

Торайғыров университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Торайғыров университета

ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРШЫСЫ

Физика, математика және компьютерлік
ғылымдар сериясы
1997 жылдан бастап шығады



ВЕСТНИК ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Серия: Физика, математика
и компьютерные науки
Издается с 1997 года

ISSN 2959-068X

№ 3 (2022)
Павлодар

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Серия: Физика, математика и компьютерные науки
выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о постановке на переучет периодического печатного издания,
информационного агентства и сетевого издания

№ KZ91VPY00046988

выдано

Министерством информации и общественного развития
Республики Казахстан

Тематическая направленность

публикация материалов в области физики, математики,
механики и информатики

Подписной индекс – 76208

<https://doi.org/10.48081/IIDQ7052>

Бас редакторы – главный редактор

Тлеукенов С. К., *ф.-м.г.д., профессор*

Заместитель главного редактора Испулов Н. А., *ф.-м.г.к., профессор*

Ответственный секретарь Жумабеков А. Ж., *магистр*

Редакция алқасы – Редакционная коллегия

Esref Adali,

Qadir Abdul,

Домбаев К. М.,

Демкин В. П.,

Жумадиллаева А. К.,

Ибраев Н. Х.,

Косов В. Н.,

Сейтова С. М.,

Шоканов А. К.,

Омарова А. Р.,

PhD докторы, профессор (Турция);

PhD докторы, профессор (Пакистан);

ф.-м.г.д., профессор;

ф.-м.г.д., профессор (Российская Федерация);

т.г.к., кауымд. профессор;

ф.-м.г.д., профессор;

ф.-м.г.д., профессор;

пед.г.д., профессор;

ф.-м.г.к., профессор

технический редактор

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели

Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов

При использовании материалов журнала ссылка
на «Вестник Торайгыров университета» обязательна

СЕКЦИЯ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА»

МРНТИ 29.01.01

<https://doi.org/10.48081/BUDW8985>

***В. И. Денисов**

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
Российская Федерация, г. Москва

ЭФФЕКТИВНОЕ ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ВАКУУМА

В работе показано, что электромагнитное поле оказывает на электромагнитные волны нелинейно-электродинамическое действие, во многом аналогичное действию гравитационного поля: лучи электромагнитных волн в неоднородном электромагнитном поле искривляются, а скорость распространения электромагнитных сигналов зависит не только от внешнего поля, но и от поляризации этих сигналов. Расчеты показали, что современный уровень развития экспериментальной техники вплотную приблизился к тому уровню, на котором возможно наблюдение эффектов нелинейной электродинамики вакуума. Наличие нелинейных слагаемых при старших производных в лагранжиане электромагнитного поля приводит к появлению эффективного псевдориманова пространства-времени, метрический тензор которого зависит не только от внешнего электромагнитного поля, но и от поляризации электромагнитной волны, распространяющейся в этом поле. Полученные в работе результаты позволяют выяснить экспериментальный статус различных моделей нелинейной электродинамики вакуума и исследовать на эксперименте естественную геометрию для электромагнитного поля в нелинейной электродинамике вакуума.

Ключевые слова: пространство-время, уравнения Максвелла, электромагнитное поле, метрический тензор, гравитационное поле, вакуум.

Введение

Как известно [1,2], любому физическому полю соответствует некоторая геометрия, называемая естественной, именно такая, что в отсутствие

взаимодействия с другими полями фронт свободной волны этого физического поля движется по геодезическим естественного пространства-времени. Вопрос о выборе естественной геометрии – это вопрос о том, посредством какого эффективного метрического тензора свертываются старшие производные в плотности лагранжиана.

Вполне возможна отмечавшаяся еще Лобачевским [3] ситуация, когда различные физические явления будут описываться в терминах различных естественных геометрий.

Поэтому в нелинейных моделях, сформулированных в некотором псевдоримановом пространстве-времени, но которые содержат нелинейность при старших производных, распространение фронта волны физического поля будет происходить по геодезическим эффективного пространства-времени, метрический тензор которого зависит от метрического тензора исходного псевдориманова пространства-времени и полевых переменных этого физического поля. Все это в полной мере относится и к нелинейной теории электромагнитного поля.

Электродинамика Максвелла в вакууме, как известно, является линейной теорией. Ее предсказания по самому широкому кругу вопросов постоянно подтверждаются со все возрастающей точностью. Именно на основе исследования явлений электродинамики Максвелла была создана специальная теория относительности, изменившая представления о пространстве и времени, существовавшие до того времени в механике Ньютона.

Однако ряд фундаментальных физических соображений говорит о том, что электродинамика Максвелла представляет собой лишь первое приближение более общей нелинейной электродинамики вакуума, применимое в пределе слабых электромагнитных полей, когда величина электромагнитных полей B и E значительно меньше характерного квантовоэлектродинамического значения $B_q = \frac{m_0^2 c^3}{e\hbar} = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс, где m_0 – масса электрона, e – модуль его заряда, $\hbar$ – постоянная Планка.

В настоящее время в научной литературе наиболее известны два нелинейных обобщения уравнений Максвелла. Одно из них было предложено в тридцатые годы Борном и Инфельдом [4].

Нелинейная электродинамика Борна-Инфельда по используемым идеям является классической теорией и основана на лагранжиане:

$$L = -\frac{1}{4\pi a^2} \left[\sqrt{1 + a^2(B^2 - E^2)} - a^4(BE)^2 - 1 \right], \quad (1)$$

где a – постоянная, имеющая размерность, обратную размерности индукции магнитного поля.

При достижимых в земных лабораториях полях величины $a^2 E^2$ и $a^2 B^2$ значительно меньше единицы. В этом случае лагранжиан (1) можно разложить по малым параметрам $a^2 E^2 \ll 1$ и $a^2 B^2 \ll 1$:

$$L = -\frac{1}{8\pi}(B^2 - E^2) + \frac{\alpha^2}{32\pi}[(B^2 - E^2)^2 + 4(BE)^2]. \quad (2)$$

Первая часть этого разложения представляет собой лагранжиан электродинамики Максвелла, а остальная часть – поправку к нему, линейную по указанным малым параметрам.

Другое нелинейное обобщение электродинамики вакуума является прямым следствием эффекта поляризации электронно-позитронного вакуума электромагнитными полями.

Как показано в работе [5], в первом исчезающем приближении теории возмущений квантовой электродинамики эффективный лагранжиан электромагнитного поля для случая «слабых» электромагнитных полей имеет вид:

$$L = -\frac{1}{8\pi}(B^2 - E^2) + \frac{\alpha}{360\pi^2 B_q^2} \{(B^2 - E^2)^2 + 7(BE)^2\}, \quad (3)$$

где $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$ – постоянная тонкой структуры.

Сравнивая выражения (2) и (3), легко заметить, что даже в приближении «слабого» электромагнитного поля никаким выбором постоянной a^2 эти выражения не свести одно к другому.

В теории поля рассматриваются и другие модели нелинейной электродинамики вакуума. В случае слабых полей их лагранжиан может быть записан в параметризованном виде [6], аналогичном параметризованному постньютоновскому формализму [7] в теории гравитации:

$$L = \frac{1}{8\pi} \{(E^2 - B^2) + \xi[\eta_1(E^2 - B^2)^2 + 4\eta_2 BE^2]\} + O(\xi^2 B^6), \quad (4)$$

где $\xi = \frac{1}{B_q^2}$, а величина безразмерных пост - максвелловских параметров

η_1 и η_2 зависит от выбора модели нелинейной электродинамики вакуума.

В частности, согласно квантовой электродинамике параметры η_1 и η_2 имеют вполне конкретные значения

$$\eta_1 = \frac{\alpha}{45\pi} = 5.1 \cdot 10^{-5}, \eta_2 = \frac{7\alpha}{180\pi} = 9.0 \cdot 10^{-5},$$

в то время как в теории Борна-Инфельда они выражаются через неизвестную постоянную

$$\frac{\alpha^2}{\eta_1} = \eta_2 = \frac{\alpha^2 B_q^2}{4}.$$

Уравнения электромагнитного поля в нелинейной электродинамике аналогичны уравнениям электродинамики сплошных сред:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} H &= \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}, & \operatorname{div} D &= 0, & D &= 4\pi \frac{\partial L}{\partial E}, \\ \operatorname{rot} H &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, & \operatorname{div} B &= 0, & D &= -4\pi \frac{\partial L}{\partial B}. \end{aligned} \quad (5)$$

Нелинейная электродинамика вакуума длительное время не имела экспериментального подтверждения и поэтому воспринималась многими как абстрактная теоретическая модель. В настоящее время ее статус существенно изменился. Эксперименты [8] по неупругому рассеянию лазерных фотонов на гамма-квантах подтвердили, что электродинамика в вакууме действительно является нелинейной теорией. Поэтому ее различные предсказания, доступные проверке на эксперименте, заслуживают самого серьезного внимания.

В научной литературе последних лет было предложено [9–14] несколько экспериментов по изучению таких эффектов. Однако при достижимых в земных лабораториях полях $B, E \sim 10^6$ Гс нелинейные поправки к уравнениям Максвелла настолько малы, что измерить эффекты, вызываемые ими в вакууме, непросто.

Наиболее ярко нелинейные свойства электродинамики вакуума должны проявляться в сильных электромагнитных полях. Такие поля макроскопических размеров в природе существуют только в окрестности нейтронных звезд. В частности, астрофизические наблюдения показывают, что у многих пульсаров магнитное поле на поверхности достигает значений $10^{12} - 10^{13}$ Гс, а у недавно открытых магнетаров до 10^{12} Гс.

Поэтому рассмотрим основные нелинейно-электродинамические эффекты, которые возникают при распространении электромагнитных волн в магнитном поле нейтронных звезд и на их основе исследуем свойства эффективного пространства-времени, по геодезическим которого распространяются электромагнитные волны.

Так как нейтронные звезды обладают значительным гравитационным полем, то выражение (4) следует записать в общековариантном виде:

$$L = \frac{\sqrt{-g}}{32\pi} \{2J_2 + \xi[(\eta_1 - 2\eta_2)J_2^2 + 4\eta_2 J_4]\} + O(\eta\xi^2 B^6) - \frac{\sqrt{-g}}{c} j^n A_n \quad (6)$$

где g – определитель метрического тензора исходного псевдориманова пространства-времени, $J_2 = F_{ik} F^{ki}$ и $J_4 = F_{ik} F^{km} F_{ml} F^{li}$ – независимые инварианты тензора электромагнитного поля F_{ik} .

Система уравнений электромагнитного поля нелинейной электродинамики вакуума с плотностью лагранжиана (6) имеет вид:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^n} \{ \sqrt{g} Q^{mn} \} = - \frac{4\pi}{c} j^m, \quad (7)$$

$$\frac{\partial F_{mn}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{nk}}{\partial x^m} + \frac{\partial F_{km}}{\partial x^n} = 0,$$

где для сокращения записи введено обозначение:

$$Q^{mn} = [1 + \xi(\eta_1 - 2\eta_2)J_2] F^{mn} + 4\xi\eta_2 F^{mi} F_{ik} F^{kn}.$$

Найдем метрический тензор эффективного пространства-времени нелинейной электродинамики вакуума с плотностью функции Лагранжа (6) и проанализируем основные эффекты, которые возникают при прохождении слабой электромагнитной волны через магнитное дипольное и гравитационное поля нейтронной звезды.

В качестве метрического тензора исходного псевдориманова пространства-времени будем использовать решение Шварцшильда:

$$g_{00} = 1 - \frac{r_g}{r}, \quad g_{rr} = -\frac{r}{r - r_g}, \quad g_{\theta\theta} = -r^2, \quad g_{\varphi\varphi} = -r^2 \sin^2 \theta \quad (8)$$

где r_g – гравитационный радиус нейтронной звезды.

В рассматриваемой нами задаче имеются два малых параметра $\frac{r_g}{r}$ и $\eta_{1,2} \xi B^2$.

Поэтому проведем вычисление основных нелинейно-электродинамических и гравитационных эффектов с квадратичной точностью по параметру $\frac{r_g}{r}$ и линейной по параметру $\eta_{1,2} \xi B^2$.

2 Материалы и методы

2.1 Уравнение Гамильтона - Якоби

В линейном приближении решение уравнений (7), описывающее дипольное магнитное поле нейтронной звезды, имеет вид:

$$F_{31}^{(0)} = -\frac{2|m|}{r} \sin \theta \cos \theta, \quad F_{32}^{(0)} = -\frac{2|m|}{r} \sin \theta \cos \theta, \quad (9)$$

где m – магнитный дипольный момент.

Найдем теперь уравнение Гамильтона - Якоби, которому удовлетворяют лучи слабой высокочастотной электромагнитной волны, распространяющейся в гравитационном (8) и магнитном (9) полях нейтронной звезды.

Тензор электромагнитного поля, входящий в уравнения (7), в этом случае следует представить в виде суммы дипольного магнитного поля $F_{ik}^{(0)}$ звезды (9) и поля слабой электромагнитной волны f_{ik} :

$$F_{ik} = F_{ik}^{(0)} + f_{ik}.$$

В линейном приближении по слабой электромагнитной волне f_{ik} уравнения (7) принимают вид:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^n} \{ \sqrt{g} Q_{(1)}^{mn} \} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial F_{mn}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{nk}}{\partial x^m} + \frac{\partial F_{km}}{\partial x^n} = 0,$$

где

$$Q_{(1)}^{mn} = \left[1 + \xi(\eta_1 - 2\eta_2) f_2^{(0)} \right] f^{mn} + 4 \xi \eta_2 \left[f^{mi} F_{ik}^{(0)} F_{(0)}^{kn} + F_{(0)}^{mi} f_{ik} F_{(0)}^{kn} + F_{(0)}^{mi} F_{ik}^{(0)} f^{kn} \right] + [2\xi(\eta_1 - 2\eta_2) f_{ik} F_{(0)}^{ki}] F_{(0)}^{mn}$$

Так как нас интересует прежде всего воздействие гравитационного и магнитного полей звезды на лучи слабой электромагнитной волны, то используя систему уравнений (10), найдем уравнение, которому должен удовлетворять в рассматриваемом случае эйконал. Для этого представим тензор f_{nm} слабой электромагнитной волны в виде:

$$f_{nm} = A_{nm}(r, t) e^{iS(r, t)}, \quad (11)$$

где, как обычно, амплитуда $A_{nm}(r, t)$ является медленно изменяющейся функцией координат и времени, а эйконал $S(r, t)$ – быстро изменяющейся функцией.

В результате производные от S оказываются чрезвычайно большими величинами, так что выполняется условие:

$$|A_{nm}(r, t) \partial S / \partial x^1| \gg |\partial A_{nm}(r, t) / \partial x^1|.$$

Подставим выражение (11) в уравнения (10). Учтем, что для точек, находящихся вне звезды, по порядку величины выполняются соотношения:

$$\frac{\partial F_{nm}^{(0)}}{\partial r} \sim \frac{F_{nm}^{(0)}}{R}, \quad \left| \partial g_{nm}^{(0)} / \partial r \right| \ll \left| \frac{g_{nm}^{(0)}}{R} \right|, \quad \partial S / \partial r \sim S / \lambda,$$

где R – радиус звезды, λ – длина волны.

Так как для высокочастотного электромагнитного излучения $\frac{R}{\lambda} \gg 1$, то при дифференцировании $Q_{(1)}^{mn}$ в уравнениях (10) следует оставить только производные от эйконала S . В результате линейно независимые уравнения системы (10) примут вид однородной системы линейных алгебраических уравнений:

$$\left[1 + \xi(\eta_1 - 2\eta_2) f_2^{(0)} \right] f^{\mu n} \frac{\partial S}{\partial x^n} + [2\xi(\eta_1 - 2\eta_2) f_{ik} F_{(0)}^{ki}] F_{(0)}^{\mu n} \frac{\partial S}{\partial x^n} = 0, \quad (12)$$

$$f_{\alpha\beta} \frac{\partial S}{\partial x^0} + f_{\beta 0} \frac{\partial S}{\partial x^\alpha} + f_{0\alpha} \frac{\partial S}{\partial x^\beta} = 0.$$

Домножая первое уравнение системы (12) на $\frac{\partial S}{\partial x^0}$ и исключая из него компоненты $f_{\alpha\beta}$ с помощью второго уравнения (12), приходим к системе уравнений вида

$$\Pi^{\mu n} f_{0\beta} = 0.$$

Уравнение эйконала, как известно, является следствием условия

$$\det \|\Pi^{\mu\beta}\| = 0.$$

Учитывая, что в нашей задаче отличными от нуля компонентами тензора $F_{ik}^{(0)}$ являются только компоненты (9), отсюда, после сокращения на несущественный множитель, получим следующее уравнение Гамильтона-Якоби:

$$\left\{ \frac{r}{r-r_g} \left(\frac{\partial S}{\partial x^0} \right)^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{4\eta_1 \xi m^2}{r^6} \left[\left(\sin \theta \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{2 \cos \theta}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1 + 3 \cos^2 \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right] + O(\eta \xi^2 B^4) \right\} \times \left\{ \frac{r}{r-r_g} \left(\frac{\partial S}{\partial x^0} \right)^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{4\eta_2 \xi m^2}{r^6} \left[\left(\sin \theta \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{2 \cos \theta}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1 + 3 \cos^2 \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right] + O(\eta \xi^2 B^4) \right\} = 0.$$

Таким образом, в зависимости от поляризации слабой электромагнитной волны ее эйконал будет удовлетворять одному из двух уравнений Гамильтона-Якоби:

$$\frac{r}{r-r_g} \left(\frac{\partial S}{\partial x^0} \right)^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{4\eta_{1,2} \xi m^2}{r^6} \left[\left(\sin \theta \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{2 \cos \theta}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1 + 3 \cos^2 \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right] + O(\eta \xi^2 B^4),$$

где $\eta_{1,2} = \eta_2$ для электромагнитной волны, поляризованной в плоскости, содержащей векторы B и k , и $\eta_{1,2} = \eta_1$ для электромагнитной волны, поляризованной перпендикулярно к этой плоскости.

2.2 Геометрия пространства-времени и ее метрический тензор в нелинейной электродинамике вакуума в поле магнитного диполя

Сравнивая уравнение (13) с уравнением Гамильтона-Якоби в общем виде

$$g_{eff}^{mn} \frac{\partial S}{\partial x^m} \frac{\partial S}{\partial x^n} = 0,$$

найдем компоненты метрического тензора эффективного пространства-времени для электромагнитных волн, распространяющихся в поле нейтронной звезды:

$$\begin{aligned} g_{eff}^{00} &= \frac{r}{r-r_g}, \quad g_{eff}^{00} = -1 + \frac{r_g}{r} + \frac{4\eta_{1,2} \xi m^2}{r^6} \sin^2 \theta, \\ g_{eff}^{\theta\theta} &= -\frac{1}{r^2} \left[1 - \frac{16\eta_{1,2} \xi m^2}{r^6} \cos^2 \theta \right], \quad g_{eff}^{r\theta} = -\frac{8\eta_{1,2} \xi m^2}{r^7} \sin \theta \cos \theta, \\ g_{eff}^{\varphi\varphi} &= -\frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left[1 - \frac{4\eta_{1,2} \xi m^2}{r^6} (1 + \cos^2 \theta) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Используя эти выражения, несложно вычислить компоненты тензора Риччи для пространства с метрическим тензором (14):

$$R_{rr} = -\frac{24\eta_{1,2}\xi m^2(5 + 12\cos^2\theta)}{r^8},$$

$$R_{r\theta} = -\frac{48\eta_{1,2}\xi m^2 \sin\theta \cos\theta}{r^7},$$

$$R_{\theta\theta} = -\frac{12\eta_{1,2}\xi m^2(3 + 7\cos^2\theta)}{r^6},$$

$$R_{\varphi\varphi} = -\frac{60\eta_{1,2}\xi m^2(1 + \cos^2\theta)\sin^2\theta}{r^6},$$

Отметим, что скалярная кривизна этого пространства также отлична от нуля:

$$R = R_{ik}g^{ik} = -\frac{216\eta_{1,2}\xi m^2(1 + 2\cos^2\theta)}{r^8}.$$

Следует однако подчеркнуть, что эффективное пространство-время при $\eta_1 \neq \eta_2$ не является универсальным даже для электродинамики, так как его воздействие на распространение электромагнитных волн зависит от их состояния поляризации.

В результате во внешних электромагнитных полях возникает эффект двулучепреломления: скорость распространения электромагнитных волн становится зависящей от их поляризации.

И только в тех нелинейных моделях электродинамики вакуума, у которых $\eta_1 = \eta_2$ метрический тензор (14) в рассматриваемом приближении становится одинаковым для всех электромагнитных волн, независимо от их поляризации. Примером такой теории является теория Борна - Инфельда.

3 Результаты и обсуждение

3.1 Нелинейно-электродинамическое искривление лучей в поле магнитного диполя

Найдем решение уравнений (13) для лучей, лежащих в плоскости магнитного экватора нейтронной звезды. Поместим начало координат в центр нейтронной звезды и ориентируем ось Z вдоль вектора дипольного магнитного момента m . В плоскости магнитного экватора $\theta = \frac{\pi}{2}$ введем полярные координаты r и φ .

Тогда уравнение Гамильтона-Якоби для лучей, лежащих в плоскости $\theta = \frac{\pi}{2}$, принимает вид:

$$\left(1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{r}\right) \left(\frac{\partial S}{\partial x^0}\right)^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right)^2 + \frac{4\eta_{1,2}\xi m^2}{r^6} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right)^2\right] = 0.$$

Решая это уравнение методом разделения переменных, получим:

$$S = -\varepsilon_0 t + \alpha \varphi \pm \int dr \sqrt{f(r)}, \quad (15)$$

где знак плюс соответствует распространению электромагнитной волны от нейтронной звезды, а знак минус - к звезде, ε_0 и α - произвольные постоянные и введено обозначение

$$f(r) = \frac{\varepsilon_0^2}{c^2} \left[1 + \frac{2r_g}{r} + \frac{3r_g^2}{r} + \frac{4\eta_{1,2}\xi m^2}{r^6}\right] - \frac{\alpha^2}{r^2} \left[1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{r}\right]. \quad (16)$$

Рассмотрим некоторый луч электромагнитной волны частоты ω_0 , начинающийся на пространственной бесконечности и имеющий прицельное расстояние $b_{1,2}$. Если этот луч обходит нейтронную звезду в направлении по часовой стрелке, то константы интегрирования ε_0 и α , входящие в выражения (11) и (12), принимают вид:

$$\varepsilon_0 = \omega_0, \quad \alpha = -\frac{\omega_0 b_{1,2}}{c}. \quad (17)$$

Уравнение луча можно получить, если проинтегрировать выражение (11) по α , приравняв результат некоторой константе φ_0 и учесть соотношения (13):

$$\varphi = \varphi_0 \mp \frac{\omega_0 b_{1,2}}{c} \int^r \frac{dr}{r^2 \sqrt{f(r)}} \left[1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{r}\right]. \quad (18)$$

Рассмотрим две электромагнитные волны, одна из которых поляризована в плоскости магнитного экватора нейтронной звезды, а другая - перпендикулярно этой плоскости, и распространяющиеся по лучам, имеющим при $R_0 \rightarrow \infty$ одинаковые прицельные параметры: $b_1 = b_2 = b_3$.

Ограничиваясь принятой нами точностью, найдем углы искривления этих лучей:

$$\delta\varphi_{1,2} = -\frac{2r_g}{b} - \frac{15\pi r_g^2}{16b^2} - \frac{15\pi\eta_{1,2}\xi m^2}{4b^6}. \quad (19)$$

Первые два слагаемых в этом выражении дают гравитационное искривление луча, а последнее - нелинейно-электродинамическое. Знак минус в выражении (19) показывает, что гравитационное и магнитное

поля нейтронной звезды в плоскости магнитного экватора действуют на электромагнитные волны как собирающая линза.

Угол $\delta\varphi$ между асимптотами этих двух лучей при $R_1 \rightarrow \infty$ будет равен:

$$\delta\varphi = \delta\varphi_1 - \delta\varphi_2 = \frac{15\pi(\eta_2 - \eta_1)\xi m^2}{4b^6}.$$

Таким образом, в нелинейных моделях электродинамики вакуума, у которых $\eta_2 \neq \eta_1$, угол $\delta\varphi \neq 0$.

3.2 Запаздывание электромагнитного сигнала в поле магнитного диполя

Закон движения электромагнитного сигнала $T = T(r)$ по лучу можно найти, если продифференцировать выражение (15) по ξ_0 , приравнять результат некоторой константе t_0 и учесть соотношения (17):

$$T = t_0 \pm \frac{\omega_0}{c^2} \int^r \frac{dr}{\sqrt{f(r)}} \left[1 + \frac{2r_g}{r} + \frac{3r_g^2}{r} + \frac{4\eta_{1,2}\xi m^2}{r^6} \right].$$

Дифференцируя это равенство по r , несложно получить:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{d\psi} = & -\frac{1}{cb_{1,2}u^2} \left\{ 1 + \frac{2\eta_{1,2}\xi m^2}{b_{1,2}^6} + \frac{r_g^2}{2b_{1,2}^2} \right\} - \frac{3r_g}{2cb_{1,2}u} \\ & - \frac{b_{1,2}}{c} \left\{ \frac{2\eta_{1,2}\xi m^2}{b_{1,2}^6} [1 + \sin^2\psi + 2\sin^4\psi] + \frac{15r_g^2}{8b_{1,2}^2} \right\}. \end{aligned}$$

Интегрируя это уравнение, найдем:

$$\begin{aligned} T = t_{1,2} - \frac{r_g}{c} \ln \left| \operatorname{vtg} \frac{\Psi(\varphi)}{2} + W - \sqrt{W^2 - V^2} \right| + \frac{r_g}{c} \ln \left| \operatorname{vtg} \frac{\Psi(\varphi)}{2} + W - \sqrt{W^2 - V^2} \right| \quad (20) \\ + \frac{r}{c} \left[1 + \frac{r_g^2}{8b_{1,2}^2} \right] \cos\Psi(\varphi) \\ - \frac{b_{1,2}}{c} \left\{ \frac{\eta_{1,2}\xi m^2}{8b_{1,2}^2} [36\Psi(\varphi) - 12\sin 2\Psi(\varphi) + \sin 4\Psi(\varphi)] + \frac{15r_g^2}{8b_{1,2}^2} \Psi(\varphi) \right\}, \end{aligned}$$

где t_1 и t_2 – постоянные интегрирования.

Следует отметить, что T – это время, измеряемое по часам наблюдателя, находящегося на значительном удалении ($\frac{r_g}{R_1} \rightarrow 0$) от нейтронной звезды.

При $r_g \rightarrow 0$ и $m^2 \rightarrow 0$ выражение (20), как и следовало ожидать, описывает движение электромагнитного сигнала со скоростью $v = c$ по прямой, проходящей на расстоянии $b_{1,2}$ от начала координат.

Из выражения (20) следует, что в плоскости магнитного экватора при $\eta_1 \neq \eta_2$ два электромагнитных сигнала, поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях (один в плоскости магнитного экватора, а другой - перпендикулярно этой плоскости) и излученные в один и тот же момент времени из одного и того же источника, придут к наблюдателю по различным лучам и в различные моменты времени $T_2 \neq T_1$.

Как показывает детальный анализ, если источник высокочастотного излучения находится вблизи нейтронной звезды, то асимптотически главный член разности $\Delta T = T_2 - T_1$ принимает вид:

$$\Delta T = \frac{9\pi(\eta_2 - \eta_1)\xi m^2}{4b^5 c}. \quad (21)$$

Величина ΔT существенно зависит от разности постмаксвелловских параметров. В частности, в нелинейной электродинамике Борна-Инфельда $\Delta T = 0$, в то время как согласно электродинамике Гейзенберга-Эйлера выражение (21) в магнитных полях пульсаров и магнетаров может достигать величины 10^{-6} секунды. Современная электроника в состоянии зарегистрировать сигналы различной поляризации, разделенные такими промежутками времени.

Выводы

Таким образом, наличие нелинейных слагаемых при старших производных в лагранжиане электромагнитного поля приводит к появлению эффективного псевдориманова пространства-времени, метрический тензор которого зависит не только от внешнего электромагнитного поля, но и от поляризации электромагнитной волны, распространяющейся в этом поле.

В результате внешнее электромагнитное поле оказывает на электромагнитные волны нелинейно-электродинамическое действие, во многом аналогичное действию гравитационного поля: лучи электромагнитных волн в неоднородном электромагнитном поле искривляются, а скорость распространения электромагнитных сигналов зависит не только от внешнего поля, но и от поляризации этих сигналов. Расчеты [15–30] показали, что современный уровень развития экспериментальной техники вплотную приблизился к тому уровню, на котором возможно наблюдение эффектов нелинейной электродинамики вакуума.

Нелинейно-электродинамическое воздействие в астрофизических условиях происходит на фоне обычного гравитационного воздействия. Поэтому при проведении измерений различных гравитационных эффектов, происходящих в окрестностях пульсаров и магнетаров, необходимо проводить поиск и измерение и нелинейно-электродинамических эффектов.

Полученные при таких измерениях результаты позволят выяснить экспериментальный статус различных моделей нелинейной электродинамики вакуума и исследовать на эксперименте естественную геометрию для электромагнитного поля в нелинейной электродинамике вакуума.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 **Логунов, А. А.** Лекции по теории относительности и гравитации. Современный анализ проблемы. – М. : Наука, 1987. – С. 272.
- 2 **Денисов, В. И., Денисов, М. И., Кравцов, Н. В., Пинчук В. Б.** Теоретическая и математическая физика. – 1998. – С. 117. – № 3. – С. 498.
- 3 **Лобачевский, Н. И.** Полное собрание сочинений. . – М. : Гостехиздат, 1949. – Т. 2. – С. 159.
- 4 **Born, M., Infeld, L.** Proc. Roy. Soc. – 1934. – Vol. A144. – P. 425.
- 5 **Heisenberg, W. & Euler, H.** Consequences of Dirac's theory of the positron // Zeitschr. Phys. – 98. – 1936. – P. 714.
- 6 **Денисов, В. И., Денисова, И. П.** ДАН. – 2001. – Т. 378. – № 4. – С. 463.
- 7 **Уилл, К.** Теория и эксперимент в гравитационной физике / Пер. с англ. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – С. 296.
- 8 **Берк, Д. Л. Фелд, Р. К. Хортон-Смит, Г. и др.** Рис. Rev. Lett. – 1997. – Т. 79. – С. 1626.
- 9 **Александров, Е. Б., Ансельм, А. А., Москалев, А. Н.** ЖЭТФ. – 1985. – Т. 89. – С. 1181.
- 10 **Розанов, Н. Н.** ЖЭТФ. – 1993. – Т. 103. – С. 1996.
- 11 **Денисов, В. И.** Phys. Rev. – 2000. – V. D61. – № 3. – P. 036004.
- 12 **Денисов, В. И.** Журнал «Оптика». – 2000. – Т. 2. – С. 372.
- 13 **Денисов, В. И., Денисова, И. П.** Оптика и спектроскопия. – 2001. – Т. 90. – С. 1022.
- 14 **Денисов, В. И., Денисова, И. П., Свертилов, С. И.** ДАН. – 2001. – Т. 380. – С. 754.
- 15 **Денисов, В. И., Денисова, И. П.** Оптика и спектроскопия. – 2001. – Т. 90. – № 2. – С. 282.
- 16 **Денисов, В. И., Денисова, И. П.** Теоретическая и математическая физика. – 2001. – Т. 129. – № 1. – С. 1421.
- 17 **Денисов, В. И., Кривченков, И. Ю., Денисова, И. П.** Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2002. – Т. 95. – № 2. – С. 194.
- 18 **Вшивцева, П. А., Денисов, В. И. Денисова, И. П.** Доклады по физике. – 2002. – Т. 47. – № 11. – С. 798.
- 19 **Денисов, В. И.** Теоретическая и математическая физика. – 2002. – Т. 132. – № 2. – С. 1071.

20 Денисов, В. И., Свертилов, С. И. Астрономия и астрофизика. – 2003. – Т. 399. – № 3. – С. 39.

21 Денисов, В. И., Денисова, И. П., Кривченков, И. В. Доклады по математике. – 2003. – Т. 67. – № 1. – С. 90.

22 Денисов, В. И., Кравцов, Н. В., Кривченков, И. В. Квантовая электроника. – 2003. – Т. 33. – № 10. – С. 938.

23 Денисов, В. И., Денисова, И. П., Свертилов, С. И. Теоретическая и математическая физика. – 2003. – Т. 135. – № 2. – С. 720.

24 Денисов, В. И., Денисова, И. П., Кривченков, И. В. и др. Доклады по физике. – 2003. – Т. 48. – № 12. – С. 657.

25 Денисов, В. И., Денисова, И. П., Свертилов, С. И. Теоретическая и математическая физика. – 2004. – Т. 140. – № 1. – С. 1001

26 Денисов, В. И., Денисова, И. П., Кривченков, И. В. и др. Доклады по физике. – 2004. – Т. 49. – № 11. – С. 630.

27 Денисов, В. И., Кривченков, И. В., Кравцов, Н. В. Физическое обозрение D. – 2004. – Т. 69. – № 6.

28 Денисов, В. И., Свертилов, С. И. Физическое обозрение D. – 2005. – Т. 71. – № 6.

29 Денисов, В. И., Кривченков, И. В., Кравцов, Н. В. Оптика и спектроскопия. – 2006. – Т. 100. – № 5. – С. 641.

30 Вшивцева, П. А., Денисов, В. И., Кривченков, И. В. Теоретическая и математическая физика. – 2007. – Т. 150. – № 1. – С. 73.

REFERENCES

1 Logunov, A. A. Lekcii po teorii otnositel'nosti i gravitacii. Sovremennyj analiz problemy [Lectures on the theory of relativity and gravity. Modern analysis of the problem]. – Moscow : Nauka, 1987. – P. 272.

2 Denisov, V. I., Denisov, M. I., Kravcov, N. V., Pinchuk V. B. Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika [Theoretical and Mathematical Physics]. – 1998. – P. 117. – № 3. – P. 498.

3 Lobachevskij, N. I. Polnoe sobranie sochinenij [The complete works], Moscow : Gostekhizdat, 1949. – Т. 2. – P. 159.

4 Born, M., Infeld, L. Proc. Roy. Soc. – 1934. – Vol. A144. – P. 425.

5 Heisenberg, W. & Euler, H. Consequences of Dirac's theory of the positron // Zeitschr. Phys. – 98. – 1936. – P. 714.

6 Denisov, V. I., Denisova, I. P. DAN [DAN]. – 2001. – Т. 378. – № 4. – P. 463.

- 7 **Uill, K.** *Teoriya i eksperiment v gravitacionnoj fizike : Per. s angl. [Theory and Experiment in Gravitational Physics: Translated from English.]*. – Moscow : Energoatomizdat, 1985. – P. 296.
- 8 **Berk, D. L., Feld, R. K., Horton-Smit, G. i dr.** *Ris. Rev. Lett. [Fig. Rev. Lett.]*. – 1997. – T. 79. – P. 1626.
- 9 **Aleksandrov, E. B., Ansel'm, A. A., Moskalev, A. N.** *ZHETF [ZhETF]*. – 1985. – T. 89. – P. 1181.
- 10 **Rozanov, N. N.** *ZHETF [ZHETF]*. – 1993. – T. 103. – P. 1996.
- 11 **Denisov, V. I.** *Phys. Rev.* – 2000. – V. D61. – № 3. – P. 036004.
- 12 **Denisov, V. I.** *Zhurnal «Optika» [Journal «Optics»]*. – 2000. – T. 2. – P. 372.
- 13 **Denisov, V. I., Denisova, I. P.** *Optika i spektroskopiya [Optics and Spectroscopy]*. – 2001. – T. 90. – P. 1022.
- 14 **Denisov, V. I., Denisova, I. P., Svertilov, S. I.** *DAN [DAN]*. – 2001. – T. 380. – P. 754.
- 15 **Denisov, V. I., Denisova, I. P.** *Optika i spektroskopiya [Optics and Spectroscopy]*. – 2001. – T. 90. – № 2. – P. 282.
- 16 **Denisov, V. I., Denisova, I. P.** *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika [Theoretical and Mathematical Physics]*. – 2001. – T. 129. – № 1. – P. 1421.
- 17 **Denisov, V. I., Krivchenkov, I. Yu., Denisova, I. P.** *ZHurnal eksperimental'noj i teoreticheskoy fiziki [Journal of Experimental and Theoretical Physics]*. – 2002. – T. 95. – № 2. – P. 194.
- 18 **Vshivceva, P. A., Denisov, V. I., Denisova, I. P.** *Doklady po fizike [Reports on Physics]*. – 2002. – T. 47. – № 11. – P. 798.
- 19 **Denisov, V. I.** *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika [Theoretical and Mathematical Physics]*. – 2002. – T. 132. – № 2. – P. 1071.
- 20 **Denisov, V. I., Svertilov, S. I.** *Astronomiya i astrofizika [Astronomy and Astrophysics]*. – 2003. – T. 399. – № 3. – P. 39.
- 21 **Denisov, V. I., Denisova, I. P., Krivchenkov, I. V.** *Doklady po matematike [Reports on Mathematics]*. – 2003. – T. 67. – № 1. – P. 90.
- 22 **Denisov, V. I., Kravcov, N. V., Krivchenkov, I. V.** *Kvantovaya elektronika [Quantum Electronics]*. – 2003. – T. 33. – № 10. – P. 938.
- 23 **Denisov, V. I., Denisova, I. P., Svertilov, S. I.** *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika [Theoretical and Mathematical Physics]*. – 2003. – T. 135. – № 2. – P. 720.
- 24 **Denisov, V. I., Denisova, I. P., Krivchenkov, I. V. i dr.,** *Doklady po fizike [Reports on Physics]*. – 2003. – T. 48. – № 12. – P. 657.
- 25 **Denisov, V. I., Denisova, I. P., Svertilov, S. I.** *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika [Theoretical and Mathematical Physics]*. – 2004. – T. 140. – № 1. – P. 1001.

26 Denisov, V. I., Denisova, I. P., Krivchenkov, I. V. i dr. Doklady po fizike [Reports on Physics]. – 2004. – Т. 49. – № 11. – P. 630.

27 Denisov, V. I., Krivchenkov, I. V., Kravcov, N. V. Fizicheskoe obozrenie D [Physical Review D]. – 2004. – Т. 69. – № 6.

28 Denisov, V. I., Svertilov, S. I. Fizicheskoe obozrenie D [Physical Review D]. – 2005. – Т. 71. – № 6.

29 Denisov, V. I., Krivchenkov, I. V., Kravcov, N. V. Optika i spektroskopiya [Optics and Spectroscopy]. – 2006. – Т. 100. – № 5. – P. 641.

30 Vshivceva, P. A., Denisov, V. I., Krivchenkov, I. V. Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika [Theoretical and Mathematical Physics]. – 2007. – Т. 150. – № 1. – P. 73.

Материал поступил в редакцию 07.09.22.

**В. И. Денисов*

М. В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университеті,
Ресей Федерациясы, Мәскеу қ.
Материал 07.09.22 баспаға түсті.

СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ВАКУУМДЫҚ ЭЛЕКТРОДИНАМИКАДАҒЫ ТІІМДІ КЕҢІСТІК УАҚЫТЫ

Жұмыста электромагниттік өріс электромагниттік толқындарға гравитациялық өріске ұқсас сызықтық емес электродинамикалық әсер ететіндігі көрсетілген: біртекті емес электромагниттік өрістегі электромагниттік толқындардың сәулелері қисық, ал электромагниттік сигналдардың таралу жылдамдығы тек сыртқы өріске ғана емес, сонымен қатар осы сигналдардың поляризациясына да байланысты. Есептеулер көрсеткендей, эксперименттік техниканың қазіргі даму деңгейі вакуумның сызықтық емес электродинамикасының әсерін байқауға болатын деңгейге жақындады. Электромагниттік өрістің лагранжында жогары туындыларда сызықтық емес терминдердің болуы тиімді псевдориман кеңістігінің пайда болуына әкеледі, оның метрикалық тензоры тек сыртқы электромагниттік өріске ғана емес, сонымен қатар осы өрісте таралатын электромагниттік толқынның поляризациясына да байланысты. Жұмыста алынған нәтижелер сызықтық емес вакуумдық электродинамиканың әртүрлі модельдерінің эксперименттік мәртебесін анықтауға және экспериментте сызықтық емес вакуумдық электродинамикадағы

электромагниттік өрістің табиғи геометриясын зерттеуге мүмкіндік береді.

Кілтті сөздер: кеңістік-уақыт, Максвелл теңдеулері, электромагниттік өріс, метрикалық тензор, гравитациялық өріс, вакуум.

**V. I. Denisov*

Lomonosov Moscow State University,

Russian Federation, Moscow.

Material received on 07.09.22.

EFFECTIVE SPACE-TIME IN NONLINEAR VACUUM ELECTRODYNAMICS

The work shows that the electromagnetic field has a nonlinear electrodynamic effect on electromagnetic waves, in many respects similar to the effect of the gravitational field: the rays of electromagnetic waves in an inhomogeneous electromagnetic field are bent, and the propagation speed of electromagnetic signals depends not only on the external field, but also on the polarization of these signals. Calculations have shown that the current level of development of experimental technology has come close to the level at which it is possible to observe the effects of nonlinear electrodynamics of vacuum. The presence of nonlinear terms with higher derivatives in the Lagrangian of the electromagnetic field leads to the appearance of an effective pseudo-Riemannian space-time, the metric tensor of which depends not only on the external electromagnetic field, but also on the polarization of the electromagnetic wave propagating in this field. The results obtained in this work allow us to find out the experimental status of various models of nonlinear vacuum electrodynamics and to investigate experimentally the natural geometry for the electromagnetic field in nonlinear vacuum electrodynamics.

Keywords: space-time, Maxwell's equations, electromagnetic field, metric tensor, gravitational field, vacuum.

Теруге 07.09.2022 ж. жіберілді. Басуға 30.09.2022 ж. қол қойылды.

Электрондық баспа

7,50 Mb RAM

Шартты баспа табағы 8,4. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.

Компьютерде беттеген А. Р. Омарова

Корректор: Д. А. Кожас

Тапсырыс № 4011

Сдано в набор 07.09.2022 г. Подписано в печать 30.09.2022 г.

Электронное издание

7,50 Mb RAM

Усл.печ.л. 8,4. Тираж 300 экз. Цена договорная.

Компьютерная верстка А. Р. Омарова

Корректор: Д. А. Кожас

Заказ № 4011

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған

«Торайғыров университеті» КЕ АҚ

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы

«Торайғыров университеті» КЕ АҚ

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

+7(718)267-36-69

e-mail: kereku@tou.edu.kz

www.vestnik.tou.edu.kz

<https://vestnik-pm.tou.edu.kz/>