

Торайғыров университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Торайғыров университета

ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРШЫСЫ

Физика-математикалық сериясы
1997 жылдан бастап шығады



ВЕСТНИК ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Физико-математическая серия
Издается с 1997 года

ISSN 2710-3536

№ 3 (2020)
Павлодар

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Физико-математическая серия

выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о постановке на учет, переучет периодического печатного издания,
информационного агентства и сетевого издания
№ KZ95VPY00029553

выдано

Министерством информации и общественного развития
Республики Казахстан

Тематическая направленность

публикация материалов в области физики, математики,
механики и информатики

Подписной индекс – 76135

Бас редакторы – главный редактор

Тлеукенов С. К.

доктор ф.-м.н., профессор

Заместитель главного редактора Кумеков С. Е., *к.ф.-м.н., доцент*

Ответственный секретарь Талипов О. М. *доктор PhD*

Редакция алқасы – Редакционная коллегия

Оспанов К. Н., *д.ф.-м.н., профессор*

Кутербеков К. А., *д.ф.-м.н., профессор*

Ибраев Н. Х., *д.ф.-м.н.*

Ткаченко И. М., *д.ф.-м.н., профессор (Испания)*

Демкин В. П., *д.ф.-м.н., профессор (Россия)*

Qadir Abdul *доктор PhD, профессор (Пакистан)*

Lobiyal D. K. *доктор PhD, профессор (Индия)*

Лапчик М. П. *д.пед.н., профессор (Россия)*

Шокубаева З. Ж., *технический редактор*

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели

Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов

При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник Торайгыров университета» обязательна

МРНТИ 27.25.19

<https://doi.org/10.48081/WTBY3582>

С. С. Кубергенов¹, Б. Урумбаев², А. Т. Апенев³

¹Институт теоретической математики и научных вычислений
Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева,
Республика Казахстан, г. Нур-Султан.

^{2,3}Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева,
Республика Казахстан, г. Нур-Султан.

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ПРИБЛИЖЕННОМУ ВЫЧИСЛЕНИЮ ИНТЕГРАЛОВ ОТ СИЛЬНО КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ФУНКЦИЙ

В статье рассматривается задача приближенного вычисления линейного функционала, являющегося интегралом от произведения двух функций, одна из которых является сильно колеблющейся, а вторая принадлежит классу Соболева с доминирующей смешанной производной. Данному исследованию посвящена обширная литература, только по базе Web of Science более 400 работ. Н. Темиргалиевым, С. Кудайбергеновым и Н. Наурызбаевым получена оценка сверху приближенного вычисления данного функционала в случае когда одна из функций из системы Хаара.

В статье приведены результаты по вычислительным экспериментам приближенного вычисления данных функционалов. Вычислительные эксперименты проведены в среде Mathcad. Построена тестовая функция, являющаяся тригонометрическим многочленом и принадлежащая классу Соболева с доминирующей смешанной производной. Для данной тестовой функции найдены точное значение интеграла, приближенное значение интеграла методом тензорного произведения функционалов и приближенное значение интеграла методом прямоугольников.

Вычисления показывают, что для данной тестовой функции метод прямоугольников приближает лучше чем метод тензорных произведений функционалов. Вместе с тем, следует отметить, что тестовая функция является крайней функцией метода тензорного

произведения функционалов. Это означает, что полученная погрешность является наихудшей для рассматриваемого класса. Однако, для метода прямоугольников нет гарантии, что для других функции из данного класса погрешность приближения будет также лучше.

Ключевые слова. Тензорное произведение функционалов, тестовая функция, система Хаара, классы Соболева, высокочастотная функция.

Введение

Статья посвящена задаче численной реализации приближенного вычисления функционала

$$(f) = \int_{\Omega} f(x) \bar{g}(x) dx \quad (1)$$

Положим

$$\ell_g(f) = \Lambda_N^{(g)}(f) + \Delta_N^{(g)}(f),$$

в которой

$\ell_g(f)$ – подлежащий приближенному вычислению линейный функционал,

$\Lambda_N^{(g)}(f)$ – вычислительный агрегат,

$\Delta_N^{(g)}(f)$ – возникающая при этом погрешность.

При различных конкретизациях получаем различные задачи. Особый интерес представляет случай, когда сильно колеблющаяся (например, .

При решении задачи приближения функционала (1), возникающие основные вопросы следующие:

Какими вычислительными агрегатами $\Lambda_N^{(g)}(f)$ приближать?

Какого вида условия накладываются на функцию f ?

Как выглядят оценки погрешности $\Delta_N^{(g)}(f)$?

Некоторые конкретизации поставленной задачи представлены в работах Y. L. Luke, A. Iserles, S. Nørsett, K. Lorenz, T. Jahnke, C. Lubich, D. Huybrechs, S. Olver, Н. Темиргалиев, С. С. Кудайбергенов, А. А. Шоманова, V. Dominguez, I. G. Graham, V. P. Smyshlyaev, E. Novak, M. Ullrich, H. Wozniakowski, J. Gao, A. Molabahrani, G. He, Ch. Zhang, J. Ma, H. Liu,

Sh. Xiang, B. Li, Gd. Liu, Siraj-ul-Islam, S. Zaman, YY. Ma, YS. Xu и др. (см., напр., [1-14]).

Основная часть. Н. Темиргалиевым, С. Кудайбергеновым и Н. Наурызбаевым в [15] рассмотрен случай когда есть функция из системы Хаара, определяемая на отрезке $[0,1]$ следующим образом (см. [16]): $\chi_0(t) \equiv 1$, а для всякого $n = 0,1,2,\dots$ и $k = 1,\dots,2^n$

$$\chi_{2^n+k}(t) = \begin{cases} \sqrt{2^n} \text{ нпу } t \in \left(\frac{2k-2}{2^{n+1}}, \frac{2k-1}{2^{n+1}}\right), \\ -\sqrt{2^n} \text{ нпу } t \in \left(\frac{2k-1}{2^{n+1}}, \frac{2k}{2^{n+1}}\right), \\ 0 \text{ нпу } t \notin \left(\frac{k-1}{2^n}, \frac{k}{2^n}\right). \end{cases}$$

В точке разрыва функции Хаара равны полусумме пределов справа и слева. На концах отрезка $[0,1]$ они равны своим предельным значениям изнутри отрезка.

Через $SW_2^r(0,1)^s$ ($r > 1/2$) обозначен класс Соболева с доминирующей смешанной производной, состоящий из всех 1-периодических по каждой переменной функций $f(x) = f(x_1, \dots, x_s)$, которые представимы в виде ($y = (y_1, \dots, y_s)$, $\|\psi\|_{L^2(0,1)^s} \leq 1$)

$$f(x) = \int_{[0,1]^s} \psi(x+y) 2^s \prod_{j=1}^s \sum_{k_j > 0, k_j \in \mathbb{Z}} (2\pi k_j)^{-r} \cos 2\pi(k_j y_j - r/4) dy$$

Результаты и обсуждение. Справедлива

Теорема А (Н. Темиргалиев, С. Кудайбергенов и Н. Наурызбаев [15]). Пусть даны числа $s = 1, 2, \dots$ и $r > 1/2$. Тогда для всякого набора неотрицательных целых чисел $n_1, \dots, n_s$ и для всех целых имеют место неравенство

$$\begin{aligned} & \sup_{f \in SW_2^r(0,1)^s} \left| \int_{[0,1]^s} f(x) \prod_{j=1}^s \chi_{2^{n_j}+k_j}(x_j) dx - \sum_{\substack{(v_1, \dots, v_s) \in \mathbb{Z}^s: \\ v_j > v_j^{(0)} (j=1, \dots, s), \\ v_1 + \dots + v_s \leq q}} \frac{1}{2^{v_1 + \dots + v_s}} \sum_{1 \leq |m_1| \leq 2^{v_1}} \dots \sum_{1 \leq |m_s| \leq 2^{v_s}} \prod_{j=1}^s \frac{2^{\frac{n_j}{2}} i e^{-2\pi i m_j \frac{k_j-1}{2^{n_j}}} \left(e^{\frac{\pi i m_j}{2^{n_j}}} - 1 \right)^2}{2\pi i m_j} \right| \times \\ & \times \sum_{k_1=0}^{2^{v_1}-1} \dots \sum_{k_s=0}^{2^{v_s}-1} f\left(\frac{k_1}{2^{v_1}}, \dots, \frac{k_s}{2^{v_s}}\right) \prod_{j=1}^s \left(1 - \operatorname{sgn}(v_j - v_j^{(0)}) (1 + (-1)^{k_j}) \right) e^{-2\pi i m_j \frac{k_j}{2^{v_j}}} \Big|_{s,r} << \\ & << \frac{2^{\frac{n_1 + \dots + n_s}{2}} (\ln N)^{(s-1)(r+1)+s}}{N^r} (N \approx 2^q q^{s-1}) \end{aligned}$$

и

$$\sup_{f \in E_q^r} \left| \int_{[0,1]^s} f(x) \prod_{j=1}^s \chi_{2^{n_j+k_j}}(x_j) dx - \sum_{\substack{(v_1, \dots, v_s) \in \mathbb{Z}^s: \\ v_j > v_j^{(0)} (j=1, \dots, s), \\ v_1 + \dots + v_s \leq q}} \frac{1}{2^{v_1 + \dots + v_s}} \sum_{1 \leq |m_1| \leq 2^{v_1}} \dots \sum_{1 \leq |m_s| \leq 2^{v_s}} \prod_{j=1}^s \frac{2^{\frac{n_j}{2}} i e^{2\pi i m_j \frac{k_j-1}{2^{n_j}} \left(\frac{\pi i m_j}{2^{n_j}} - 1 \right)^2}}{2\pi i m_j} \right| \times$$

$$\times \sum_{k_1=0}^{2^{v_1}-1} \dots \sum_{k_s=0}^{2^{v_s}-1} f\left(\frac{k_1}{2^{v_1}}, \dots, \frac{k_s}{2^{v_s}}\right) \prod_{j=1}^s \left(1 - \operatorname{sgn}(v_j - v_j^{(0)}) \left(1 + (-1)^{k_j}\right)\right) e^{-2\pi i m_j \frac{k_j}{2^{v_j}}} \Bigg| \ll_{s,r}$$

$$\ll \frac{2^{\frac{n_1 + \dots + n_s}{2}} (\ln N)^{sr}}{N^r} (N \approx 2^q q^{s-1}).$$

В статье проведена численная реализация вычислительного агрегата из теоремы А. Численная реализация проводилась в Mathcad.

Построены соответствующие тестовые функции:

Для заданных $n_j, k_j, \bar{v}_j \in \mathbb{Z}$: $n_j = 1, 2, \dots$; $0 \leq k_j \leq 2^{n_j}$; $\bar{v}_j > 0$ ($j = 1, 2, 3$); $\bar{v}_1 + \bar{v}_2 + \bar{v}_3 = q$ определим функцию

Доказана, что $f_q \in SW_2^r$ и выполняется соотношение

$$\sup_{g \in SW_2^r} \left| \int_{[0,1]^s} g(x) \prod_{j=1}^s \chi_{2^{n_j+k_j}}(x_j) dx - \Lambda_{N_q}(x, g) \right| \ll q^{1/2} \left| \int_{[0,1]^s} f_q(x) \prod_{j=1}^s \chi_{2^{n_j+k_j}}(x_j) dx - \Lambda_{N_q}(x, f_q) \right|$$

Результаты численных экспериментов представлены в таблице 1, здесь, $I_{n,k,v}$ – точное значение интеграла, Λ_q – приближенное значение интеграла методом тензорного произведения функционалов, Q_N – приближенное значение интеграла методом прямоугольников, R_Λ, R_Q – погрешности интегрирования.

Таблица 1

1	Параметры	$\bar{\nu} = (3,2,7), n = (3,2,4), k = (1,2,3), q = 12, N_q = 4.71 \cdot 10^4, N = 5.065 \cdot 10^4.$
	$I_{n,k,\nu}$	$1.243 \cdot 10^{-10} + 1.114i \cdot 10^{-10}$
	$\Lambda_{N_q}(R_\Lambda)$	$6.698 \cdot 10^{-9} (6.575 \cdot 10^{-9})$
	$Q_N(R_Q)$	$1.193 \cdot 10^{-9} - 1.1437i \cdot 10^{-9} (1.703 \cdot 10^{-9})$
2	Параметры	$\bar{\nu} = (4,4,4), n = (3,3,3), k = (2,2,2),$ остальное так же.
	$I_{n,k,\nu}$	$1.157 \cdot 10^{-8} + 1.503i \cdot 10^{-9}$
	$\Lambda_{N_q}(R_\Lambda)$	$1.137 \cdot 10^{-7} (1.022 \cdot 10^{-7})$
	$Q_N(R_Q)$	$4.882 \cdot 10^{-8} - 1.964i \cdot 10^{-8} (4.284 \cdot 10^{-8})$

Выводы. Несмотря на то, что погрешности приближения методом прямоугольников Q_N дает погрешность меньше чем вычислительными агрегатами, построенными методом тензорных произведений тензорных функционалов Λ_{N_q} , пробная функция является крайней в степенной шкале для метода Λ_{N_q} . Это означает, что для любых других функций из класса SW_2^r погрешность приближения не превосходит этой погрешности, в то же время для метода прямоугольников Q_N указанная погрешность верна только для этой функций.

Список использованной литературы

1 **Luke, Y. L.** On the computation of oscillatory integrals // Proc. Cambridge Phil. Soc. – 1954. – Vol. 50. – P. 269–277.

2 **Iserles, A., Norsett, S.** Efficient quadrature of highly oscillatory integrals using derivatives // Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci. – 2005. – Vol. 461. – P. 1383–1399.

3 **Lorenz K., Jahnke T., Lubich C.** Adiabatic integrators for highly oscillatory second order linear differential equations with time-varying eigendecomposition// BIT. – 2005. – Vol. 45. – P. 1–115.

4 **Huybrechs, D., Olver S.** Highly oscillatory quadrature. Chapter 2 in: Highly Oscillatory Problems, London Math. Soc. Lecture Note Ser. Cambridge: Cambridge Univ. Press. – 2009. – P. 25–50.

5 **Темиргалиев, Н., Кудайбергенов, С. С., Шоманова, А. А.** Применения квадратурных формул Смоляка к численному интегрированию коэффициентов Фурье и в задачах восстановления // Изв. вузов. Матем. – 2010. – №3. – С. 52–71.

6 **Dominguez, V., Graham I. G., Smyshlyaev V. P.** Stability and error estimates for Filon-Clenshaw-Curtis rules for highly oscillatory integrals//IMA Journal of Numerical Analysis. – 2011. – Vol. 31. – P. 1253–1280.

7 **Erich, N., Ullrich, M., Wozniakowski H.** Complexity of Oscillatory Integration for Univariate Sobolev Spaces // Journal of Complexity. – 2014. [Электронный ресурс] – <http://arxiv.org/abs/1311.1528> arXiv:1311.1528.

8 **Gao, J., Iserles A.** A generalization of Filon-Clenshaw-Curtis quadrature for highly oscillatory integrals // Bit Numerical Mathematics. 2017. – Vol. 57. – № 4. – P. 943–961.

9 **Molabrahmi, A.** Galerkin-Levin method for highly oscillatory integrals// Journal of computational and applied mathematics. – 2017. – Vol. 321. – P. 499–507.

10 **He G., Zhang Ch.** On the numerical approximation for Fourier-type highly oscillatory integrals with Gauss-type quadrature rules // Applied Mathematics and Computation. – 2017. – Vol. 308. – P. 96–104.

11 **Ma J., Liu H.** A well-conditioned Levin method for calculation of highly oscillatory integrals and its application // Journal of computational and applied mathematics. – 2018. – Т. 342. – P. 451–462.

12 **Xiang, Sh., Li B., Liu Gd.** On efficient computation of highly oscillatory retarded potential integral equations// International journal of computer mathematics. – 2018. – Vol. 95. – №11. – P. 2240–2255.

13 **Siraj-ul-Islam, Zaman S.** Numerical methods for multivariate highly oscillatory integrals // International journal of computer mathematics. 2018. – Vol. 95. №5. – P. 1024–1046.

14 **Ma Y.Y., Xu Y.S.** Computing highly oscillatory integrals // Mathematics of computation. – 2018. – Vol. 87. – №309. – P. 309–345.

15 **Темиргалиев, Н., Кудайбергенов С. С., Наурызбаев Н. Ж.** Порядково точное вычисление интегралов от произведений функций методом тензорных произведений функционалов// Изв. ВУЗов. Математика. – 2019. – №11. – С.1–6.

16 **Голубов, Б. И.** О рядах Фурье непрерывных функций по системе Хаара // Изв. АН СССР. Сер. матем. – 1964. –Т. 28. – № 6. – С. 1271–1296.

References

- 1 **Luke, Y. L.** On the computation of oscillatory integrals In Proc. Cambridge Phil. Soc. – 1954. – Vol. 50. – P. 269–277.
- 2 **Iserles A., Norsett S.** Efficient quadrature of highly oscillatory integrals using derivatives In Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci. – 2005. – Vol. 461. – P. 1383–1399.
- 3 **Lorenz, K., Jahnke, T.,** Lubich C. Adiabatic integrators for highly oscillatory second order linear differential equations with time-varying eigendecomposition In BIT. – 2005. – Vol. 45. – P. 1–115.
- 4 **Huybrechs, D., Olver, S.** Highly oscillatory quadrature. Chapter 2 in: Highly Oscillatory Problems, London Math. Soc. Lecture Note Ser. – Cambridge : Cambridge Univ. Press, 2009. – P. 25–50.
- 5 **Temirgaliyev N., Kudaibergenov S. S., Shomanova A. A.** Primeneniya kvadrurnykh formul Smolyaka k chislennomu integrirovaniyu koeffitsientov Fur'e i v zadachah vosstanovleniya [Application of Smolyak's quadrature formulas to the numerical integration of Fourier coefficients and in reconstruction problems] In Izv. vuzov. Matem. [Izv. universities. Mat.]. – 2010. – № 3. – P. 52–71.
- 6 **Dominguez, V., Graham, I. G., Smyshlyaev, V. P.** Stability and error estimates for Filon-Clenshaw-Curtis rules for highly oscillatory integrals // IMA Journal of Numerical Analysis. – 2011. – Vol. 31. – P. 1253–1280.
- 7 **Erich N., Ullrich M., Wozniakowski H.** Complexity of Oscillatory Integration for Univariate Sobolev Spaces // Journal of Complexity. – 2014. [Electronic resource] <http://arxiv.org/abs/1311.1528arXiv:1311.1528>.
- 8 **Gao, J., Iserles, A.** A generalization of Filon-Clenshaw-Curtis quadrature for highly oscillatory integrals In Bit Numerical Mathematics. – 2017. – Vol. 57, № 4. – P. 943–961.
- 9 **Molabahrani, A.** Galerkin-Levin method for highly oscillatory integrals// Journal of computational and applied mathematics. – 2017. – Vol. 321. – P. 499–507.
- 10 **He G., Zhang, Ch.** On the numerical approximation for Fourier-type highly oscillatory integrals with Gauss-type quadrature rules//Applied Mathematics and Computation. – 2017. – Vol. 308. – P. 96–104.
- 11 **Ma J., Liu H.** A well-conditioned Levin method for calculation of highly oscillatory integrals and its application In Journal of computational and applied mathematics. – 2018. – T. 342. – P. 451–462.
- 12 **Xiang Sh., Li B., Liu Gd.** On efficient computation of highly oscillatory retarded potential integral equations In International journal of computer mathematics. – 2018. – Vol. 95. – № 11. – P. 2240–2255.

13 **Siraj-ul-Islam, Zaman S.** Numerical methods for multivariate highly oscillatory integrals//International journal of computer mathematics. – 2018. –Vol. 95. – №5. – P. 1024–1046.

14 **Ma Y.Y., Xu Y. S.** Computing highly oscillatory integrals// Mathematics of computation. –2018. –Vol. 87, №309. – P. 309-345.

15 **Temirgaliev, N., Kudajbergenov, S. S., Nauryzbaev, N. Zh.** Poryadkovo tochnoe vychislenie integralov ot proizvedenij funkciy metodom tenzornykh proizvedenij funkcionalov [Temirgaliev N., Kudajbergenov S. S., Nauryzbaev N. Zh. Order-accurate calculation of integrals of products of functions by the method of tensor products of functionals] // Izv.VUZov. Matematika [Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat.]. –2019. –№11. – P. 1-6.

16 **Golubov, B. I.** O ryadah Fur'e nepreryvnykh funkciy po sisteme Haara [Golubov B. I. On the Fourier series of continuous functions in the Haar system] // Izv. AN SSSR. Ser. Matem [Izv. Academy of Sciences of the USSR. Ser. mat.]. –1964. – Vol. 28, № 6. – P. 1271-1296.

Материал поступил в редакцию 18.09.20.

С. С. Құдайбергенов¹, Б. Урумбаев², А. Т. Апенев³

Қатты тербелмелі функцияларды жуықтап интегралдардау бойынша сандық тәжірибелер

¹Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Теориялық математика және ғылыми есептеулер институты

^{2,3}Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Қазақстан Республикасы, Нұр-Сұлтан қ.

Материал 18.09.20 баспаға түсті.

Мақалада біреуі қатты тербелетін, ал екіншісі доминантты аралас туындысы бар Соболев класында жататын екі функцияның көбейтіндісінің интегралы болып табылатын сызықтық функционалды жуықтап есептеу есебі қарастырылады. Бұл зерттеуге көптеген әдебиеттер арналған, тек Web of Science мәліметтер базасында 400-ден астам жұмыс бар. Н.Темірғалиев, С. Құдайбергенов және Н. Наурызбаев осы функционалды Хаар жүйесіндегі функциялардың бірі болған жағдайда жуықтап есептеудің жоғардан бағалауын алған.

Мақалада берілген функционалдарды жуықтап есептеу үшін есептеу эксперименттерінің нәтижелері келтірілген. Есептеу эксперименттері Mathcad ортасында жүргізілді. Тригонометриялық көпмүшелік болып табылатын және доминантты аралас туындысы

бар Соболев класына жататын тест функциясы құрылды. Бұл тест функциясы үшін интегралдың нақты мәні, функционалдардың тензор көбейтіндісі бойынша интегралдың жуық мәні және тіктөртбұрыш әдісімен интегралдың жуық мәні табылған.

Есептеулер нәтижесінде берілген тест функциясы үшін функционалдардың тензор көбейтіндісі әдісіне қарағанда тіктөртбұрыш әдісі жақсырақ жуықтайтыны анықталды. Сонымен бірге, тест функциясы функционалдардың тензорлық көбейтіндісі әдісінің шеткі функциясы болып табылатындығын ескеру қажет. Бұл алынған қате қарастырылып отырған клас үшін ең нашар дегенді білдіреді. Алайда, тіктөртбұрыштар әдісі үшін осы кластың басқа функциялары үшін жуықтау қателігі жақсырақ болатынына кепілдік жоқ.

Кілтті сөздер. Функционалдардың тензорлық көбейтіндісі, сынақ функциясы, Хаар жүйесі, Соболев кластары, жоғары тербелмелі функция.

S. S. Kudaibergenov¹, B. Urumbaev², A. A. Apenov³

Numerical experiments on the approximate calculation of integrals from highly oscillating functions

¹Institute of Theoretical Mathematics and Scientific Computing,

L. N. Gumilyov Eurasian national University,
Republic of Kazakhstan, Nur-Sultan;

^{2,3}L.N. Gumilyov Eurasian National University,
Republic of Kazakhstan, Nur-Sultan.

Material received on 18.09.20

The article considers the problem of approximate calculation of a linear functional that is an integral of the product of two functions, one of which is highly oscillating, and the other belongs to the Sobolev class with a dominant mixed derivative. An extensive literature is devoted to this research, more than 400 works on the Web of Science database alone. N. Temirgaliev, S. Kudaibergenov and N. Nauryzbaev obtained an upper bound for the approximate calculation of this functional in the case when one of the functions is from the Haar system.

The article presents the results of computational experiments for the approximate calculation of these functionals. Computational experiments were carried out in the Mathcad environment. A test function is constructed that is a trigonometric polynomial and belongs to the Sobolev class with a dominant mixed derivative. For this test function, the exact value of the

integral, the approximate value of the integral by the tensor product of functionals and the approximate value of the integral by the method of rectangles are found.

Calculations show that for a given test function the method of rectangles approximates better than the method of tensor products of functionals. At the same time, it should be noted that the test function is an extreme function of the tensor product method of functionals. This means that the resulting error is the worst for the class under consideration. However, for the rectangle method, there is no guarantee that the approximation error will be better for other functions from this class.

Keywords. Tensor product of functionals, test function, Haar system, Sobolev classes, highly oscillating function.

Теруге 18.09.2020 ж. жіберілді. Басуға 09.10.2020 ж. қол қойылды.

Электрондық баспа

1,75 Mb RAM

Шартты баспа табағы 6,6. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.

Компьютерде беттеген Е. М. Абенов

Корректорлар: А. Р. Омарова

Тапсырыс № 3727

Сдано в набор 18.09.2020 г. Подписано в печать 09.10.2020 г.

Электронное издание

1,75 Mb RAM

Услпеч.л. 6,6. Тираж 300 экз. Цена договорная.

Компьютерная верстка Е. М. Абенов

Корректоры: А. Р. Омарова

Заказ № 3727

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған

Торайғыров университеті

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы

Торайғыров университеті

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

67-36-69

e-mail: kereku@tou.edu.kz

www.vestnik.tou.edu.kz