

Торайғыров университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Торайғыров университета

ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРШЫСЫ

Физика, математика және компьютерлік
ғылымдар сериясы
1997 жылдан бастап шығады



ВЕСТНИК ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Серия: Физика, математика
и компьютерные науки
Издается с 1997 года

ISSN 2959-068X

№ 4 (2023)
Павлодар

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА**

Серия: Физика, математика и компьютерные науки
выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о постановке на переучет периодического печатного издания,
информационного агентства и сетевого издания
№ KZ91VPY00046988

выдано

Министерством информации и общественного развития
Республики Казахстан

Тематическая направленность

публикация материалов в области физики, математики,
механики и информатики

Подписной индекс – 76208

<https://doi.org/10.48081/EKIW3862>

Бас редакторы – главный редактор

Тлеукинов С. К., *д.ф-м.н., профессор*

Заместитель главного редактора Искулов Н. А., *к.ф-м.н., профессор*

Ответственный секретарь Жумабеков А. Ж., *PhD доктор*

Редакция алкасы – Редакционная коллегия

Esref Adali,	<i>PhD доктор, профессор (Турция);</i>
Abdul Qadir Rahimoon,	<i>PhD доктор, профессор (Пакистан);</i>
Донбаев К. М.,	<i>д.ф-м.н., профессор;</i>
Демкин В. П.,	<i>д.ф-м.н., профессор (Российская Федерация);</i>
Жумадиллаева А. К.,	<i>к.т.н., профессор;</i>
Ибраев Н. Х.,	<i>д.ф-м.н., профессор;</i>
Косов В. Н.,	<i>д.ф-м.н., профессор;</i>
Сенцова С. М.,	<i>д.пед.н., профессор;</i>
Шоканов А. К.,	<i>д.ф-м.н., профессор</i>
Омарова А. Р.,	<i>технический редактор</i>

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели

Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов

При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник Торайгыров
университета» обязательна

© Торайгыров университет

FTAMP 27.35.31

<https://doi.org/10.48081/DLRG9115>

***Н. А. Испулов¹, Ж. Д. Оспанова²,
М. М. Капенова¹, М. Ж. Султанова¹**

¹Торайғыров университеті, Қазақстан Республикасы, Павлодар қ;

²Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,
Қазақстан Республикасы, Астана қ.

*e-mail: nurlybek_79@mail.ru

ИЗОТРОПТЫ ЖӘНЕ АНИЗОТРОПТЫ ОРТАЛАР ШЕКАРАЛАРЫНДАҒЫ ТЕРМОСЕРПІМДІ ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ШАҒЫЛУ – СЫНУ КОЭФФИЦИЕНТТЕРІ ТУРАЛЫ

Жұмыстың мақсаты термосерпімді орта моделін зерттеуге арналған қозғалыс теңдеулерімен және жылу ағынының теңдеуі, Фурье жылуөткізгіштігінің теңдеуі және Дюгамель – Нейман қатынастарымен байланысқан фундаменталды шешулердің құрылымын құру; толқындардың түрлерін талдау және олардың өзара трансформациясын жіктеу. Изотропты және анизотропты орталар шекараларындағы термосерпімді толқындардың шағылу – сыну коэффициенттерін профессор С. К. Тлеуқенов және оның шәкірттері құрастырған матрицалық әдісінің көмегімен есептеу болып табылады. Ол үшін тегіс орталар динамикасының теориялық және қосымша мәселелерінің бірқатарының шешілуі физикалық-механикалық қасиеттердің анизотропиясы мен біртектілігінің толық есепке алынуын талап етеді. Анизотроптық орталарда толқынды процестер талдауының басты ерекшелігі осы есептерде физикалық ұсынымдар мен изотропты орталар үшін жасалған математикалық аппараттың принципті түрде қолдануға келмейтіндігінде. Бұл толқындық өрістің тура және кері толқындарға бөліне алмайтындығына байланысты. Екінші бір басты қиындығы физикалық-механикалық өлшемдердің тым көп болуында, сондықтан негізгі тәуелділіктер мен дифференциалдық теңдеулер жазылды, термосерпімділік теңдеулерін шешудің бірнеше әдістерінің ішінен ең қолайлысын таңдау қажет болды.

Матрицант әдісінің негізгі принципалды жетістігі бірнеше физикалық эффектінің болуы кезінде толқындық процестерді сипаттау біркелкілігі болып табылады.

Жұмыс барысында біріншіден, матрицант әдісімен изотропты және анизотропты орталар шекараларындағы термосерпімді толқындардың шағылу-сыну коэффициенттерін анықтау есебі аналитикалық түрде шығарылды. Қарастырылған процесте орын алатын, және сақталу заңдарын қамтамасыз ететін инварианттық қатынастар алынды. Анизотропты орталардағы байланысқан жылулық және серпімді толқындардың таралуына матрицант әдісі қолданылды.

Кілтті сөздер: изотропты орта, анизотропты орта, жылу теңдеулері, жылу ағыны, термосерпімді толқындар, термосерпімділік, матрицант әдісі.

Кіріспе

Термомеханикалық эффектілі серпімді орталарда толқындық процестердің заңдылықтарын зерттеудің өзектілігі геофизиканың, сейсмологияның, композитті материалдар механикасының және т.б. теориялық және қолданбалы есептерін шешу қажеттілігімен байланысты. Байланысқан қозғалыс теңдеулері және жылуөткізгіштік теңдеулері күрделілігімен және физикалық – механикалық параметрлерінің көптігімен ерекшеленеді. Осыған байланысты деформацияланатын қатты дене механикасының бөлімі – термосерпімділік теориясының бу және газ турбиналы, реактивті және ракета қозғалтқышты, жоғары жылдамдықты ұшақтар, ядролық реакторлар мен және т.б. жаңа құрылымды жасап шығару кезінде туындайтын, маңызды мәселелері интенсивті дамуда. Бұл бағыт нақты кристалдардың белгілі бір физикалық қасиеттерін және жасанды жолмен алынған қышты қолдануға сүйене отырып, байланысқан жылулық және механикалық өрістер механикасын зерттейді [1].

Біртексіздік және анизотропия нақты орталардың анағұрлым таралған қасиеттері болып табылады. Кристалдардағы, яғни бірқатар физикалық қасиеттер анизотропты орталардағы толқындық құбылыстар изотропты жағдаймен салыстырғанда анағұрлым күрделірек заңдылықтармен сипатталады.

Осыған байланысты біртекті және изотропты орталары үшін көрнекті және эффективті тегіс толқындар әдісі анизотропты орталар жағдайында күрделі болып шықты. Пайдаланылып жүрген толқындық процестерді зерттеудің аналитикалық әдістері көбінесе изотропты орталар үшін және жоғары симметриялы орталар үшін қолданылады. Анизотропты орта

жағдайында бұл әдістер қажетті сандық және сапалық нәтижелерге әкелмейді, немесе осы әдістер негізінде алынған шешулердің пайдасы шамалы.

Сәйкесінше, зерттеу әдістерінің дамуын және анизотропты орталардағы толқындардың қасиеттері туралы түсініктің қалыптасуын деформацияланатын қатты дене механикасының алдыңғы қатарлы және актуалды міндеттері деп есептеуге болады.

Материалдар мен әдістер

Жұмыстың зерттеу әдісі – аналитикалық. Ол фундаменталды шешімдердің нормаланған матрицалар құрылымын жасауға негізделген.

Матрицант әдісі негізінде жасалған теориялық есептеулер, бұл бірыңғай тұрғыдан толқындардың кең кластағы ортада жайылуын қарастыруға мүмкіндік береді.

Матрицант әдісінің негізгі принципіалды жетістігі бірнеше физикалық эффектін болуы кезінде толқындық процестерді сипаттау біркелкілігі болып табылады: термосерпімді, магниттік серпімді, пьезоэлектрлік және магнитоэлектрлік, пьезомагниттік және магнитоэлектрлік эффектілер еңбегінің авторлары магниттік серпімді толқындардың магниттік реттелген текшелік кристалда таралу жағдайында коэффициенттер матрицасының құрылысын алды; берілген коэффициенттер матрицасынан спиндік және серпімді толқындардың байланысы және өзара трансформациясы анықталды [2].

Термосерпімді орта моделін зерттеуге арналған қозғалыс теңдеулерімен және жылу ағынының теңдеуі, Фурье жылуөткізгіштігінің теңдеуі және Дюгамель – Нейман қатынастарымен байланысқан фундаменталды шешулердің құрылымын құру; толқындардың түрлерін талдау және олардың өзара трансформациясын жіктеу бұл жұмыстың мақсаты болып табылады. Изотропты және анизотропты орталар шекараларындағы термосерпімді толқындардың шағылу – сыну коэффициенттерін профессор С. К. Тлеуенов және оның шәкірттері құрастырған матрицалық әдісінің көмегімен есептеленеді [3–4].

Анизотропты және изотропты шекараларындағы термосерпімді толқындардың шағылу – сыну коэффициенттерін сипаттайтын теңдеулердің толық жүйесін келтіру керек. Изотропты және анизотропты орта шекараларында термосерпімді толқындардың шағылу және сыну коэффициенттерін анықтау есебін аналитикалық түрде шығару керек [5–6].

Соңғы уақытта термосерпімділік теориясы бу және газды турбинді, реактивті және ракетті қозғалтқышты, жоғары жылдамдықты ұшақтар, ядролық реакторлар мен және т.б. жаңа құрылымды жасап шығару кезінде туындайтын, маңызды мәселелерге байланысты мәнді дамуды қабылдады. Бұл құрылымдардың элементтері элемент бөліктерінің біркелкі емес жылу кеңеюімен шығарылатын, температура градиенті пайда болып және

материалдардың физико-механикалық құрылымы өзгеретін, бірқалыпты емес стационарлы емес қыздыру шарттары негізінде жұмыс істейді [7–8].

Жалпы жағдайда бірқалыпты емес жылулық кеңеюі тұтас денеде бос жүзеге аспайды; ол жылу кернеуін туындатады (термиялық, температуралық). Жылу кернеуінің жұмыс жасау сипаты мен көлемін білу құрылымның беріктілігін жан-жақты талдау үшін қажет [9].

Жылу кернеуі өз-өздігінен және сыртқы күштен механикалық кернеумен сәйкес келуі, жарықтардың пайда болуына және жоғарлатылған морттық материалынан құрылымның қирауына әкелуі мүмкін. Кейбір материалдар кернеудің тез пайда болуы негізінде меңгерілген іс-әрекетпен тез стационарлы емес, температуралық жазықтық морттыққа айналады да және жылу соққысын көтере алмайды. Жылу кернеуінің қайталама іс-әрекеттері құрылым элементтерінің термошаршау қирауына әкеледі. Жылу кернеуінің іс-әрекеттері құрылымның толық және прогрессивті бұзылуына әкеп соғатын, маңызды пластикалық деформацияны қажет етуі мүмкін [10].

Нәтижелер және талқылау

Изотропты орталарда серпімді толқындардың таралуы

Изотропты орта λ, μ екі серпімді параметрлермен сипатталады.

Z осі бойында у осі бойымен поляризацияланған көлденең толқын таралатын біртекті ортаны қарастырайық. Таралу жазықтығы xz.

Қозғалыс теңдеуі келесі түрде болады

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\tau_{yz} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}; \quad \tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

Гармоникалық толқындар жағдайында

$$u(x, y, z) = u(z) \exp[i(\omega t - kx)] \quad (2)$$

ұсынып, айнымалыларды бөлу әдісін қолданамыз.

(2) теңдеуін ескере отырып (1) теңдеуі келесідей болады

$$\frac{d}{dz} \mu \frac{du}{dz} + (\omega^2 \rho - k^2 \mu) u = 0 \quad (3)$$

V функциясын енгізейік

$$\frac{du}{dz} = \frac{\omega v}{\mu} \quad (4)$$

Бұл функцияны енгізу (1) теңдеуін бірінші ретті теңдеулер жүйесіне келтіруге мүмкіндік береді.

$$\frac{du}{dz} = \frac{\omega}{\mu} v; \quad \frac{dv}{dz} = -\omega \left(\rho - \frac{1}{c^2} \mu \right) u$$

Бұл теңдеулерді матрицалық түрде жазайық

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W} \quad (5)$$

$$\vec{W} = \{u, v\}^t$$

Сонымен B матрицасы SH толқындарының поляризациясы жағдайында келесі түрде болады

$$B = \begin{bmatrix} 0 & b_{12} \\ b_{21} & 0 \end{bmatrix}; \quad b_{12} = \frac{\omega}{\mu}; \quad b_{21} = -\omega \left(\rho - \frac{1}{c^2} \mu \right) \quad (6)$$

Вертикал поляризациялы толқындарының жазық таралуы келесі теңдеулермен сипатталады

$$\frac{\partial \sigma_{ZZ}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{XZ}}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u_Z}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \sigma_{XZ}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{XX}}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u_X}{\partial t^2}$$

Кернеу тензорының компоненттері Гук заңымен беріледі

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}; \quad \theta = \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial x}; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (8)$$

Гармоникалық теңдеулер жағдайында (7) теңдеуінің қатынасындағы анықтауыштарын бірінші ретті (1.1.8) теңдеулеріне келтіруге болады

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W}; \quad \vec{W} = \{u_z, \sigma_{zz}, u_x, \sigma_{xz}\}' \quad (9)$$

В түріндегі матрица құрылымымен

$$B = \begin{bmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$b_{12} = \frac{1}{\lambda + 2\mu}; \quad b_{13} = b_{42} = \frac{i\lambda k}{\lambda + 2\mu}; \quad b_{21} = -\omega^2 \rho; \quad b_{24} = ik; \quad b_{34} = \frac{1}{\mu};$$

$$b_{43} = -\omega^2 \rho + \frac{4k^2 \mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu};$$

(10) теңдеуіндегі төртеуінен айнымалыларды бөлу әдісін қолдану арқылы (7) екі теңдеуі шықса, ал қалған екі теңдеу (8) қатынасынан шығады. В матрицасының құрылымы анизотропты орталарда таралатын толқындарды сипаттайтын матрица құрылымымен сәйкес келеді.

Біртекті орталардағы көлемдік толқындар жағдайында b_{ij} элементтері келесі формулалармен анықталады

$$b_{12} = \frac{1}{\lambda + 2\mu}; \quad b_{13} = \frac{imk}{\lambda + 2\mu}; \quad b_{15} = \frac{in\lambda}{\lambda + 2\mu}; \quad b_{21} = -\omega^2 \rho; \quad b_{24} = im; \quad b_{26} = in;$$

$$b_{34} = \frac{1}{\mu}; \quad b_{43} = n^2 \mu + \frac{4m^2 \mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} - \omega^2 \rho; \quad b_{45} = mn\mu + \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu};$$

$$b_{65} = m^2 \mu + \frac{4n^2 \mu (\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} - \omega^2 \rho;$$

Жартылай шектелген және шектелмеген орталар жағдаларында мақсатты түрде потенциалды түрді қолдану, шағылу және сыну есептеріне сәйкес келетін шекаралық шарттарды қоюға байланысты.

Үздіксіз біртекті қабатты қабат асты байланыстарында кернеу мен ығысу үздіксіздігі шартын қабылдап, оны біртекті қабат асты жүйе деп елестетейік. Онда n -ші қабат асты қозғалыс теңдеуі мен n -ші және $(n-1)$ қабат асты байланыстары келесі түрде болады:

$$\frac{d^2 u_n}{dz^2} + k_n^2 u_n = 0 \quad d_n \leq z \leq d_{n+1} \quad (12)$$

$$\tau_{YZ}^{(n)} = \tau_{YZ}^{(n+1)}; \quad u_n = u_{n+1}; \quad z = d_{n+1} \quad (13)$$

мұндағы d_n - n -ші қабат астының координата басы;

$$u_n^2 = \frac{\omega^2 \rho_n}{\mu_n}; \quad \mu_n = \mu(d_n); \quad \rho_n = \rho(d_n)$$

(11) теңдеуінің жалпы шешуі белгілі:

$$u_n = \left[a_n e^{-ik_n z} + b_n e^{ik_n z} \right] \quad d_n \leq z \leq d_{n+1} \quad (14)$$

Соңғы нәтиже

$$B_\varphi = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{12} & \bar{b}_{11} \end{pmatrix}; \quad b_{11} = -\left[\frac{1}{4} \frac{(\mu\rho)'}{\mu\rho} - i\omega \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \right]; \quad b_{12} = \frac{1}{4} \frac{(\mu\rho)'}{\mu\rho}$$

Штрих z бойынша дифференциалдауды білдіреді. $\vec{W} = [a, b]$ векторы түскен және шағылған толқындардың амплитудаларынан құралған.

Толқындардың шағылу-сыну есептерінің матрицалық құрылымы

Термосерпімділік серпімділік және жылуөткізгіштік теориясының жалпыламасы бола отырып, кең құбылыстарды сипаттайды. Принципиалды ең негізгісі температура мен деформация өрістерінің байланыстылығы болып табылады.

Екі біртекті анизотропты кеңістіктер шекарасы болып $z=0$ жазықтығы алынсын. Бұл орталардағы түзу және кері толқындар (T^+) түзу және (T^-) кері толқын матрицанттары түрінде беріледі. Бірінші орта матрицанттарын T_1^+ және T_1^- арқылы белгілесек, екінші ортаның түзу толқындар

матрицантын T_2^+ арқылы белгілейік. Берілген есептің матрицалық шешімі мен құрылымы келесіге әкеп соғады.

Түскен, шағылған және сынған толқындар келесі түрде беріледі:

$$\vec{w}_m = T_1^+ \vec{w}_0 \quad (15)$$

$$\vec{w}_{in} = T_1^- \vec{w}_r \quad (16)$$

$$\vec{w}_{сын} = T_2^+ \vec{w}_t \quad (17)$$

Мұндағы $\vec{w}_m$, $\vec{w}_{in}$, $\vec{w}_{сын}$ векторлары u_z , u_x , u_y ортаның ығысу нүктелері, σ_{zz} , σ_{xz} , σ_{yz} кернеу тензоры компоненттері мен θ , q_z жылулық өріс компоненттерінен құралған; T_1^+ , T_1^- және T_2^+ сәйкес келетін матрица коэффициенттері арқылы анықталады, яғни ортаның физика-механикалық параметрлері, жиілігі және толқындық векторларының x , y компоненттерінен құралған; $\vec{w}_0$ – түскен толқындардың амплитудаларын анықтайтын вектор; $\vec{w}_r$ – шағылған толқындардың амплитудаларын анықтайтын вектор; $\vec{w}_t$ – сынған толқындар амплитудаларын анықтайтын вектор.

Шекарада келесі шарттар орындалуы керек:

$$\vec{w}_m(0) = T_1^+(0) \vec{w}_0 = \vec{w}_0 \quad (18)$$

$$\vec{w}_{in}(0) = T_1^-(0) \vec{w}_r = \vec{w}_r \quad (19)$$

$$\vec{w}_{сын}(0) = T_2^+(0) \vec{w}_t = \vec{w}_t \quad (20)$$

(18)-(20) - дан $\vec{w}_0$, $\vec{w}_r$, $\vec{w}_t$ векторларының физикалық мағынасы бірден анық болады. Бұл векторлар ортаның ығысу нүктелерін (u_z , u_x , u_y

), кернеу тензорының компоненттерін (σ_{zz} , σ_{xz} , σ_{yz}), сонымен қатар орталар бөлімінің шекарасындағы жылулық өріс компоненттерін (θ , q_z) анықтады. условия (18)-(20) шарты сонымен қатар u_z ығысу бөлімінің шекарасындағы мән мен σ_z кернеу компонентасын, u_x ығысуы мен σ_{yz} кернеу компонентасын, u_y ығысуы мен σ_{yz} кернеу компонентасын және онымен бірге θ және q_z өзара байланыстырады.

Толқындардың шағылу есебін шығару үшін шекаралық шарттарды жазу қажет. Себебі, векторлық бағандар ығысуға, қалыптылары кернеу компонентінің шекарасына және жанамалар жылулық өріс құраушыларына кіреді, олай болса (18) бірінші шарт қалыпты келесі түрде жазылады:

$$\vec{w}_0 + \vec{w}_r = \vec{w}_t \quad (21)$$

Бұл шарттан өзге шешімнің үзіліссіздігінің себебі болып табылатын матрицалық шарт қойылады:

$$T_1^+(0)\vec{w}_0 + T_1^-(0)\vec{w}_r = T_2^+(0)\vec{w}_t \quad (22)$$

$\vec{w}_r$ және $\vec{w}_t$ векторлары үшін (21) және (22) – ді бірге есептегенде келесіні аламыз:

$$\vec{w}_r = (T_2^+(0) - T_1^-(0))^{-1} (T_1^+(0) - T_2^+(0)) \vec{w}_0 \quad (23)$$

$$\vec{w}_t = [E + (T_2^+(0) - T_1^-(0))^{-1} (T_1^+(0) - T_2^+(0))] \vec{w}_0 \quad (24)$$

Келесі белгілеуді енгізейік

$$G = (T_2^+(0) - T_1^-(0))^{-1} (T_1^+(0) - T_2^+(0)) \quad (25)$$

Онда (23) және (24)-ді келесі түрде көшіруге болады

$$\vec{w}_r = G\vec{w}_0 \quad (26)$$

$$\vec{w}_t = [E + G]\vec{w}_0 \quad (27)$$

Сонымен, (16)-(17), (23)-(24) - нан шағыған және сынған толқындар өрісі келесі түрде жазылады:

$$\vec{w}_{и} = T_1^- G\vec{w}_0 \quad (28)$$

$$\vec{w}_{сын} = T_2^+ (E + G)\vec{w}_0 \quad (29)$$

(25) және (26) өрнектері берілген есептің шешімі болып табылады. (25) өрнегінен G матрицасы $z=0$ болғандағы түзу және кері толқындардың матрицанттарымен анықталатындығы байқалады.

$z=0$ болғанда түзу және кері толқындардың матрицанттары тең:

$$T^\pm(0) = \frac{1}{2}(E \pm i\alpha R) \quad (30)$$

мұндағы

$$\alpha = \frac{1}{k\kappa(k + \kappa)}; R = \langle B \rangle^3 + (\alpha + \frac{1}{2}\sqrt{\alpha^2 - \Delta^2})\langle B \rangle \quad (31)$$

Термосерпімділіктің байланысқан теңдеулері серпімді және термомеханикалық параметрлерінің көптігімен ерекшелінеді. Сонымен байланысты қазіргі уақытта матрицалық әдістер көбінесе эффективті және конструктивті болып табылады.

Қорытынды

Бұл мақалада матрицанттың аналитикалық әдісі негізінде изотропты және анизотропты орталар шекарасындағы термосерпімді толқындардың шағылысу-сыну коэффициенттерін анықтаудың есебі алынған. Қарастырылып отырған процесте алынған инварианттық қатынастар алынады және сақталу заңдарын қамтамасыз етеді. Матрицалық әдіс анизотропты ортада байланысқан жылу және серпімді толқындарды тарату үшін қолданылды.

ПАЙДАЛАНҒАН ДЕРЕКТЕР ТІЗІМІ

- 1 **Новацкий, В.** Теория упругости [Текст]. – М. : Мир. – 1975. – 872 с.
- 2 **Тлеуқенов, С. К.** Метод матрицанта [Текст]. – Павлодар : НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004. – 151 с.
- 3 **Ispulov, N. A., Zhumabekov, A. Zh., Abdul Qadir, Kurmanov, A. A., Sarymova, S. N., Dossumbekov, K. R., Arinov, E.** The Propagation of Thermoelastic Waves in Different Anisotropic Media Using Matricant Method [Text]. Hindawi Advances in Mathematical Physics Volume. – 2022. – 8 p.
- 4 **Dossumbekov, K. R., Ispulov, N. A., Kurmanov, A. A., Zhumabekov, A. Zh.** Propagation of electromagnetic waves in cholesteric liquid crystals [Распространение термоупругих волн в различных анизотропных средах с использованием метода матрицанта] [Текст] // Russian Physics Journal. – № 8 – Vol. 64. – 2021. – P. 1391–1399.
- 5 **Коваленко, А. Д.** Основы термоупругости [Текст]. – Киев : Наукова Думка. – 1970. – С. 89–105.
- 6 **Лехниций, С. Г.** Теория упругости анизотропного тела [Текст]. – М. : Гостех, 1950. – С. 85–96.
- 7 **Джелесан, Э., Руайе, Д.** Упругие волны в твердых телах [Текст]. – М. : Наука, 1982. – 441 с.
- 8 **Костюрин, Н. А., Клиничик, Г. С.** Матрицы отражения и пропускания света на границе раздела двух анизотропных сред [Текст]. – М. : Кристаллография. – 1989. – 34. – N5. – С. 167–171.
- 9 **Федоров, Ф. И.** Теория упругих волн в кристаллах [Текст]. – М. : Наука, 1956. – 386 с.
- 10 **Подъяпольский, Г. С.** Отражение и преломление на границе двух сред в случае нежесткого контакта [Текст] // Изв. АН СССР, Серия Географическая. – № 4. – 1963. – С. 525–531.

Басып шығаруға 15.12.23 қабылданды.

REFERENCES

- 1 **Novatskii, B.** Teoriya uprugosti [Elasticity theory] [Text]. – Moscow : Mir, 1975. – 872 p.
- 2 **Tleukenov, S. K.** Metod matricanta [Matrix method] [Text]. – Pavlodar : NIC PGU im. S. Toraigyrova. – 2004. – 151 p.
- 3 **Ispulov, N. A., Zhumabekov, A. Zh., Abdul Qadir, Kurmanov, A. A., Sarymova, S. N., Dossumbekov, K. R., Arinov, E.** The Propagation of

Thermoelastic Waves in Different Anisotropic Media Using Matricant Method [Text] // Hindawi Advances in Mathematical Physics Volume. – 2022. – 8 p.

4 **Dossumbekov, K. R., Ispulov, N. A., Kurmanov, A. A., Zhumabekov, A. Zh.** Propagation of electromagnetic waves in cholesteric liquid crystals [Text]. Russian Physics Journal. – No. 8 – Vol. 64. – 2021. – P. 1391–1399.

5 **Kovalenko, A. D.** Osnovy tepmouprugosti [Basics of thermoelasticity] [Tekst]. – Kiev : Naukova Dumka. – 1970. – P. 89–105.

6 **Lekhnitskii, C. G.** Teoriya uprugosti anizotropnogo tela [Theory of elasticity of an anisotropic body] [Text], Moscow : Gosteh. – 1950. – P. 85–96.

7 **Delesan, E., Puafe, D.** Uprugie volny v tverdyh telah [Elastic waves in solids] [Text], Moscow : Nauka, 1982. – 441 p.

8 **Kostyurin, N. A., Klinchik, G. C.** Matricy otrazheniya i propuskaniya cveta na granice razdela dvuh anizotropnyh sred [Matrices of reflection and transmission of light at the interface of two anisotropic media] [Text]. – Moscow : Kristallografiya. – 1989. 34, N5. – P. 167–171.

9 **Fedopov, F. I.** Teoriya uprugih voln v kristallakh [Theory of elastic waves in crystals] [Text]. – Moscow : Nauka. – 1956. – 386 p.

10 **Podyapolskii, G. S.** Otrazhenie i prelomlenie na granice dvuh sred v sluchae nezhestkogo kontakta [Reflection and refraction at the boundary of two media in the case of non-rigid contact] [Text] // Izv. AN SSSR, Ser. Geograficheskaya. – № 4. – 1963. – P. 525–531.

***Н. А. Испулов¹, Ж. Д. Оспанова², М. М. Капенова¹, М. Ж. Султанова¹**

¹Торайгыров университет, Республика Казахстан, г. Павлодар

²Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева, Республика Казахстан, г. Астана.

Принято к изданию 15.12.23.

О КОЭФФИЦИЕНТАХ ОТРАЖЕНИЯ – ПРЕЛОМЛЕНИЯ ТЕРМОУПРУГИХ ВОЛН НА ГРАНИЦАХ ИЗОТРОПНЫХ И АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД

Целью работы является построение структуры фундаментальных решений, связанных уравнениями движения и уравнением теплового потока, уравнением теплопроводности Фурье и отношениями Дюгамеля-Неймана для изучения модели термоупругой среды; анализ типов волн и классификация их взаимных преобразований. Расчет коэффициентов отражения – преломления термоупругих волн на границах изотропных и анизотропных сред осуществляется с помощью метода матрицанта, разработанного

профессором С. К. Тлеуеновым и его учениками. Для решение ряда теоретических и дополнительных задач динамики гладких сред требует полного учета анизотропии и неоднородности физико-механических свойств. Основная особенность анализа волнообразных процессов в анизотропных средах заключается в том, что в этих задачах нельзя принципиально применять физические рекомендации и математический аппарат, разработанный для изотропных сред. Это связано с тем, что волновое поле не может разделиться на прямые и обратные волны. Вторая серьезная проблема заключается в том, что физико-механических измерений слишком много, поэтому были записаны основная зависимость и дифференциальное уравнение, а методов решения уравнения количества движения существует несколько, поэтому нужно было выбрать наиболее удобный. Главным принципиальным успехом метода матрицанта является возможность описания волнового процесса при наличии нескольких физических эффектов.

В ходе работы, во-первых, аналитически выведен расчет определения коэффициентов отражения-преломления термоупругих волн на границах изотропных и анизотропных сред методом матрицанта. Получены инвариантные отношения, происходящие в рассматриваемом процессе, и обеспечивающие законы сохранения. Для распространения связанных тепловых и упругих волн анизотропных средах применялся метод матрицанта.

Ключевые слова: изотропная среда, анизотропная среда, уравнения теплопроводности, приток тепла, термоупругие волны, термоупругость, метод матрицанта.

***N. A. Ispulov¹, Zh. D. Ospanova², M. M. Kapenova¹, M. Zh. Sultanova¹**

¹Toraigyrov University, Republic of Kazakhstan, Pavlodar

²L. N. Gumilyov Eurasian National University, Republic of Kazakhstan, Astana

Accepted for publication 15.12.23.

ON REFLECTION COEFFICIENTS OF THERMOELASTIC WAVES AT THE BOUNDARIES OF ISOTROPIC AND ANISOTROPIC MEDIA

The purpose of the work is to construct a structure of fundamental solutions related by the equations of motion and the heat flow equation, the Fourier heat equation and the Duhamel-Neumann relations to study the model of a thermoelastic medium; analysis of wave types

and classification of their mutual transformations. The calculation of the reflection and refraction coefficients of thermoelastic waves at the boundaries of isotropic and anisotropic media is carried out using the matrixant method developed by Professor S. K. Tleukenov and his students. To solve a number of theoretical and additional problems of smooth media dynamics, it requires full consideration of anisotropy and heterogeneity of physical and mechanical properties. The main feature of the analysis of wavey processes in anisotropic media is that in these problems it is impossible to fundamentally apply physical recommendations and mathematical apparatus developed for isotropic media. This is due to the fact that the wave field cannot be divided into forward and reverse waves. The second serious problem is that there are too many physical and mechanical measurements, so the main dependence and the differential equation were recorded, and there are several methods for solving the equation of the amount of motion, so it was necessary to choose the most convenient one. The main fundamental success of the matricant method is the possibility of describing the wave process in the presence of several physical effects.

In the course of the work, firstly, the calculation of the determination of the reflection-refraction coefficients of thermoelastic waves at the boundaries of isotropic and anisotropic media by the matricant method is analytically derived. Invariant relations occurring in the process under consideration and providing conservation laws are obtained. The matricant method was used to propagate coupled thermal and elastic waves in anisotropic media.

Keywords: isotropic medium, anisotropic medium, heat conduction equations, heat inflow, thermoelastic waves, thermoelasticity, matricant method.

Теруге 15.12.2023 ж. жіберілді. Басуға 29.12.2023 ж. қол қойылды.

Электрондық баспа

7,50 Mb RAM

Шартты баспа табағы 10,01. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.

Компьютерде беттеген: Е. Е. Калихан

Корректор: А. Р. Омарова

Тапсырыс № 4178

Сдано в набор 15.12.2023 г. Подписано в печать 29.12.2023 г.

Электронное издание

7,50 Mb RAM

Усл.печ.л. 10,01. Тираж 300 экз. Цена договорная.

Компьютерная верстка Е. Е. Калихан

Корректор: А. Р. Омарова

Заказ № 4178

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған

«Торайғыров университеті» КЕ АҚ

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы

«Торайғыров университеті» КЕ АҚ

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

+7(718)267-36-69

e-mail: kereku@tou.edu.kz

www.vestnik.tou.edu.kz

<https://vestnik-pm.tou.edu.kz/>