапсырыс № 4020

Сдано в набор 06.03.2023 г. Подписано в печать 30.03.2023 г.

Электронное издание

7,50 Mb RAM

Усл.печ.л. 8,4. Тираж 300 экз. Цена договорная.

Компьютерная верстка Е. Е. Калихан

Корректор: А. Р. Омарова, Д. А. Кожас

Заказ № 4020

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған

«Торайғыров университеті» КЕ АҚ

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы

«Торайғыров университеті» КЕ АҚ

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

+7(718)267-36-69

e-mail: kereku@tou.edu.kz

www.vestnik.tou.edu.kz

<https://vestnik-pm.tou.edu.kz/>