

Торайғыров университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Торайғыров университета

ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРШЫСЫ

Физика, математика және компьютерлік
ғылымдар сериясы
1997 жылдан бастап шығады



ВЕСТНИК ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Серия: Физика, математика
и компьютерные науки
Издается с 1997 года

ISSN 2959-068X

№ 1 (2022)
Павлодар

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА**

Серия: Физика, математика и компьютерные науки
выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о постановке на переучет периодического печатного издания,
информационного агентства и сетевого издания
№ KZ91VPY00046988

выдано

Министерством информации и общественного развития
Республики Казахстан

Тематическая направленность

публикация материалов в области физики, математики,
механики и информатики

Подписной индекс – 76208

<https://doi.org/10.48081/JZXO4819>

Бас редакторы – главный редактор

Тлеуменов С. К., *ф.-м.г.д., профессор*

Заместитель главного редактора

Испулов Н. А., *ф.-м.г.к., профессор*

Ответственный секретарь

Жумабеков А. Ж., *магистр*

Редакция алқасы – Редакционная коллегия

Esref Adali,

PhD докторы, профессор (Турция);

Qadir Abdul,

PhD докторы, профессор (Пакистан);

Домбаев К. М.,

ф.-м.г.д., профессор;

Демкин В. П.,

ф.-м.г.д., профессор (Российская Федерация);

Жумадилаева А. К.,

т.г.к., кауымд. профессор;

Ибраев Н. Х.,

ф.-м.г.д., профессор;

Косов В. Н.,

ф.-м.г.д., профессор;

Сентова С. М.,

пед.г.д., профессор;

Шоканов А. К.,

ф.-м.г.к., профессор

Омарова А. Р.,

технический редактор

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели

Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов

При использовании материалов журнала ссылка на

«Вестник Торайгыров университета» обязательна

***А. М. Мамбаева, К. Е. Арыстанбаев, В. В. Гавриков**

Южно-Казахстанский медицинская академия,
Республика Казахстан, г. Шымкент

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ S .

Целью данной работы является аналитическое решение – приведения критерия корректности задачи S , и доказываемая полнота и базисность в $L_2(\Omega)$ системы собственных и присоединенных функций причём спектральный вариант, не решается методом разделения переменных. Для достижения цели в работе для уравнения модели переноса доказана корректность задачи S со смещением: единственность регулярного решения на основании принципа Асгейрссона, существование аналитического решения которое построено в явном виде и непрерывная зависимость решения от краевых условий. При этом существенно использовался известный операторный метод М. О. Отелбаева – Т. Ш. Кальменова регулярных расширений, в данной работе используется их определение: L_S^* – оператор, сопряженный с оператором L_S если L имеет ограниченно обратный оператор L_S^{-1} , определённый на всём $L_2(\Omega)$, причём $L_S \subset L \subset L_S^*$.

В работе рассматривается слабое решение или обобщённое решение волнового уравнения, удовлетворяющее условию А. Нахушева со смещением. Функцию $u \in L_2(\Omega)$ назовем сильным решением задачи S , если существует последовательность $u_n \in W_2^1(\Omega)$ такая, что u_n и Lu_n сходятся в норме $L_2(\Omega)$ соответственно к u и f . В статье доказано, что u – сильное решение задачи S , если и только если $u \in D(L_S)$.

Спектр краевой задачи S состоит только из собственных значений конечной кратности, а соответствующие им собственные и присоединенные функции задачи S образуют полную в $L_2(\Delta)$ систему функций и составляют базис Рисса.

Ключевые слова: задача S , смещение, сильное решение, слабое решение, базис Рисса.

Введение

При составлении математической модели химико-технологических процессов необходимо учитывать движение потоков. Эти потоки могут быть однофазными или многофазными со сложной структурой.

В гидродинамике существует целый ряд уравнений, с помощью которых можно описать движение среды (например, уравнение Навье-Стокса, уравнение неразрывности потока и др.) [1,2].

Задача S , со смещением рассматривалась

Материалы и методы

Пусть $\Omega \subset R^2$ – конечная область, ограниченная характеристическими прямыми $AC: x - t = 0$, $BC: x + t = 1$, при $x > 0$; $AD: x + t = 0$, $BD: x - t = 1$, при $x < 0$; для волнового уравнения:

$$Lu \equiv u_{xx} - u_{tt} = f(x, t) \quad (1)$$

Обозначим $\Omega_+ = \{x > 0\} \cap \Omega$, $\Omega_- = \{x < 0\} \cap \Omega$, а через $W_2^s(\Omega)$ будем обозначать пространства Л. С. Соболева со скалярным произведением $(\bullet, \bullet)_s$, $s = 0, 1, 2, \dots$ и нормой $\|\bullet\|_s$; $W_2^0(\Omega) = L_2(\Omega)$.

Задача S . Найти решение уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям:

$$u(\theta_0^+(\tau)) = \alpha u(\theta_1^+(\tau)), \quad \text{при } 0 \leq \tau \leq 1, \quad (2)$$

$$u(\theta_0^-(\tau)) = -\alpha u(\theta_1^-(\tau)), \quad \text{при } 0 \leq \tau \leq 1, \quad (3)$$

где $\theta_0^+(\tau) = \left(\frac{\tau}{2}; \frac{\tau}{2}\right) \in AC$, $\theta_1^+(\tau) = \left(\frac{\tau+1}{2}; \frac{1-\tau}{2}\right) \in BC$,

$$\theta_0^-(\tau) = \left(\frac{\tau}{2}; -\frac{\tau}{2}\right) \in AD, \quad \theta_1^-(\tau) = \left(\frac{\tau+1}{2}; \frac{\tau-1}{2}\right) \in BD,$$

α – произвольное комплексное число.

Определение: Оператор L замыкаем в $L_2(\Omega)$ называется расширением (по М. Отелбаеву – Т. Ш. Кальменову) замыкания - L_S на $W_S(\Omega)$, а L_S^* -оператор, сопряженный с оператором L_S , если L имеет ограниченно обратный оператор L_S^{-1} , определённый на всём $L_2(\Omega)$, причём $L_S \subset L \subset L_S^*$.

Т. Ш. Кальменовым и учениками в работах [4–8] разработан метод исследования корректных краевых задач в случае произвольных дифференциальных уравнений и новое доказательство бесконечномерности корневых векторов.

Ниже приведем доказательство критерия корректности задачи S . и докажем базисность в $L_2(\Omega)$ системы собственных и присоединенных функций.

Будем говорить, что $u(x,t) \in L_2(\Omega)$ – обобщённое решение уравнения (1), удовлетворяющее условию (2–3) если $u(x,t) \in D(L_S^*)$.

Корректность задачи S. Пусть W – множество функций $u \in C^\infty(\Omega)$, удовлетворяющих условию (2–3). Через L_S обозначим замыкание в $L_2(\Omega)$ дифференциального оператора, заданного равенством (1) на подмножестве функций из W . Под *регулярным* решением сформулированной задачи, как обычно, будем понимать функцию $u \in C^2(\overline{\Omega})$, обращающую в тождество уравнение (1) и краевые условия (2-3). Функцию $u \in L_2(\Omega)$ назовем *сильным* решением задачи S, если существует последовательность $u_n \in W_2^1(\Omega)$ такая, что u_n и Lu_n сходятся в норме $L_2(\Omega)$ соответственно к u и f . Очевидно, что u – сильное решение задачи S, если и только если $u \in D(L_S)$.

Теорема 1. Пусть выполнено условие:

$$\alpha^4 + 2 \cdot \alpha^2 + 1 \neq 0. \quad (4)$$

Тогда,

а) для любой $f \in C^1(\overline{\Omega})$ существует, единственное, регулярное решение задачи S. (1–3) и это решение удовлетворяет неравенству:

$$\|u\|_{W_2^1(\Omega)} \leq c \|f\|_{L_2(\Omega)} \quad (5)$$

б) для любой $f \in L_2(\Omega)$ существует, единственное, сильное решение задачи. Это решение принадлежит классу: $u \in W_2^1(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ и удовлетворяет неравенству (5).

в) если условие (4) не выполнено, то решение задачи S. не единственно.

Результаты и обсуждение

По аналогии с работой [10] сначала докажем единственность регулярного решения задачи S. для однородного уравнения (1) с неоднородными условиями (2–3) используя принцип Асгейрссона приведенный, например: *сумма значений обобщенного решения $u(x,t) \equiv u(z)$ уравнения (1) в противоположных вершинах z_1, z_3 и z_2, z_4 характеристического четырехугольника $z_1 z_2 z_3 z_4$ равны между собой, то есть*

$$u(z_1) + u(z_3) = u(z_2) + u(z_4), \quad (6)$$

Очевидно, что имеет место и обратное утверждение: пусть Ω – некоторая выпуклая область, $u(z) \in C(\Omega)$ – произвольная функция; если для любого характеристического (для (1)) четырехугольника $\Omega_0 \subseteq \overline{\Omega}$ с вершинами в точках z_1, z_2, z_3, z_4 справедливо (6), то $u(z)$ – обобщенное решение уравнения (1) в области Ω .

Составляем систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} u(\tau; 0) + \alpha^2 u(B) - \alpha u(\theta_1^+(\tau)) + \alpha u(\theta_1^-(\tau)) = 0, \\ u(\tau; 0) + \alpha u(B) - (\alpha + 1)u(\theta_1^+(\tau)) + \alpha u(\theta_1^-(\tau)) = 0, \\ u(\tau; 0) + u(B) - u(\theta_1^+(\tau)) - u(\theta_1^-(\tau)) = 0, \\ u(\tau; 0) - \alpha u(B) + (\alpha - 1)u(\theta_1^-(\tau)) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

Проверяя систему (7) на совместность, нетрудно получить, что главный определитель этой системы равен $\Delta = -(\alpha^2 + 1)^2$. Очевидно, что система (7), а, следовательно, и задача S. имеет бесконечное число линейно независимых решений. То есть, при $\Delta = 0$ задача S. не является нётеровой.

Поэтому при $\Delta \neq 0$ система (7) имеет единственное решение $u(x; t) \equiv 0$.

Пусть выполнено условие $\Delta \neq 0$, тогда существует единственный обратный оператор L_S^{-1} (обратный к оператору L , соответствующему задаче S. в смысле сильного замыкания), этот оператор определен на всем пространстве $L_2(\Omega)$, то есть единственность регулярного решения задачи S. со смещением является следствием принципа Асгейрссона.

Перейдем к вопросу существования, решение будем искать в каждой из областей по формуле:

$$u = \phi_i(\xi) + \psi_i(\eta) - \int_{\xi}^{\eta} d\xi_1 \int_{\xi_1}^{\eta} f_i(\xi_1, \eta_1) d\eta_1, \quad (8)$$

где $4f_i(\xi_1, \eta_1) = f\left(\frac{\xi+\eta}{2}; \frac{|\eta-\xi|}{2}\right)$, $i = 1, 2$ так как в силу однозначной разрешимости начальной задачи Коши, любое решение уравнения (1), представимо в виде (8) в каждой из областей.

В результате перехода к характеристическим переменным $\xi = x - t$, $\eta = x + t$, – исходная область Ω преобразуется в область Ω_0 , ограниченную прямыми A_0C_0 и B_0D_0 : $\xi = 0$ и $\xi = 1$, а также прямыми A_0D_0 и B_0C_0 : $\eta = 0$, $\eta = 1$; удовлетворя формулой (8) краевые условия (2-3) и дифференцируя их, получим для определения $\phi_i(s)$ и $\psi_i(s)$ где $i = 1, 2$ систему:

$$\begin{cases} \alpha\phi_1'(s) - \psi_1'(s) = \Phi_1'(s) \\ \phi_2'(s) + \alpha\psi_2'(s) = \Phi_2'(s) \end{cases} \quad (9)$$

где $\Phi_1'(s) = -\int_0^s f_1(\xi_1, s) d\xi_1 - \alpha \int_s^1 f_1(s, \eta_1) d\eta_1$,

$\Phi_2'(s) = \alpha \int_1^s f_1(\xi_1, s) d\xi_1 - \int_s^1 f_1(s, \eta_1) d\eta_1$, в области $\Omega_0 = \Omega_0^+ \cup \Omega_0^-$, из которой при выполнении условия теоремы (4) и условия склеивания на

отрезке АВ: $0 \leq t \leq 1$ оси $x = 0$, получаем решение задачи S.: (1)-(3) в явном виде:

$$u(\xi, \eta) \equiv \begin{cases} u^+, & \text{в области } \Omega_0^+ \\ u^-, & \text{в области } \Omega_0^- \end{cases}, \quad (10)$$

где все утверждения пункта (а) теоремы 1 являются следствием этой формулы, из работы [10].

Для доказательства пункта (б) теоремы покажем, что найденное при $f \in L_2(\Omega)$ решение задачи S. (1-3) является сильным: пусть $f \in L_2(\Omega)$ в силу плотности $C^1(\overline{\Omega})$ в $L_2(\Omega)$ существует последовательность $f_n \in C^1(\overline{\Omega})$ такая, что

$$\|f_n - f\|_{L_2(\Omega)} \rightarrow 0, \text{ при } n \rightarrow \infty \quad (11)$$

Через u_n , обозначим решение задачи S. для уравнения (1) с правой частью f_n , в силу пункта (а) теоремы 1, $u_n \in C^2(\Omega) \cap W_2^2(\Omega)$. Из неравенства (5) и из (9) получаем, что

$$\|u_n - u\|_{W_2^1(\Omega)} \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty, \quad (12)$$

то есть последовательность $\{u_n\}$ сходится к u при $n \rightarrow \infty$ в $W_2^1(\Omega)$. Поэтому решение u является сильным. Принадлежность сильного решения классу $C(\overline{\Omega})$ следует из представления (5).

в) Рассмотрим теперь вопрос о не единственности решения задачи S.

Пусть (4) не имеет места, тогда из условия согласования и работы [4] следует, что решение задачи S. не единственно.

Базисность системы собственных и присоединенных функций задачи S. (Спектральная задача S.) Пусть выполнено условие (4). Тогда в силу теоремы 1 существует оператор L_S^{-1} (обратный к оператору L , соответствующему задаче S. в смысле сильного замыкания), этот оператор определен на всем пространстве $L_2(\Delta)$. Так как $D(L) \subset W_2^1(\Delta)$, то оператор L_S^{-1} является вполне непрерывным. Поэтому спектр оператора L , а, следовательно, и спектр задачи S. может состоять только из собственных значений.

Теорема 2. Пусть $(\alpha - 1)(\alpha^2 + 1) \neq 0$. Тогда спектр краевой задачи S. состоит только из собственных значений конечной кратности, а соответствующие им собственные и присоединенные функции задачи S. образуют полную в $L_2(\Delta)$ систему функций и составляют базис Рисса.

Доказательство: Полагая, что $(\alpha - 1)(\alpha^2 + 1) \neq 0$, собственные и присоединенные (корневые) функции задачи S. (1–2) будем искать в виде:

$$U_n(x, t) = \exp(2\pi ni - 2 \ln \alpha)x \cdot U_n(t), \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (8)$$

где $\ln \alpha = \ln |\alpha| + i \arg \alpha$, $\arg \alpha \in [0, 2\pi)$. При этом, если построенная система будет базисом в $L_2(\Delta)$, то корневых функций другого вида нет.

Подставляя (8) в (1) и краевые условия (2-3), получим соответственно (при этом используем разложение из [7]):

$$f(x, t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \exp(2\pi nix) f_n(t)$$

$$(-U_n''(t) + \beta_n^2 U_n(t)) \exp(2\pi ni - 2 \ln \alpha)x = f_n(t) \exp 2\pi nix \quad (9)$$

где $\beta_n = 2\pi ni - 2 \ln \alpha$

Значит $\vartheta_{nk}(t) \in C^\infty \left[0; \frac{1}{4}\right]$ – система функций удовлетворяющих условию примет вид

$$[1 - (-1)^n] \vartheta_{nk} \left(\frac{1}{4}\right) + [1 + (-1)^n] \vartheta_{nk}' \left(\frac{1}{4}\right) = 0 \quad (10)$$

Аналогично, из второго краевого условия (3) имеем

$$[1 + (-1)^n] \vartheta_{nk} \left(-\frac{1}{4}\right) + [1 - (-1)^n] \vartheta_{nk}' \left(-\frac{1}{4}\right) = 0 \quad (11)$$

Из вида (8) следует, что $U_n(t)$ – собственная, либо присоединенная функция оператора, заданного уравнением

$$l_n U_n = -U_n''(t) + \beta_n^2 U_n(t), \quad \beta_n = 2\pi ni - 2 \ln \alpha \quad (12)$$

на линейном многообразии функций из $C^\infty \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$, удовлетворяющих условиям

$$U_n(t) = (-1)^n U_n \left(\frac{1}{2} - t\right), \quad 0 \leq t \leq \frac{1}{2}$$

$$U_n(t) = (-1)^{n+1} U_n \left(-\frac{1}{2} - t\right), \quad -\frac{1}{2} \leq t \leq 0 \quad (13)$$

Пусть $\vartheta_{nk}(t) \in C^\infty \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right]$ – система корневых функций оператора, заданного равенством (12) на множестве функций из $C^\infty \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right]$, удовлетворяющих условиям (11) и (10).

Так как краевые условия (11), (10) являются краевыми условиями типа Штурма, то из [7] при каждом n система $\{\vartheta_{kl}(t)\}_{l=1}^\infty$ образует базис Рисса в $L_2 \left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. Обозначим

$$U_{nk}(t) = \begin{cases} \vartheta_{nk}(t) & t \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right] \\ (-1)^n \vartheta_{nk}\left(\frac{1}{2} - t\right) & t \in \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right] \\ (-1)^{n+1} \vartheta_{nk}\left(-\frac{1}{2} - t\right) & t \in \left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right] \end{cases} \quad (14)$$

Нетрудно убедиться, что функции $U_{nk}(t)$ принадлежат классу $C^\infty\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$, удовлетворяют условиям (13) и являются корневыми функциями оператора l_n . Поэтому функции

$$U_{nk}(x, t) = e^{\beta n \cdot x} U_{nk}(t) \quad n \in Z, \quad k \in N \quad (15)$$

принадлежат классу $C^\infty(\bar{\Delta})$, удовлетворяют краевым условиям (2-3) и являются корневыми функциями задачи S, так как система $e^{\mu_n x}$ – ортонормированная с весом $\rho(x) = |\alpha|^{4x}$, а система $U_{nk}(t)$ – образует базис Рисса в $L_2(\Delta_1)$, где $\Delta_1 = \left\{(x, t): 0 \leq x \leq 1, \quad -\frac{1}{4} \leq t \leq \frac{1}{4}\right\}$

Лемма. Система (15) корневых функций задачи S. полна и образует базис Рисса в $L_2(\Delta)$.

Выводы

Поэтому условие (4) является необходимым для единственности решения задачи S. Теорема 1 доказана полностью.

Следовательно, система (15) образует базис Рисса в $L_2(\Delta)$, что и доказывает лемму: из доказанной леммы следует, что задача S. не может иметь других собственных и присоединенных функций кроме функций (15). Теорема (2) доказана полностью.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Кудрявцева, Е.** Наука и жизнь, Смоделируем лекарство [Электронный ресурс]. – <https://www.nkj.ru/archive/articles/21580/> (Дата обращения 07.04.2022).

2 **Касаткин, А. Н.** Основные процессы и аппараты химической технологии: учебник для вузов. – М. : Альянс, 2004. – 750 с.

3 **Нахушев, А. М.** О некоторых нелокальных краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа // Дифференциальные уравнения. – 1969. – Т.5. – № 1. – С.44 – 59.

4 **Кальменов, Т. Ш.** Спектр краевой задачи со смещением для волнового уравнения // Дифференциальные уравнения. – 1983. – Т.1. – № 1. – С.75 – 78.

5 **Садыбеков, М. А., Орынбасаров, Е. М.** Базисность системы собственных и присоединенных функций краевой задачи со смещением для волнового уравнения // Математические заметки. – 1992. – Т.51, вып. 5. – С. 86–89.

6 **Гавриков, В. В.** О спектре одной задачи Т. Ш. Кальменова // Третья международная конференция «Сейфуллинские чтения», посвященная 100-летию со дня рождения. – Акмола : АГПИ, 1994.

7 **Владимиров, В. С.** Уравнения математической физики. – М. : Наука, 1986.

8 **Кальменов, Т. Ш., Джолдыбаев, К., Усипбаев, А. А.** Спектральные свойства корневых векторов регулярных краевых задач для дифференциальных уравнений // Вестник Алматы. – №3. – 2003.

9 **Гавриков, В. В.** О спектре краевой задачи со смещением для волнового уравнения // Наука и образование Южного Казахстана. – №27. – 2002.

10 **Аширбаев, А. Х., Гаврикова, Т. П., Гавриков, В. В.** Корректность краевой задачи со смещением для волнового уравнения. // Ауезовские чтения – 10 : «20-летний рубеж : инновационные направления развития науки, образования и культуры»; Международная научно-практическая конференция – Шымкент : ЮКТУ имени М. Ауезова, 2011.– Т.5 – С. 43–47.

REFERENCES

1 **Kudryavtseva, Ye.** Nauka i zhizn', Smodeliruyem lekarstvo [Science and life, Let's model a medicine] [Text] [Electronic resource]. – <https://www.nkj.ru/archive/articles/21580/> (Date of access 07.04.2022).

2 **Kasatkin, A. N.** Osnovnyye protsessy i apparaty khimiche-skoy tekhnologii : uchebnyk dlya vuzov [Basic processes and apparatuses of chemical technology : a textbook for universities] [Text] – Moscow : Al'yanS, 2004. – 750 p.

3 **Nakhushev, A. M.** O nekotorykh nelokal'nykh krayevykh zadachakh dlya giperbolicheskikh uravneniy i uravneniy smeshannogo tipa [On some non-local boundary value problems for hyperbolic equations and equations of mixed type] [Text] // Differentsial'nyye uravneniya.– 1969. – Vol. 5. – № 1. – P. 44–59.

4 **Kal'menov, T. Sh.** Spektr krayevoy zadachi so smeshcheniyem dlya volnovogo uravneniya [Spectrum of a boundary value problem with a shift for the wave equation] [Text] // Differentsial'nyye uravneniya. – 1983.– Vol. 1. – № 1.– P. 75–78.

5 **Sadybekov, M. A., Orynbasarov, Ye. M.** Bazisnost' sistemy sobstvennykh i prisoyedinennykh funktsiy krayevoy zadachi so smeshcheniyem dlya volnovogo

uravneniya [The basis property of the system of eigen and associated functions of a boundary value problem with a shift for the wave equation] [Text] // Matematicheskije zametki. – 1992. – Vol. 51, Issue. 5. – P. 86–89.

6 **Gavrikov, V. V.** O spektre odnoy zadachi T. SH. Kal'menova [On the spectrum of one problem T. Sh. Kalmenova] [Text] // Tret'ya mezhdunarodnaya konferentsiya «Seyfullinskiye chteniya», posvyashchennaya 100-letiyu so dnya rozhdeniya. – Akmolu : AGPI, 1994.

7 **Vladimirov, V. S.** Uravneniya matematicheskoy fiziki. [Equations of mathematical physics] [Text]. – Moscow : Nauka, 1986.

8 **Kal'menov, T. Sh., Dzholdybayev, K., Usipbayev, A. A.** Spektral'nyye svoystva kornevykh vektorov regul'yarnykh krayevykh zadach dlya differentsial'nykh uravneniy [Spectral properties of root vectors of regular boundary value problems for differential equations] [Text] // Vestnik Almaty. – №3. – 2003.

9 **Gavrikov, V. V.** O spektre krayevoy zadachi so smeshcheniyem dlya volnovogo uravneniya [On the spectrum of a boundary value problem with a shift for the wave equation] [Text] // Nauka i obrazovaniye Yuzhnogo Kazakhstana. – №27. – 2002.

10 **Ashirbayev, A. Kh., Gavrikova, T. P., Gavrikov, V. V.** Korrektnost' krayevoy zadachi so smeshcheniyem dlya volnovogo uravneniya. [Well-posedness of a boundary value problem with a shift for the wave equation] [Text] // Auyezovskiy chteniye – 10: «20-letniy rubezh: innovatsionnyye napravleniya razvitiya nauki, obrazovaniya i kul'tury»; Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya. – Shymkent : YUKGU im. M. Auyezova, 2011. – Vol. 5. – P. 43–47.

Материал поступил в редакцию 10.03.22.

**А. М. Мамбаева¹, Қ. Е. Арыстанбаев², В. В. Гавриков³*

^{1,2,3}Оңтүстік Қазақстан медицина академиясы,

Қазақстан Республикасы, Шымкент қ.

Материал 10.03.22 баспаға түсті.

ЖЕРГІЛІКТІ ЕМЕС S. ЕСЕБІ ТУРАЛЫ

Бұл жұмыстың мақсаты – S. есебінің дұрыстығының критерийін келтіру аналитикалық шешім болып табылады және меншікті функциялар жүйесінің және онымен байланысты функциялардың $L_2(\Omega)$ толықтығы мен базистік қасиеті дәлелденді, сонымен қатар спектрлік нұсқа айнымалыларды бөлу әдісімен шешілуі мүмкін емес. Көлік моделін теңдеу жұмысындағы

мақсатқа жету үшін ауысыммен S есебінің дұрыс қойылғандығы дәлелденді: Асгейрссон принципіне негізделген тұрақты шешімнің бірегейлігі, аналитикалық шешімнің болуы, ол айқын түрде салынған және шешімнің шекаралық шарттарға үздіксіз тәуелділігі. Бұл жағдайда жалпы $L_2(\Omega)$ және $L_5 \subset L \subset L_5^*$ бойынша анықталған М. О. Өтелбаев-Т. Ш. Кальменовтың белгілі оператор әдісі.

Жұмыста жылжуы бар A . Нахушев шартын қанағаттандыратын толқындық теңдеудің әлсіз шешімі немесе жалпылама шешімі қарастырылады. $u \in L_2(\Omega)$ функциясы S есебінің күшті шешімі деп аталады. Егер $L_2(\Omega)$ нормасында u_n және Lu_n сәйкесінше u және f мәніне жинақталатындай $u_n \in W_2^1(\Omega)$ тізбегі бар болса. Қағаз, егер $u \in D(L_5)$ болған жағдайда ғана u S мәселесінің күшті шешімі екенін дәлелдейді.

Шектік есептің спектрі S тек қана шекті көбейтіндінің меншікті мәндерінен тұрады, ал S есебінің сәйкес меншікті мәндері мен байланысты функциялары $L_2(\Delta)$ функциялардың толық жүйесін құрайды және Русси негізін құрайды.

Кілтті сөздер: S есебі, жылжу, күшті шешім, әлсіз шешім, Русса негізі.

*A. M. Mambayeva¹, K. E. Arystanbayev², V. V. Gavrikov³

^{1,2,3}South Kazakhstan Medical Academy,

Republic of Kazakhstan, Shymkent.

Material received on 10.03.22.

ABOUT A NON-LOCAL PROBLEM S.

The purpose of this work is an analytical solution – reduction of the correctness criterion of the problem S ., and the completeness and basicity in $L_2(\Omega)$ of the system of eigenfunctions and attached functions is proved, and the spectral variant is not solved by the method of separation of variables. To achieve the goal in the work for the equation of the transfer model, the correctness of the problem S is proved with bias: the uniqueness of a regular solution based on the Asgeirsson principle, the existence of an analytical solution that is constructed explicitly and the continuous dependence of the solution on boundary conditions. At the same time, the well-known operator method of M. O. Otelbaev – T. S. Kalmenov of regular extensions was significantly used, their definition is used in this paper: L_5^* is an operator conjugate to the operator L_5 if L has a bounded inverse operator L_5^{-1} defined on the whole $L_2(\Omega)$, and $L_5 \subset L \subset L_5^*$.

The paper considers a weak solution or a generalized solution of the wave equation satisfying the condition of A.Nakhushev with displacement. The function $u \in L_2(\Omega)$ is called a strong solution to the problem S. if there exists a sequence $u_n \in W_2^1(\Omega)$ such that u_n and Lu_n converge in the norm $L_2(\Omega)$ to u and f . The article proves that u is a strong solution to the problem S if and only if $u \in D(L_S)$.

Spectrum of the boundary value problem S. consists only of eigenvalues of finite multiplicity, and the corresponding eigenvalues and attached functions of the problem S. form a complete system of functions in $L_2(\Delta)$ and constitute the Riesz basis.

Keywords: problem S, displacement, strong solution, weak solution, Riesz basis.

Теруге 10.03.2022 ж. жіберілді. Басуға 28.03.2022 ж. қол қойылды.

Электрондық баспа

8,30 Mb RAM

Шартты баспа табағы 7,99. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.

Компьютерде беттеген З. С. Исакова

Корректор: А. Р. Омарова

Тапсырыс № 3960

Сдано в набор 10.03.2022 г. Подписано в печать 28.03.2022 г.

Электронное издание

8,30 Mb RAM

Усл.печ.л. 7,99. Тираж 300 экз. Цена договорная.

Компьютерная верстка З. С. Исакова

Корректор: А. Р. Омарова

Заказ № 3960

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған

«Торайғыров университеті» КЕ АҚ

140008, Павлодар к., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы

«Торайғыров университеті» КЕ АҚ

140008, Павлодар к., Ломов к., 64, 137 каб.

67-36-69

e-mail: kereku@tou.edu.kz

www.vestnik.tou.edu.kz

<https://vestnik-pm.tou.edu.kz/>